



ELMİ ƏSƏRLƏR

ISSN 2222-940X

*FİZİKA-RİYAZIYYAT VƏ TEXNİKA
ELMLƏRİ SERİYASI*

SCIENTIFIC WORKS

*SERIES OF PHYSICAL, MATHEMATICAL AND
TECHNICAL SCIENCES*

НАУЧНЫЕ ТРУДЫ

*СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ И
ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК*

№ 5(73)

NAXÇIVAN, NDU, "QEYRƏT"-2015

RIYAZIYYAT

MƏHƏMMƏD HACIYEV

Naxçıvan Dövlət Universiteti

mamedhaciye@yaho.com

UOT: 165.01.4; 165.3; 165.5; 165.7; 510.83; 510. 87

RIYAZI ANLAYIŞ, TƏKLİFLƏR VƏ İSBATLAR. RIYAZI MÜHAKİMƏ

Açar söz: *riyaziyyat, metodika, anlayış, mühakimə, birqiymətlik*

Key words: *mathematics, methods, conception, judg(e)ment, equivalence*

Ключевые слова: *математика, методика, понятия, суждение, однозначность*

İşdə riyazi anlayışlar, təkliflər və isbatlar, eləcə də riyazi mühakimələrlə bağlı məsələlərin tədris metodikası baxımından xarakterik xüsusiyyətləri araşdırılmış, baxılan məsələlərin tətbiqi imkanları ilə bağlı araşdırmalar aparılmış, ümumiləşmələr verilmişdir.

Riyazi anlayış. Riyazi “anlayış” termini fikrin müəyyən cismlər, predmetlər, proseslər, münasibətlər sinfinin surətlərinin, obyektiv reallıqların, obyektiv gerçəkliklərin və ya bizim dərk etdiklərimizin nəticəsində dərkətdiklərimizin ifadə edilməsi məqsədi ilə istifadə edilir (tərif formasında).

Aydın ki, riyazi təfəkkürün (ümumiyyətlə təfəkkürün) məntiqi baxımdan üç forması vardır ki, bu formalar aşağıdakılardır:

- a) anlayış;
- b) mühakimə;
- c) əqlinətəcəxarma.

Obyektlər biri-birindən müəyyən xüsusiyyətlərinə, xassələrinə və əlamətlərinə görə fərqlənirlər. Tədqiq olunan obyektlərin xassələrini fərdi və ümumi xassələrə ayırmaq olar.

Obyektlərin ümumi xassələri fərqləndirici və fərqləndirici olmayan ola bilər. Obyektin ümumi xassəsi mühüm xassə olarsa, onda o fərqləndirici xassə adlanır.

Anlayış öyrənilən obyektin mühüm (fərqləndirici) xassələrinin inikas olunduğu təfəkkür formasıdır. Əgər anlayış real aləmdə mövcud olan obyektlərin inikasından ibarətdirsə, onda həmin anlayış düzgün anlayış adlanır. Hər bir anlayışı məzmun və həcminə görə xarakterizə etmək olar. Anlayışın bütün mühüm (fərqləndirici) xassələrinin küllüsü onun məzmununu adlanır.

Anlayışda təmsil olunan obyektlər küllüsü onun həcmi ifadə edir.

Məsələn “paraleloqram” anlayışının məzmununu aşağıdakı mühüm xassələr təşkil edir:

- 1) qarşı tərəflərin bərabərliyi,

- 2) qarşı bucaqların bərabərliyi,
- 3) diaqonalların kəsişmə nöqtəsində hər bir diaqonalin yarıya bölünməsi və s..

“Paraleloqram” anlayışının həcmi isə aşağıdakı fiqurlar təşkil edir:

- 1) paraleloqramlar;
- 2) romblar;
- 3) düzbucaqlılar;
- 4) kvadrlar.

Anlayışın həcmi onun məzmununu birqiymətli müəyyən edir və tərsinə. Anlayışın həcmi və məzmunu arasında bir növ “tərs” əlaqə vardır: əgər anlayışın məzmunu artarsa, onun həcmi azalar və tərsinə, anlayışın məzmunu azalarsa, onun həcmi artar.

Məsələn, ümumiləşdirmə zamanı anlayışın həcmi genişlənir, məzmunu isə daralır. Lakin xüsusişdirmə zamanı anlayışın həcmi daralır, məzmunu isə genişlənir. Anlayışın məzmunu və həcmi arasındakı göstərilən asılılıq o zaman doəru olur ki, məzmunun dəyişməsi prosesi zamanı bir anlayışın həcmi digər anlayışın həcmninə altçoxluğu olsun.

Əgər bir anlayışın həcmi (h_1) o biri anlayışın həcmninə (h_2) altçoxluğu olarsa, onda ikinci anlayış birinci üçün cins anlayış, birinci isə öz növbəsində ikinci üçün növ anlayışı adlanır.

Məsələn, romb paraleloqram anlayışına nəzərən növ, öz növbəsində paraleloqram isə romb anlayışı üçün cinsdir.

Anlayışın formalaşmasında onun sözlərlə və ya simvollar vasitəsi ilə ifadə olunması zəruridir.

Elm və texnikanın müəyyən anlayışını birqiymətli ifadə edən söz elmi termin adlanır. Məsələn, “romb” sözü elmi termindir.

Anlayışın məzmununu təsvir etmək üçün onun mühüm xassələrini göstərmək lazımdır. Bunu anlayışın tərifində göstərilər. Anlayışın hər biri ayrılıqda zəruri, hamısı birlikdə kafi olan bütün əlamətlərinin (xassələrinin) əlaqəli cümlələr şəklində təsviri (ifadəsi) anlayışın tərii adlanır.

Anlayışın tərifində artıq söz olmamalıdır.

Qeyd olunmalıdır ki, anlayışın tərii isbat olunmur. Anlayışların tərifləri müxtəlif üsullarla verilə bilər.

1. Yaxın cins və növ fərqiinin göstərilməsi ilə anlayışa tərif aşağıdakı sxem üzrə verilir:

$$A_1 = \{x \in A \wedge P(x)\} \wedge A_1 \neq \emptyset,$$

$$A_2 = \{x \in A \wedge P(x)\} \wedge A_2 \neq \emptyset,$$

$$A_1 \cap A_2 = \emptyset, A_1 \cup A_2 = A \text{ olarsa,}$$

$A_1(A_2)$ anlayışı A anlayışına nəzərən növ, A anlayışı isə $A_1(A_2)$ anlayışına nəzərən cins anlayış adlanır (burada P müəyyən xassədir).

Yaxın cins və növ fərqiinin gəstərilməsi ilə verilən tərifə misal göstərək :

“Diaqonalları bərabər olan paraleloqrama düzbucaqlı deyilir” . Burada yaxın **cins** – paraleloqram, **növ fərqi** – diaqonalların bərabər olması, **termin** isə düzbucaqlıdır.

Yuxarıdakı sxemə uyğun olaraq yazsaq:

$$A = \{\text{paraleloqramlar çoxluğu}\},$$

$$A_1 = \{\text{diaqonalları bərabər olan paraleloqramlar çoxluğu}\},$$

$$P = \text{“Diaqramların bərabər olması”}.$$

Yaxın cins növ fərqiinin göstərilməsi ilə verilən təriflər aşağıdakı konkret formalarda ola bilər:

- 1) obyektlərin xarakterik əlamətlərini göstərməklə onlara verilən təriflər;
- 2) inkar edən təriflər;
- 3) konstruktiv və rekursiv təriflər.

Bu formaların hər birində məntiqi bağlılıqlardan (və, və ya) istifadə oluna bilər. Ona görə də orta məktəbin riyaziyyat kursunda konyuktiv və dizyunktiv təriflər də fərqləndirilir.

Obyektlərə onların xarakterik əlamətlərini göstərməklə verilən təriflərə aid bir misal baxaq: “Qarşı tərəfləri cüt-cüt psrsləl olan düz xəttlər üzərində yerləşən dördbucaqlı paraleloqram dördbucaqlı paraleloqram adlanır”.

Bu tərifdə:

cins - dördbucaqlı;

növ fərqləri– bir cüt qarşı tərəfin paralel olması və o biri cüt qarşı tərəfin paralel olması;

termin – paraleloqramdır.

Digər tərəfdən, bu tərifdə növ fərqləri məntiqi “və” bağlayıcısından istifadə olunmaqla birləşdirildiyindən o həm də konyuktiv tərifdir.

Başqa bir misal göstərək: “Məxrəcləri surətindən kiçik olan və ya məxrəcləri surətlərinə bərabər olan kəsrlər düzgün olmayan kəsrlər adlanır”.

Bu tərifdə:

cins– adi kəsr;

növ fərqləri–məxrəci surətindən kiçikdir və ya məxrəci surətinə bərabərdir;

termin– düzgün olmayan kəsr.

Bu tərifdə növ fərqləri məntiqi “və ya” bağlayıcısı ilə birləşdiyindən o dizyunktiv tərifdir. İnkar edən tərif təsvir etdiyi obyektlərin xassələrini yox, bu obyektlərdə olmayan xassələri təsvir edir. Məsələn, “Bir müstəvidə yerləşməyən və ortaq nöqtəsi olmayan düz xəttlər çarpaz düz xəttlər adlanır”.

Bu tərifdə:

cins – düz xəttlər;

növ fərqləri–bir müstəvidə yerləşməmək və ortaq nöqtəyə malik olmamaq;

termin – çarpaz düz xəttlər.

Bu tərif həm də konyuktiv tərifdir.

Konyuktiv və rekursiv tərifdə obyektin xassələri onun konstruksiya olunmasının təsviri ilə göstərilir. Başqa sözlə, növ fərqləri əməllər vasitəsi ilə verilir.

Məsələn, “ $y = kx + b$ şəklində göstərilə bilən funksiya xətti funksiya adlanır, burada k və b məlum ədədlər, x isə sərbəst dəyişəndir”.

Bu tərifdə:

cins – funksiya;

növ fərqləri– x sərbəst dəyişən və k və b məlum ədədlər;

termin– xətti funksiya.

Obyektin qurulması (konstruksiya olunması) üçün tələb olunan əməllər müxtəlif formalarda verilə bilər. Belə ki, rekursiv tərifdə müəyyən bazis obyekt və bu xassəli yeni obyektləri qurmağa imkan verən qayda verilir.

Məsələn, "ədədi ardıcılıqda ikincidən başlayaraq hər bir hədd özündən əvvəlki həddlə bu ədədi ardıcılıq üçün sabit olan bir ədədin hasilinə bərabər olarsa, onda bu ədədi ardıcılıq həndəsi silsilə adlanır” :

$$a_n = a_{n-1} \cdot q, \quad n \geq 2.$$

Hər bir anlayış müəyyən obyektlər sinfini özündə birləşdirir ki, bu xüsusiyyətə anlayışın həcmi deyilir.

Məsələn, “üçbucaq” anlayışı.

Anlayışlar iki yerə ayrılır:

1. İlkin anlayışlar:

a) tərif verilməyən və ya tərif verilə bilməyən anlayışlar;

b) ilkin anlayışların vasitəsi ilə formalaşdırılan (tərifləri verilən) anlayışlar.

İlkin anlayışlara misal olaraq---- nöqtə,düz xətt (Evklidin öz həndəsəsində), müstəvi, istiqamət, kəmiyyət, çoxluq və s. göstərmək olar.

2. İlkin anlayışlar vasitəsi ilə formalaşdırılan anlayışlar.

Tərifləri verilən (düzəltmə) anlayışlara aid olaraq elə məktəb riyaziyyatının özündən də kifayət qədər məsallar gətirmək olar – parça, romb, törəmə və s..

Anlayışların verilməsində iki formanı (pilləni) qeyd etmək olar:

a) hissi (duygulu) ;

b) məntiqi.

(c) *intellektual – intuitiv---* (xüsusi forma).

Qeyd edək ki, riyazi anlayışlar mücərrəd anlayışlardır və bu məqsədlə mücərrədliklə, mücərrədləşdirmə v. s.ibağlı olaraq ətraflı məlumatların verilməsi daha da əhəmiyyətli olardı.

Yekun olaraq qeyd olunmalıdır ki, anlayışlar təriflərlə verilir və hər bir tərif tərif verilən anlayışın ən azı bir xassəsini özündə əks etdirməlidir. **Məsələn:**

Romb, müddəa, çoxluqların birləşməsi və s..

Anlayışların verilmə formaları:

Anlayışların yazı ilə verilməsi. Burada tərif və s. Nəzərdə tutulur.

Anlayışların cədvəllər və s. ilə verilməsi: Təbiidir ki, bu forma ilə hər birimiz tanış olduğumuzdan, əlavə izaha ehtiyac yoxdur.

Anlayışların simvolik olaraq verilməsi: $\sum, \int, \in, \prod, +, \sqrt$ və s..

Anlayışların düsturlar vasitəsi ilə (formullarla) verilməsi:

$$B = \{x / x \in A \wedge P(x)\} \Rightarrow A(x) \wedge P(x).$$

$$Yaxud, K = \{x / x \in N, x = 2k - 1\}.$$

Anlayışların təlimedici xarakteri:

Bununla bağlı olan aşağıdakı izahat daha əlverişlidir:

Kvadrat-- bucaqları düz olan romb.

Romb -- qarşı bucaqları və tərəfləri bərabər olan paraleloqram.

Paraleloqram– qarşı tərəfləri paralel olan dördbucaqlı .

Dördbucaqlı– dörd tərəfi olan çoxbucaqlı.

Çoxbucaqlı– qapalı sınıq xətlərlə məhdud olan müstəvi hissəsi.

Fiqur – Müstəvi üzərindəki nöqtələr çoxluğunun həndəsi yeri.

Anlayışların verilməsində aşağıdakı prinsiplər gözlənilməlidir:

a) **əşyəvilik prinsipi** – üçbucaq, çoxluq, ...

b) **birqiymətlik prinsipi**– şüa, parça, bucaq və s. işarə olunması.

Həndəsi fiqur	Kəmiyyət	Kəmiyyətin qiyməti
1. AB parçası	AB parçasının uzunluğu	AB parçasının ədədi qiyməti
İşarələmə:	İşarələmə:	

[AB]	AB = 4 cm	4
2. ABC bucağı	ABC bucaq kəmiyyəti	ABC bucaq kəmiyyətinin ədədi qiyməti
İşarələmə: $\angle ABC$	İşarələmə: $\angle ABC = 60^0$	60

Anlayışların mahiyyət inə və digər fərqləndirici olan forma və xüsusiyyətlərinə görə verilmə üsulları:

Anlayışlar **fərqli və ya qohum anlayışlar** vasitəsi ilə verilə bilər.

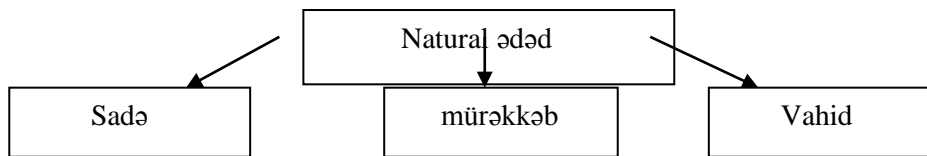
Məsələn; "Tərif: Bucaqları düz olan romba kvadrat deyilir". Burada kvadrarın tərifi ona "**qohum**" olan romb vasitəsi ilə verilmişdir.

Genetik üsulla verilə bilər.

Məsələn; "**Tərif: Müstəvi üzərində, mərkəz adlanan nöqtədən eyni (bərabər) uzaqlıqda duran nöqtələr çoxluğunun həndəsi yerinə çevrə deyilir**". Burada həndəsədən bizə tanış olan "**fiqur**" anlayışından, həndəsi yer anlayışından istifadə olunur ki, məhz elə bunlar da kökün, genetik xüsusiyyətin saxlanılmasını göstərir.

İnduktiv üsulla verilə bilər. (Ədədi silsilə, rekurent düsturlar və s..).

Müərrəd formada verilə bilər:



Digər bir misala baxaq: Verilən nöqtəyə simmetrik nöqtənin qurulması.

Riyazi təkliflər.

Riyazi təkliflərə misal olaraq aşağıdakıları qeyd etmək daha dərkətilən olardı:

« $a+b = b+a$ »,

Müddəalar məntiqindən misallar.

\exists natural x ədədi vardır ki, $x < 5$.

Müxtəsər vurma eynilikləri və s...

Təfəkkürdə anlayışlar biri-biri ilə əlaqədə olur və anlayışların əlaqələri təkliflər vasitəsi ilə ifadə olunur.

Riyazi təkliflərin aşağıdakı **növləri** fərqləndirilir: **aksiomlar, teoremlər və qaydalar (alqoritmlər).**

Аксиомлар doğruluğu dərk olunub, başa düşülən və isbatsız qəbul edilən riyazi təkliflərdir.

Məsələn, "Müstəvinin iki müxtəlif nöqtəsindən yeganə düz xətt keçirmək olar".

Riyazi nəzəriyyələr qurularkən ilk anlayışlar, ilk münasibətlər, aksiomlar sistemi və nəticə çıxarmaq qaydaları qəbul edilir.

Aksiomlar sistemi ziddiyyətsiz, asılı olmayan və tam olmalıdır.

Əgər verilən aksiomlar sistemindən bu sistemlə qurulan nəzəriyyəyə aid olan eyni bir təklifin həm doğru, həm də yalan olması alınmırsa, onda aksiomlar sistemi ziddiyyətsiz adlanır. Əks halda aksiomlar sistemi ziddiyyətli adlanır.

Əgər aksiomlar sisteminin heç bir aksiomu bu sistemin yerdə qalan aksiomlarından nəticə kimi alınmırsa, onda verilən aksiomlar sistemi asılı olmayan adlanır.

Aksiomlar sisteminin tamlığı dedikdə bu sistemlə ifadə olunan bilən istənilən təklifin doğru və ya yalan olduğunu isbat etməyin mümkün olduğu başa düşülür.

Doğruluğu isbat olunan (əsaslandırılan) riyazi təkliflərə teorem adlanır. Yaxud belə də söyləmək olar: İsbata ehtiyacı olan təklifə teorem deyilir.

Alqoritm (qayda) dedikdə qarşıya qoyulmuş məqsədə çatmaq və ya qarşıya qoyulmuş məsələni həll etmək üçün müəyyən ardıcılıqla yerinə yetirilən əməl və ya əməllər küllisi başa düşülür. Məktəb riyaziyyatı kursunda alqoritm və qaydalar şoxdur. Məsələn, natural ədədlərin sadə vuruqlara ayrılması qaydası; kəsrlərin ən kiçik ortaq məxrəcə gətirilməsi qaydası və s..

Alqoritmlərə qoyulan tələblərin ən mühümləri aşağıdakılardır:

- 1) alqoritm yerinə yetirdikdə həmişə konkret nəticə alınmalıdır;
- 2) alqoritm sadə və aydın olmalıdır;
- 3) alqoritm sonlu sayda addımlardan (əməl və ya əməliyyatlardan) ibarət olmalıdır və s..

Məsələn, $ax = b$ şəklində olan tənliyin həlli alqoritmni yada salaq:

1) əgər $a \neq 0$ isə, onda $x = \frac{a}{b}$

2) əgər $a = 0$ və $b = 0$ isə, onda istənilən ədəd həldir; 3) əgər $a = 0$ və isə, onda tənliyin həlli yoxdur.

Asanlıqla yoxlamaq olar ki, bu alqoritm yuxarıdakı tələblərin hər birini ödəyir.

Qeyd edək ki, **riyazi təkliflərin aşağıdakı növləri vardır:**

- teorem;
- aksiom;
- postulat;
- digər təkliflər.

İsbatlar. İsbatlar mahiyyətinə görə iki cür olur:

Formal;

Qeyri-formal.

Formal və qeyri-formal isbatlardan bəhs edərkən mütləq teorem, onun növləri, isbat üsulları ilə bağlı əhatəli şərhlər verilməlidir. Bu məqsədlə, aşağıdakılarla tanış olaq:

Teorem, teoremin növləri və onların qarşılıqlı əlaqəsi.

İlkin olaraq belə bir sualı aydınlaşdıraq: **Teorem nədir?**

Tərif: İsbata ehtiyacı olan təklifə teorem deyilir.

Hər bir teorem əsasən iki hissədən ibarət olur:

- 1) bu və ya digər riyazi fakta hansı şərtlərlə baxılır (teoremin şərti);
- 2) bu fakt haqqında nələrsə təsdiq olunur (teoremin hökmü) .

Məsələn, belə bir teoremi nəzərdən keçirək “Əgər dördbucaqlı paraleloqramdırsa, onda onun diaqonalları kəsişərək, yarıya bölünür”.

Bu teoremin şərti (p) : dördbucaqlı-paraleloqramdır; teoremin hökmü (q) : diaqonalların kəsişmə nöqtəsi onların hər birini yarıya bölür.

Teoremin şərtini və hökmünü asanlıqla ayırd etmək üçün onu çax vaxt “əgər ..., onda ...)” mənrığı bağlayıcısından istifadə edərək, implikasiya şəklində ifadə edirlər. Ona görə də teoremi ümumi şəkildə, məntiqi dildə aşağıdakı kimi yazmaq olar: Teoremin isbat edilməsi isə onu öyrənməkdən ibarətdir ki, əgər şərt ödənilsə, bu halda məntiqi olaraq ondan müvafiq hökm alınır. Yəni, a -nin doğruluğunu qəbul edərək, məntiqin müəyyən qaydalarına uyğun olaraq b -nin doğru olduğunu isbat etməkdən ibarətdir.

Verilmiş $a \Rightarrow b$ teoremindən istifadə edərək aşağıdakı teoremləri almaq olar:

a) $a \Rightarrow b$ (bu teoremi şərti olaraq düz teorem adlandıraraq) :

b) düz teoremin əks teoremi: $b \Rightarrow a$;

c) düz teoremin tərs teoremi: $\bar{a} \Rightarrow \bar{b}$;

d) əks teoremin tərs teoremi: $\bar{b} \Rightarrow \bar{a}$.

Əgər yuxarıdakı teoremi düz teorem olaraq qəbul etsək, onda bu teoremdən aşağıdakı teoremləri almaq olar:

1) Əgər dördbucaqlı - paraleloqramdırsa, onda onun diaqonalları kəsişərək, kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünürlər ($a \Rightarrow b$).

2) Əgər dördbucaqlıda diaqonallar kəsişərək kəsişmə nöqtəsində kəsişərək, yarıya bölünürsə, onda bu dördbucaqlı paraleloqramdır ($b \Rightarrow a$).

3) Əgər dördbucaqlı paraleloqram deyilsə, onda onun diaqonalları kəsişərək, kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünmürlər ($\bar{a} \Rightarrow \bar{b}$).

4) Əgər dördbucaqlıda diaqonallar kəsişərək, kəsişmə nöqtəsində yarıya bölünmürsə, onda belə dördbucaqlı paraleloqram deyil ($\bar{b} \Rightarrow \bar{a}$).

Asanlıqla isbat etmək olar ki, bu misalda alınan bütün dörd teoremin hər biri doğrudur.

Lakin bu həmişə belə olmur.

Belə bir təklifə baxaq:

“Əgər bucaqlar qarşılıqlıdırsa, onda onlar bərabərdirlər ($p \Rightarrow q$)” Verilmiş bu teoremin əks teoremini, tərsini və əks teoremin tərs teoremini tərtib edək:

b) Əgər bucaqlar bərabərdirsə, onda onlar qarşılıqlı bucaqlardır ($q \Rightarrow p$).

c) Əgər bucaqlar qarşılıqlı deyilsə, onda onlar bərabər deyil ($\bar{p} \Rightarrow \bar{q}$).

d) Əgər bucaqlar bərabər deyilsə, onda onlar qarşılıqlı deyil ($\bar{q} \Rightarrow \bar{p}$).

Bu misal göstərir ki,

a) düz teorem doğru olsa da, onun əksi olan teorem doğru deyil (məsələn, düz bucaqlar bərabərdir, lakin onların qarşılıqlı olmaları vacib deyil;

b) düz teorem doğru olsa da teoremin tərsi olan teorem doğru deyil;

c) verilmiş teoremin əksi olan teorem doğru olmasa da əks teoremin tərsi olan teorem doğrudur.

Burada müəyyən edilmiş xassələr təsadüfi deyildir. Bu dörd növ teorem arasında sıx əlaqə vardır (doğru teoremlərdə).

1) $p \Rightarrow q$ və $\bar{q}_1 \Rightarrow \bar{p}_1$ eyni zamanda doğrudur və ya doğru deyildir.

2) $q \Rightarrow p$ və ($\bar{p}_1 \Rightarrow \bar{q}_1$) həmçinin eyni zamanda doğrudur və ya doğru deyildir.

Teoremlər arasında belə qarşılıqlı əlaqənin olması onların öyrənilməsini asanlaşdırır.

Doğrudan da, riyazi obyektlərin teoremlər şəklində ifadə olunmuş xassələrinə baxdıqda, bütün dörd növ teoremlərin hamısının öyrənilməsi zərurəti yoxdur: cüt-cüt ekvivalent olan teoremlərdən (düz və tərs və ya düz və əks və s.) hər hansı birinin doğru olduğunu və ya doğru olmadığını müəyyənləşdirmək kifayətdir, belə ki, bu iki teoremdən hər birinin doğru olması və ya doğru olmaması qalan iki teoremdən hər birinin doğru olmasını və ya doğru olmamasını müəyyən etmək yetərli olar. Elə buna görə də istənilən riyaziyyat kursunda biz adətən yalnız düz və tərs teoremlərlə rastlaşırıq, qalan teoremlər və onların isbatları ilə çox təsadüfi hallarda rastlaşırıq.

Zəruri və kafi şərt..

Aşağıdakı təklifləri nəzərdən keçirək:

- 1) Əgər verilmiş natural ədəd cütdürsə, onda həmin ədəd 6-ya bölünür..
- 2) Əgər verilmiş natural ədəd 6-ya bölünürsə, onda həmin ədəd cütdür.
- 3) Əgər verilmiş natural ədəd cüt deyilsə, onda həmin ədəd 2-yə bölünür.
- 4) Əgər verilmiş natural ədəd 2-yə bölünmürsə, onda natural ədəd cüt deyil.

Bu təkliflərin hər birini riyazi məntiq dilində ifadə etmək olar:

- 1) $p \Rightarrow q$; 2) $q \Rightarrow p$; 3) $p_1 \Rightarrow q_1$; 4) $q_1 \Rightarrow p_1$.

Biz görürük ki, birinci təklif doğru deyil, lakin ikinci, üçüncü və dördüncü təkliflər doğrudur.

Teoremləri ifadə etdikdə tez-tez “kafi”, “zəruri”, “zəruri və kafi” terminindən istifadə edirlər. Bu terminlərin mənasını aydınlaşdırmaq:

1. Əgər p -dən məntiqi olaraq q alınrsa (yəni $p \Rightarrow q$ teoremi doğrudursa), onda p şərtinə q hökmü üçün kafi şərt deyilir.
2. Əgər q -dən məntiqi olaraq p alınrsa (yəni $q \Rightarrow p$ teoremi doğrudursa), onda p şərtinə q hökmü üçün zəruri şərt deyilir.
3. Əgər p -dən məntiqi olaraq q alınrsa və q -dən də məntiqi olaraq p alınrsa (yəni hər iki teorem : düz və onun tərsi doğrudursa), onda p şərtində q hökmü üçün zəruri və kafi şərt deyilir.

Yuxarıda baxdığımız misalda p şərti q üçün kafi şərt deyil, çünki, p -məntiqi olaraq q -dən alınmır (yəni p -in doğru olmasından q -nün doğru olması alınmır); p_1 isə q_1 üçün kafi şərtidir, çünki p_1 -dən məntiqi olaraq q_1 alınır.

Burada p_1 şərti q_1 üçün zəruri şərtidir belə ki, q_1 -dən məntiqi olaraq p_1 alınır.

p_1 şərti isə q_1 üçün kafi və zəruridir və hər iki teorem eyni zamanda doğrudur:

$p_1 \Rightarrow q_1$ və $q_1 \Rightarrow p_1$ (yəni burada $p_1 \Rightarrow q_1$ məntiqi ekvivalentliyi vardır).

Aşağıdakı hallar mümkündür:

- a) p şərti q hökmü üçün kafidir, lakin zəruri deyil;
- b) p şərti q hökmü üçün zəruridir, lakin kafi deyil.

Birinci halda p -nin doğruluğundan q -nün doğruluğu alınır, lakin q -nün doğruluğu həm də başqa p_1 şərtindən də alınır. Məsələn, ədədin cüt olması üçün, onun yalnız 6-ya bölünməsi deyil, həm də 4-ə bölünməsi kafidir. İkinci halda q -nün doğru olmasından p -nin doğru olduğu alınır, eyni zamanda, əgər p doğru olarsa, onda q hər halda doğru olmaya da bilər. Məsələn, ədədin 6 - ya bölünməsi üçün, həmin ədədin cüt olması zəruridir, lakin kafi deyil; məsələn, 4 cüt ədəddir, lakin ədəd, 6 - ya bölünmür.

“Kafi”, “zəruri”, “zəruri və kafi” terminlərindən istifadə etdikdə “şərt” sözünün əvəzinə tez-tez “əlamət” sözü işlədilir.

“Zəruri və kafi” sözlərinin əvəzinə çox vaxt belə sözlərdən istifadə olunur: “onda və yalnız onda”, “o halda və yalnız o halda”, “o və yalnız o”. Onu da qeyd etmək faydalıdır ki, bu bağlayıcı ifadələrin ayrıca baxılan hissələri də müəyyən məna daşıyır: məsələn, “yalnız o halda”, “yalnız onda” və s. sözləri “yalnız o halda”, “yalnız onda” və s. sözləri isə “kafi şərt” sözlərini əvəz edir.

Aksiomatik üsul. Evklid həndəsəsinin aksiomları.

Aksiomatik üsul elmi nəzəriyyələrin qurulması üsuludur. Həmçinin elmi nəzəri müddələrin bu və ya didər riyazi məsələlərə tətbiqi üsuludur. Elmi nəzəriyyə aksiomatik üsulla qurulduqda:

1) bu nəzəriyyənin ilk anlayışları və ilk münasibətləri müəyyən edilir və ilk münasibətləri müəyyən edilir (qeyd edək ki, bir sıra ilkin anlayışlara və münasibətlərə tərif verilmir);

2) ilk anlayışlar və münasibətlər arasında əlaqəni təyin edən aksiomlar sistemi seçilir və isbatsız qəbul edilir;

3) elmi nəzəriyyənin hər bir yeni anlayışına ilk anlayışlar və daha əvvəl daxil edilmiş anlayışlar vasitəsi ilə tərif verilir;

Elmi nəzəriyyənin hər bir yeni təklifi qəbul edilmiş aksiomlardan və daha əvvəl isbat edilmiş dəkliflərdən deduktiv metodla alınır.

Nəticə çıxarmaq qaydaları, yeni bir doğru təklifdən digər təkliflərin alınması qaydaları qurulan nəzəriyyənin deyil, riyazi məntiqin predmetidir.

Aksiomlar sistemi ziddiyyətsiz, tam və asılı olmayan aksiomlardan təşkil olunmalıdır. Aksiomatik metoda aşağıdakı üç mərhələ fərqləndirilir:

- 1) məzmunlu aksiomlaşdırma mərhələsi;
- 2) yarımformal aksiomlaşdırma mərhələsi;
- 3) formal aksiomlaşdırma mərhələsi.

Elmi nəzəriyyənin məzmunlu aksiomlaşdırılması zamanı aksiomlar sistemi müəyyən çoxluğun elementləri arasında əsas əlaqə və münasibətləri təsvir edir. Teoremlərin isbatı zamanı formal məntiq qanunlarından istifadə olunur.

Məsələn, əsasları məktəb riyaziyyatı kursunda şərh olunan Evklid həndəsəsi məhz belə formada aksiomlaşdırılmışdır.

Elmi nəzəriyyənin yarımformal aksiomlaşdırılması zamanı onun əhatə etdiyi obyektlər də aksiomlar vasitəsi ilə təyin olunur. Yarımformal aksiomlaşdırma zamanı təkliflərin isbatı prosesində yenə də formal məntiqin qanunlarından istifadə olunur. Məsələn, qruplar nəzəriyyəsinin ənənəvi şərhini yarımformal aksiomlaşdırmaya misal olaraq göstərmək olar.

Elmi nəzəriyyənin formal aksiomlaşdırılması zamanı həm onun əhatə etdiyi obyektlər, həm də nəticə çıxarmaq qanunları aksiomlar vasitəsi ilə təyin olunur.

Bu baxımdan həndəsə kursunun aksiomatik quruluşunu xatırlamaq kifayətdir.

İsbatlar: İsbatlar nəticə almaqdan ötrə aparılan mühakimə prosesi olub, elə isbat üsulları nəzərdə tutulur ki, onlar da aşağıdakılardan ibarətdir:

1. Adi və yaxud şərti olaraq söyləsək, düzünə isbat üsulu;

2. Əksini fərz etməklə aparılan isbat üsulu. Təbiidir ki, bu üsulların hər birinə aid, istər məktəb riyaziyyatı kursundan, istərsə də ali məktəb kursu ilə bağlı olaraq, kifayət qədər misallar gətirmək olar.

Qeyd edək ki, isbat etmək mühakimə prosesidir. Burada doğrulara, ilkinlərə, əsaslanaraq nəticə almaq prosesindən bəhs edilir ki, məhz bu prosesə mühakimə prosesi deyirlər. Misal: $\sqrt{1+71 \cdot 72 \cdot 73 \cdot 74}$ ifadəsini radikallıqdan qurtarın. Aydındır ki, mühakiməsiz heç bir riyazi araşdırmadan, heç bir nəticə almaqdan söhbət belə oluna bilməz.

ƏDƏBİYYAT

1. Акперов М.С. Философские проблемы математики. Баку. Элм,1992, 201 с.
2. Александров А.Д. Проблемы науки и позиции учёного. Учебное пособие – М.:Мысль, 1988,384 с.
3. Алексеев П.В., Панин А.В. Теория познания и диалектика: Учеб. пособие для вузов.— М.; Высш. шк., 1991. --- 383 ст.

4. Бурбаки Н. Алгебра. Алгебраические структуры, линейная и полилинейная алгебра. М., 1962, с.60.
5. Бакирова А.Ю. Методика преподавания математики. Учебное пособие. – Т., 2007.
6. Рузавин Г.И. Концепция современного естествознания. М., Гарда-рики, 2005, 240 с.
7. Кудрявцев Л.Д. Мысли о современной математике и ее изучении. М., Наука, 1977.
8. Современные основы школьного курса математики: Пособие для студ. Пед. ин-тов./ Н.Я.Виленкин, К.И.Дуничев, Л.А.Калужнин, А.А.Столяр.---М.; Просвещение,1980.240 ст.
9. Философия: учебник / под. ред. А.Ф.Зотова, В.В.Миронова, А.В.Разина. – 4-е изд. – М.; Академический Проект ; Трикста, 2007. – 688 ст.
10. Философия: учебник /под. общей ред. Л.Н. Москвичева.– М.;Изд-во.РАГС,2003.–688 ст.

ABSTRACT

М.Наjiyev

Mathematical concepts, suggestions and evidence. Mathematical judgments

We investigated the characteristic features of mtematicheskogo understanding types theorems and methods of mathematical proofs. Specific examples and facts described genera and species of mathematical concepts. Considered haraktericheskikh properties and razliyaayuschieysya devils contacts to methodology set out in particular isledovannom paper discusses the relationship birth theorems. It describes the methodical exposition of the meaning and significance of mathematical reasoning. With the aid of mathematical judgments are methodical way vozmozhnestey presentation of the axiomatic method and in the construction of a school course of geometry and solving mathematical problems. And explore ways to apply the considered problems in the practice of teaching mathematics.

РЕЗЮМЕ

М. Гаджиев

Математическая понятия, предложения и доказательств. Математическое суждения

Исследованы характеристические черты мтематического понимание, виды теоремов и способов математических доказательств. Конкретными пример и фактами охарактеризованы роды и виды математических понятий. Рассмотрены харaktericheskikh свойств и различающей чертей связянные с методической изложением. В частности, исследованном работе рассмотрены взаимосвязи родов теорем. Описывается методическая изложения смысл и значение математических суждений. С помощью математическими суждениями даны методические пути возmoжностей изложении аксиоматического метода и в построений школьного курса геометрии, и решению математических задач. И исследованы пути применения рассмотренных задач на практику в областей преподавании математику.

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)
Məqaləni çapa təqdim etdi:

ЯГУБ МАМЕДОВ

Нахчыванский Институт Учителей

yagubmammadov@yahoo.com

УДК 517.51

**ПОТЕНЦИАЛ БЕССЕЛЯ ПОРОЖДЕННЫЙ ОПЕРАТОРОМ ДАНКЛЯ В
 $L_{p,\alpha}(R)$ ПРОСТРАНСТВАХ**

Açar sözlər: *Dankl operatoru, Bessel potensialı, Dankl çevirməsi, məhdudluq, kafı şərt*

Key words: *Dankl operator, Bessel potential, Dankl translation, boundedness, sufficient conditions*

Ключевые слова: *оператор Данкля, потенциал Бесселя, преобразование Данкля, ограниченность, достаточная условия*

В статье определен и изучен потенциал Бесселя, порожденный оператором Данкля (\equiv потенциалов Данкля-Бесселя или D -потенциала Бесселя). Доказан аналог теоремы Харди-Литтлвуда-Соболева. Эта теорема является основным результатом, в котором получены достаточные условия для D -потенциала Бесселя $J_{\beta,\alpha}$ типа Данкля, действующего ограниченно из пространства $L_{p,\alpha}(R)$ в пространство $L_{q,\alpha}(R)$, $1 < p < q < \infty$ и из пространства $L_{p,\alpha}(R)$ в пространство $L_{p,\alpha}(R)$, $1 \leq p \leq \infty$.

Одно из основных достижений последних десятилетий, повлиявших на облик гармонического анализа, состоит в успешном привлечении идей и техники теории максимальных операторов и интегральных операторов типа потенциала. Эти идеи и методы применяются в теории дифференциальных уравнений с частными производными, теории функций, функциональном анализе, теории вероятностей, в задачах теории приближений, гармоническом анализе на однородных группах и других разделах математики. Применение метода теории потенциала к решению многочисленных краевых задач, встречающихся в теории дифференциальных уравнений в частных производных, в задачах теории аналитических функций, а также в задачах механики имеет богатую историю и успешную практику.

Операторы Данкля являются дифференциально-разностными операторами на действительной оси, которые введены в 1989 году Данклом [1]. Оператором Данкля называется следующий дифференциально-разностный оператор D_α :

$$D_\alpha f(x) = \frac{df}{dx}(x) + \left(\alpha + \frac{1}{2}\right) \frac{f(x) - f(-x)}{x},$$

где α - произвольное действительное число, удовлетворяющее условию $\alpha > -1/2$. Действие оператора D_α определено для всех функций $f \in C^{(1)}(R)$.

Пусть $\alpha > -1/2$ фиксированное число и μ_α весовая Лебеговая мера на \mathbf{R} , заданная по

$$d\mu_\alpha(x) := \frac{1}{2^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)} |x|^{2\alpha+1} dx.$$

Для каждого $1 \leq p \leq \infty$ обозначим через $L_{p,\alpha}(\mathbf{R}) = L_p(\mathbf{R}; d\mu_\alpha)$ пространства комплексно-значных функций f , измеримых на \mathbf{R} таких, что

$$\|f\|_{p,\alpha} \equiv \|f\|_{L_{p,\alpha}} = \left(\int_{\mathbf{R}} |f(x)|^p d\mu_\alpha(x) \right)^{1/p} < \infty \text{ если } p \in [1, \infty), \text{ и}$$

$$\|f\|_{\infty,\alpha} \equiv \|f\|_{L_{\infty,\alpha}} = \operatorname{ess\,sup}_{x \in \mathbf{R}} |f(x)| \text{ если } p = \infty.$$

Для $1 \leq p < \infty$ обозначим через $WL_{p,\alpha}(\mathbf{R})$ слабое пространство $L_{p,\alpha}(\mathbf{R})$, определяемое как множество локально интегрируемых функций $f(x)$, $x \in \mathbf{R}$ с конечной нормой

$$\|f\|_{WL_{p,\alpha}} = \sup_{r>0} r \left(\mu_\alpha \{x \in \mathbf{R} : |f(x)| > r\} \right)^{1/p}, \text{ где } \mu_\alpha A = \int_A d\mu_\alpha(x).$$

Для $x, y \in \mathbf{R}$ оператор обобщенного сдвига Данкля определяется следующим образом

$$\begin{aligned} \tau_x f(y) &= c'_\alpha \int_0^\pi f_e \left(\sqrt{x^2 + y^2 - 2|xy| \cos \theta} \right) h_1(x, y, \theta) (\sin \theta)^{2\alpha} d\theta \\ &+ c'_\alpha \int_0^\pi f_o \left(\sqrt{x^2 + y^2 - 2|xy| \cos \theta} \right) h_2(x, y, \theta) (\sin \theta)^{2\alpha} d\theta, \end{aligned} \quad (1)$$

где $f = f_e + f_o$, f_o и f_e четная и нечетная часть f соответственно, с $c'_\alpha = \Gamma(\alpha+1)/(\sqrt{\pi}\Gamma(\alpha+1/2))$,

$$h_1(x, y, \theta) = 1 - \operatorname{sgn}(xy) \cos \theta,$$

$$h_2(x, y, \theta) = \begin{cases} \frac{(x+y)[1 - \operatorname{sgn}(xy) \cos \theta]}{\sqrt{x^2 + y^2 - 2|xy| \cos \theta}} & \text{если } xy \neq 0, \\ 0 & \text{если } xy = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Для $\alpha \geq -1/2$ и $\lambda \in \mathbf{C}$, начальная задача

$$D_\alpha(f)(x) = \lambda f(x), \quad f(0) = 1, \quad x \in \mathbf{R}$$

имеет единственное решение $E_\alpha(\lambda x)$ называемое ядром Данкля [2, 3, 4] и задается по

$$E_\alpha(\lambda x) = j_\alpha(i\lambda x) + \frac{\lambda x}{2(\alpha+1)} j_{\alpha+1}(i\lambda x), \quad x \in \mathbf{R},$$

где j_α - нормированная функция Бесселя первого рода, порядка α и J_α функция Бесселя первого рода, порядка α [268], определенная по

$$j_\alpha(z) = 2^\alpha \Gamma(\alpha+1) \frac{J_\alpha(z)}{z^\alpha} = \Gamma(\alpha+1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z/2)^{2n}}{n! \Gamma(n+\alpha+1)}, \quad z \in \mathbf{C}.$$

Мы можем написать, что для $x \in \mathbf{R}$ и $\lambda \in \mathbf{C}$ ([5], стр. 295)

$$E_{\alpha}(-i\lambda x) = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\sqrt{\pi}\Gamma(\alpha+1/2)} \int_{-1}^1 (1-t^2)^{\alpha-1/2} (1-t)e^{i\lambda x t} dt.$$

Заметим, что $E_{-1/2}(\lambda x) = e^{\lambda x}$.

Преобразование Данкля функции F_{α} , $f \in L_{1,\alpha}(\mathbf{R})$ задается по формуле

$$F_{\alpha}f(\lambda) := \int_{\mathbf{R}} E_{\alpha}(-i\lambda x) f(x) d\mu_{\alpha}(x), \quad \lambda \in \mathbf{R}.$$

Отметим, что для каждого $x \in \mathbf{R}$ справедлива оценка $|E_{\alpha}(ix)| \leq 1$ ([5], стр. 295).

Заметим, что $F_{-1/2}$ совпадает с преобразованием Фурье F , заданным по формуле:

$$Ff(\lambda) := (2\pi)^{-1/2} \int_{\mathbf{R}} e^{-i\lambda x} f(x) dx, \quad \lambda \in \mathbf{R}.$$

Теперь переходим к определению потенциалов Бесселя, порожденных оператором Данкля (\equiv потенциалов Данкля-Бесселя или D -потенциала Бесселя). Рассмотрим оператор

$(I - D_{\alpha}^2)^{-\frac{\beta}{2}}$, определенный в образах Данкля как

$$(I - D_{\alpha}^2)^{-\frac{\beta}{2}} f = F_{\alpha}^{-1}(1 + \xi^2)^{-\frac{\beta}{2}} F_{\alpha} f.$$

Показано, что он реализуется в виде интегрального оператора типа свертки, порожденного оператором обобщенного сдвига Данкля. Следовательно, Бесселевый потенциал, порожденный оператором Данкля определен следующим образом:

$$J_{\beta,\alpha} f(x) = (G_{\beta,\alpha} * f)(x) = \int_{\mathbf{R}} \tau_x(G_{\beta,\alpha}(y)) \cdot f(y) \cdot d\mu_{\alpha}(y),$$

где ядро D -потенциала Бесселя

$$G_{\beta,\alpha}(x) = c_{\alpha} \frac{\Gamma(\alpha + \frac{1}{2})}{2\Gamma(\frac{\beta}{2})} \int_0^{\infty} e^{-t \frac{|x|^2}{t}} \cdot t^{\beta/2 - \alpha - 1} \cdot \frac{dt}{t}, \quad x \in \mathbf{R}, \quad \text{где } c_{\alpha} = (2^{\alpha+1} \Gamma(\alpha+1))^{-2}.$$

Из определения оператора $(I - D_{\alpha}^2)^{-\frac{\beta}{2}}$ следует, что

$$J_{\beta,\alpha} f(x) = (I - D_{\alpha}^2)^{-\frac{\beta}{2}} f, \quad f \in \mathfrak{D}(\mathbf{R}), \quad \beta > 0,$$

т.е. оператор $J_{\beta,\alpha}$ реализует отрицательные степени оператора $I - D_{\alpha}^2$.

Для D -потенциал Бесселя имеет место следующий аналог теоремы Харди-Литтлвуда-Соболева. Эта теорема является основным результатом, в котором получены достаточные условия для D -потенциала Бесселя $J_{\beta,\alpha}$ типа Данкля.

Теорема. Пусть $f \in L_{p,\alpha}(\mathbf{R})$, $1 \leq p \leq \infty$ и $J_{\beta,\alpha}$ определено как (2). Тогда

1) Если $1 \leq p \leq \infty$, то оператор $J_{\beta,\alpha}$ ограниченно действует из $L_{p,\alpha}(\mathbf{R})$ в $L_{p,\alpha}(\mathbf{R})$.

Более того, $\|J_{\beta,\alpha} f\|_{L_{p,\alpha}} \leq \|f\|_{L_{p,\alpha}}$;

2) Если $0 < \beta < 2\alpha + 2$, $1 < p < \frac{2\alpha + 2}{\beta}$, и $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{\beta}{2\alpha + 2}$, тогда оператор $J_{\beta, \alpha}$

ограниченно действует из $L_{p, \alpha}(\mathbf{R})$ в $L_{q, \alpha}(\mathbf{R})$. Более того,

$$\|J_{\beta, \alpha} f\|_{L_{q, \alpha}} \leq C_1 \|f\|_{L_{p, \alpha}}; \quad (3)$$

3) Если $p = 1$, $1 - \frac{1}{q} = \frac{\beta}{2\alpha + 2}$, тогда оператор $J_{\beta, \alpha}$ ограниченно действует из

$L_{1, \alpha}(\mathbf{R})$ в $WL_{q, \alpha}(\mathbf{R})$. Более того,

$$\|J_{\beta, \alpha} f\|_{WL_{q, \alpha}} \leq C_1 \|f\|_{L_{1, \alpha}}; \quad (4)$$

4) Если $p = \frac{2\alpha + 2}{\beta}$, $q = \infty$, тогда оператор $J_{\beta, \alpha}$ ограниченно действует из

$L_{p, \alpha}(\mathbf{R})$ в $L_{\infty}(\mathbf{R})$. Более того,

$$\|J_{\beta, \alpha} f\|_{L_{\infty}} \leq C_2 \|f\|_{L_{p, \alpha}}; \quad (5)$$

5) Если $1 \leq p \leq q \leq \infty$, $\beta > (2\alpha + 2)(\frac{1}{p} - \frac{1}{q})$, тогда оператор $J_{\beta, \alpha}$ ограниченно

действует из $L_{p, \alpha}(\mathbf{R})$ в $L_{q, \alpha}(\mathbf{R})$. Более того,

$$\|J_{\beta, \alpha} f\|_{L_{q, \alpha}} \leq C_1 \|f\|_{L_{p, \alpha}}. \quad (6)$$

Доказательство. 1) получается из неравенства Юнга с учетом того, что $L_{1, \alpha}$ - норма ядра $G_{\beta, \alpha}(x)$, $x \in \mathbf{R}$ равна единице, т.е. $\|G_{\beta, \alpha}\|_{L_{1, \alpha}} = 1$. Чтобы доказать 2) и 3), ядро $G_{\beta, \alpha}(x)$

представим в виде $G_{\beta, \alpha}(x) = G_1(x) + G_2(x)$, где

$$G_1(x) = \begin{cases} G_{\beta, \alpha}(x) & , \quad |x| < t \\ 0 & , \quad |x| \geq t \end{cases} \text{ и } G_2(x) = \begin{cases} 0 & , \quad |x| \leq t \\ G_{\beta, \alpha}(x) & , \quad |x| > t. \end{cases}$$

Тогда $J_{\beta, \alpha} f(x) = (G_1 * f)(x) + (G_2 * f)(x) = A(x, t) + C(x, t)$, и значит,

$$\|J_{\beta, \alpha} f\|_{L_{q, \alpha}} \leq \|G_1 * f\|_{L_{q, \alpha}} + \|G_2 * f\|_{L_{q, \alpha}}.$$

Учитывая асимптотические равенства имеем

$$G_1(x) = C_1 \cdot |x|^{-2\alpha - 2 + \beta} + o(|x|^{-2\alpha - 2 + \beta}), \text{ при } |x| \rightarrow 0, \text{ и } 0 < \beta < 2\alpha + 2,$$

и $G_2(x) = O\left(e^{-\frac{1}{2}|x|}\right)$, при $|x| \rightarrow \infty$. Пусть k -любое целое число. Суммируя для любого

$k < 0$, имеем

$$\begin{aligned}
|A(x,t)| &\leq \int_{B(0,t)} |\tau_y f(x)| G_{\beta,\alpha}(y) d\mu_\alpha(y) = \sum_{m=-\infty}^{-1} \int_{2^m t \leq |y| < 2^{m+1} t} |\tau_y f(x)| (G_{\beta,\alpha}(y)) d\mu_\alpha(y) \leq \\
&\leq C \sum_{m=-\infty}^{-1} (2^m t)^{\beta-2\alpha-2} \int_{2^m t \leq |y| < 2^{m+1} t} |\tau_y f(x)| d\mu_\alpha(y) \leq C t^\beta M_\alpha f(x).
\end{aligned}$$

Следовательно, справедлива следующая оценка

$$|A(x,t)| \leq C t^\beta M_\alpha f(x), \quad (7)$$

где постоянная C не зависит от f , x и t . Далее, применяя неравенства Гельдера и неравенство $\|\tau_x f\|_{p,\alpha} \leq 4\|f\|_{p,\alpha}$ имеем

$$\begin{aligned}
|C(x,t)| &\leq \left(\int_{\mathbb{R} \setminus B(0,t)} |\tau_y f(x)|^p d\mu_\alpha(y) \right)^{\frac{1}{p}} \cdot \left(\int_{\mathbb{R} \setminus B(0,t)} (G_{\beta,\alpha}(y))^{p'} d\mu_\alpha(y) \right)^{\frac{1}{p'}} \leq \\
&\leq \|\tau_y f\|_{L_{p,\alpha}} \left(\int_{\mathbb{R} \setminus B(0,t)} (G_{\beta,\alpha}(y))^{p'} d\mu_\alpha(y) \right)^{\frac{1}{p'}} \leq C \|f\|_{L_{p,\alpha}} \left(\int_{\mathbb{R} \setminus B(0,t)} e^{-\frac{|y|}{2} p'} d\mu_\alpha(y) \right)^{\frac{1}{p'}}.
\end{aligned}$$

$$\text{Имеем } \left(\int_{\mathbb{R} \setminus B(0,t)} e^{-\frac{|y|}{2} p'} d\mu_\alpha(y) \right)^{\frac{1}{p'}} = C \left(\int_t^\infty e^{-\frac{r p'}{2}} r^{2\alpha+1} dr \right)^{\frac{1}{p'}}.$$

Так как для любого $\gamma > 0$ $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\frac{t p'}{2}} t^\gamma = 0$, следовательно $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-\frac{t p'}{2}} t^{2\alpha+2 + \frac{2\alpha+2}{q p'}} = 0$, то

существует $C > 0$, такое, что $\forall t > 1$ справедливо неравенство $e^{-\frac{t p'}{2}} t^{2\alpha+2 + \frac{2\alpha+2}{q p'}} \leq C$. Таким

образом, $\left(\int_t^\infty r^{2\alpha+2-1 - \left(2\alpha+2 + \frac{2\alpha+2}{q p'}\right)} dr \right)^{\frac{1}{p'}} \leq C t^{-\frac{2\alpha+2}{q}}$ получим

$$\left(\int_{\mathbb{R} \setminus B(0,t)} e^{-\frac{|y|}{2} p'} d\mu_\alpha(y) \right)^{\frac{1}{p'}} \leq C t^{-\frac{2\alpha+2}{q}}. \text{ Очевидно,}$$

$$|C(x,t)| \leq C \|f\|_{L_{p,\alpha}} t^{-\frac{2\alpha+2}{q}}. \quad (8)$$

$$\text{Следовательно, } |J_{\beta,\alpha} f(x)| \leq C \left(t^\beta M_\alpha f(x) + t^{-\frac{2\alpha+2}{q}} \|f\|_{L_{p,\alpha}} \right).$$

Минимизируя по t при $t = C \left[(M_\alpha f(x))^{-1} \|f\|_{L_{p,\alpha}} \right]^{p/(2\alpha+2)}$, имеем

$$|J_{\beta,\alpha} f(x)| \leq C (M_\alpha f(x))^{p/q} \|f\|_{L_{p,\alpha}}^{1-p/q}, \text{ и}$$

$$\int_{B(0,t)} |J_{\beta,\alpha} f(y)|^q d\mu_\alpha(y) \leq C \|f\|_{L_{p,\alpha}}^{q-p} \int_{\mathbb{R} \setminus B(0,t)} (M_\alpha f(y))^p d\mu_\alpha(y) \leq C \|f\|_{L_{p,\alpha}}^q.$$

Отсюда получим неравенство (3).

3) Пусть $f \in L_{1,\alpha}(\mathbf{R})$.

Для того, чтобы доказать неравенство (4) достаточно применить следующее неравенство. Далее,

$$\mu_\alpha(\{x \in \mathbf{R} : |J_{\beta,\alpha} f(x)| > 2\lambda\}) \leq \mu_\alpha(\{x \in \mathbf{R} : |A(x,t)| > \lambda\}) + \mu_\alpha(\{x \in \mathbf{R} : |C(x,t)| > \lambda\}).$$

В силу (7) имеем

$$\begin{aligned} \lambda \mu_\alpha(\{x \in \mathbf{R} : |A(x,t)| > \lambda\}) &= \lambda \int_{\{x \in \mathbf{R} : |A(x,t)| > \lambda\}} d\mu_\alpha(x) \\ &\leq \lambda \int_{\{x \in \mathbf{R} : Ct^\beta (M_\alpha f)(x) > \lambda\}} d\mu_\alpha(x) = \lambda \mu_\alpha(\{x \in \mathbf{R} : (M_\alpha f)(x) > \frac{\lambda}{Ct^\beta}\}) \\ &\leq \lambda \cdot \frac{C_1 t^\beta}{\lambda} \int_{\mathbf{R}} |f(x)| d\mu_\alpha(x) = C_1 t^\beta \|f\|_{L_{1,\alpha}}. \end{aligned}$$

А также

$$\begin{aligned} |C(x,t)| &\leq \int_{\mathbf{R} \setminus B(0,t)} |\tau_y f(x)| |y|^{\beta-2\alpha-2} d\mu_\alpha(y) \leq \\ &\leq t^{\beta-2\alpha-2} \int_{\mathbf{R} \setminus B(0,t)} |\tau_y f(x)| d\mu_\alpha(y) \leq t^{-\frac{2\alpha+2}{q}} \int_{\mathbf{R}} \tau_y |f(x)| d\mu_\alpha(y) = \\ &= t^{-\frac{2\alpha+2}{q}} \int_{\mathbf{R}} |f(y)| d\mu_\alpha(y) = t^{-\frac{2\alpha+2}{q}} \|f\|_{L_{1,\alpha}} \end{aligned}$$

и таким образом, если $t^{-\frac{2\alpha+2}{q}} \|f\|_{L_{1,\alpha}} = \lambda$, то $|C(x,t)| \leq \lambda$ и очевидно, $\mu_\alpha(\{x \in \mathbf{R} : |C(x,t)| > \lambda\}) = 0$. Наконец, имеем

$$\begin{aligned} \mu_\alpha(\{x \in \mathbf{R} : |J_{\beta,\alpha} f(x)| > 2\lambda\}) &\leq C_1 \frac{t^\beta \|f\|_{L_{1,\alpha}}}{\lambda} = C_1 t^{\beta + \frac{2\alpha+2}{q}} = \\ &= C_1 t^{2\alpha+2} = C_1 \lambda^{-q} \|f\|_{L_{1,\alpha}}^q = C_1 \left(\frac{\|f\|_{L_{1,\alpha}}}{\lambda} \right)^q. \end{aligned}$$

С этим мы получим неравенство (4). Таким образом, отображение $f \rightarrow J_{\beta,\alpha} f$ является слабое $(1, q)$ -типа.

Заметим, что $\|G_1 * f\|_{L_{q,\alpha}} \leq C_3 \cdot \|G_3 * f\|_{L_{q,\alpha}}$, где $G_3(x) = |x|^{-2\alpha-2+\beta}$, $x \in \mathbf{R}$.

Те же рассуждения показывают, что

$$\|G_3 * f\|_{L_{q,\alpha}} \leq C_4 \cdot \|f\|_{L_{p,\alpha}}, \text{ при } 1 < p < q < \infty \text{ и } \beta = (2\alpha + 2) \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} \right) \text{ а также}$$

$$\mu_\alpha(\{x \in \mathbf{R} : |G_3 * f| > \lambda\}) \leq \left(\frac{C \cdot \|f\|_{L_{1,\alpha}}}{\lambda} \right)^q, \text{ при } \beta = (2\alpha + 2) \left(1 - \frac{1}{q} \right).$$

Комбинируя оценки для D - сверток с ядрами G_1 и G_2 , получим доказательство 2) и 3).

Чтобы доказать 4), следуя Стейну ([6], стр. 140), рассматриваем функцию

$$f(x) = \begin{cases} |x|^{-\beta} \left(\ln \frac{1}{|x|}\right)^{-\frac{\beta}{2\alpha+2}(1+\varepsilon)}, & |x| \leq \frac{1}{2} \\ 0, & |x| > \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{где } \varepsilon > 0 \text{ - достаточно малое число.}$$

Нетрудно проверить, что при $p = \frac{2\alpha+2}{\beta}$, $f \in L_{p,\alpha}(\mathbb{R})$. Но, к тому же,

$$\|J_{\beta,\alpha} f\|_{L_\infty} \geq |J_{\beta,\alpha} f(0)| = \infty. \quad (9)$$

Наконец, пункт 5) доказывается непосредственным применением неравенства Юнга для D - свертки. Таким образом, теорема доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Dunkl C.F. Differential-difference operators associated with reflections groups // Trans. Amer. Math. Soc. 1989, v. 311, pp. 167-183.
2. Erdélyi A., Magnus W., Oberhettinger F., Tricomi F.G. Higher transcendental functions. vol. I and II. McGraw-Hill, New York, 1953.
3. Soltani F. Lp-Fourier multipliers for the Dunkl operator on the real line // J. Funct. Anal. 209 (2004) pp. 16-35.
4. Trimeche K. Paley-Wiener theorems for the Dunkl transform and Dunkl translation operators // Int. Trans. Spec. Funct. 13 (2002), pp. 17-38.
5. Ruiz A. and Vega L. On local regularity of Schrödinger equations // Int. Math. Res. Notices 1993:1 (1993), pp. 13-27.
6. Стейн И.М. Сингулярные интегралы и дифференциальные свойства функций. М.: Мир, 1973, 342 с.

XÜLASƏ

Y.Məmmədov

Dankl operatoru ilə bağlı $L_{p,\alpha}(\mathbb{R})$ fəzasında Bessel potensialı

Dankl operatoru ilə bağlı Bessel potensialı (\equiv Dankl-Bessel potensialı yaxud D-Bessel potensialı) təyin edilmiş və öyrənilmişdir. Hardi-Litlvud-Sobolev teoreminin analoqu isbat edilmişdir. Bu teorem əsas nəticə sayılır və Dankl tipli $J_{\beta,\alpha}$ D- Bessel potensialının $L_{p,\alpha}(\mathbb{R})$ fəzasından $L_{q,\alpha}(\mathbb{R})$, $1 < p < q < \infty$ fəzasına və $L_{p,\alpha}(\mathbb{R})$ fəzasından $L_{p,\alpha}(\mathbb{R})$, $1 \leq p \leq \infty$ fəzasına məhdud təsir etməsi üçün kafi şərtlər alınır.

ABSTRACT

Y.Mammadov

Bessel potential associated with the Dunkl operator in $L_{p,\alpha}(R)$ space

In the article Bessel potential (\equiv Dunkl – Bessel potential or D- Bessel potential) associated with the Dunkl operator was defined and studied. The analogue of the Hardy – Littlewood-Sobolev theorem was proved. This theorem is considered the main results and sufficient conditions are formed for boundedness influence from $L_{p,\alpha}(R)$ to $L_{q,\alpha}(R)$, $1 < p < q < \infty$ space and from $L_{p,\alpha}(R)$ to $L_{p,\alpha}(R)$, $1 \leq p \leq \infty$ space of D – Bessel potential $J_{\beta,\alpha}$ of Dunkl type.

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)
Məqaləni çapa təqdim etdi:

ТОФИГ НАДЖАФОВ

АИДА ГУЛИЕВА

УДК 517.544.8

**ОБЩИЕ РЕШЕНИЕ ОДНОРОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ РИМАНА В КЛАССАХ
МОРРИ-ХАРДИ**

Açar sözlər: *Morri Hardy sinifləri, Riman məsələsi, bircins Riman sərhəd məsələsi, hissə-hissə kəsilməz əmsal, Morri –lebeq fəzası*

Keywords: Morrey-Hardy classes, Riemann problem, homogeneous Riemann boundary value problem, piecewise continuous coefficient, Morrey-Lebesgue space

Ключевые слова: *классы Морри-Харди, задача Римана, однородная краевая задача Римана, кусочно-непрерывный коэффициент, пространства Мори-Лебега*

В работе рассматривается однородная краевая задача Римана с кусочно-непрерывным коэффициентом в классах Морри-Харди. При определенных условиях на коэффициент задачи изучается разрешимость этой задачи и строится общее решение однородной задачи в классах Морри-Харди. Полученные результаты можно применять к изучению базисных свойств систем экспонент с кусочно-линейной фазой в пространстве Мори-Лебега.

Classification 2010: 46E30; 30E25

1. Введение

Пространство Морри введено в 1938 году Морри и до сих пор интенсивно изучаются различные вопросы, связанные с этим пространством. Оно играет важную роль в качественной теории эллиптических дифференциальных уравнений (см. напр. [1;2]). Они также позволяют построить массу примеров слабого решения системы Навье-Стокса [3]. В контексте динамики жидкости, пространства Морри использовались для моделирования течения жидкости в случае, когда завихрение является сингулярной мерой, поддерживаемой на некоторых множествах пространства [4]. В последнее время появилось достаточно много работ, рассматривающих в этих пространствах фундаментальные задачи теории дифференциальных уравнений, теории потенциала, теорий максимального и сингулярного операторов, теории приближений и т.п. (см., например, [5] и вышеупомянутые ссылки). Некоторые детали относительно пространства Морри можно рассмотреть, напр., в работах [6,7].

В связи с этим в последнее время интерес к изучению тех или иных вопросов в пространствах типа Морри возрос. Различные вопросы гармонического анализа и теории аппроксимации рассмотрены в работах [8-12].

При решении многих задач математической физики методом Фурье [13-16] возникают возмущённые системы синусов и косинусов вида

$$\{\sin(nt + \alpha(t))\}_{n \in N}, \quad (1)$$

$$\{\cos(nt + \alpha(t))\}_{n \in N}, \quad (2)$$

где $\alpha(t) = \frac{1}{2}(\beta t + \gamma)$, $\beta, \gamma \in R$ – действительные параметры (N – натуральные числа).

Обоснование метода диктует изучение базисных свойств этих систем в лебеговых и соболевых пространствах функций. При $\gamma = 0$ базисные свойства этих систем в пространствах L_p , $1 < p < +\infty$, полностью изучены в работах [17-21]. Весовой случай пространства L_p рассмотрен в работах Е.И.Моисеева [22;23]. Базисные свойства некоторых возмущённых систем экспонент в соболевых пространствах изучены в работах [27-30]. К подобным числам работ можно отнести результаты авторов [31-36].

Одним из методов изучения базисных систем вида (1), (2) является метод краевых задач теории аналитических функций. Он берет свое начало с одной заметки А.В. Бицадзе [37]. Этим методом успешно пользовались авторы работ [18-26]. Следуя этому методу, чтобы изучать базисные свойства систем вида (1), (2) в пространствах типа Морри, сперва следует исследовать разрешимость краевых задач Римана в пространствах Харди типа Морри.

В данной работе рассматривается однородная краевая задача Римана в пространствах Харди типа Морри. Изучается разрешимость этой задачи и строится общее решение однородной задачи при определенных условиях на коэффициент задачи.

Отметим, что в работе [11] рассматриваются классы Morrey-Hardy и Morrey-Lebesgue. Определяются подпространства этих пространств, в которых оператор сдвига непрерывен. Изучаются вопросы базисности классической системы экспонент и некоторых ее частей в этих подпространствах.

2. Необходимые сведения

Нам понадобятся некоторые сведения из теории пространств типа Morrey. Пусть Γ некоторая спрямляемая кривая Жордана на комплексной плоскости C . Через $|M|_\Gamma$ обозначаем линейную меру Лебега множества $M \subset \Gamma$.

Запись $f(x) \sim g(x)$, $x \in M$, означает, что $\exists \delta > 0: \delta \leq \left| \frac{f(x)}{g(x)} \right| \leq \delta^{-1}$, $\forall x \in M$.

Аналогичный смысл несет запись $f(x) \sim g(x)$, $x \rightarrow a$.

Под пространством Morrey-Lebesgue $L^{p,\alpha}(\Gamma)$, $0 \leq \alpha \leq 1$, $p \geq 1$, понимаем нормированное пространство всех измеримых на Γ функций $f(\xi)$ с конечной нормой $\|\cdot\|_{L^{p,\alpha}(\Gamma)}$:

$$\|f\|_{L^{p,\alpha}(\Gamma)} = \sup_B \left(|B \cap \Gamma|_\Gamma^{\alpha-1} \int_{B \cap \Gamma} |f(\xi)|^p |d\xi| \right)^{1/p} < +\infty.$$

$L^{p,\alpha}(\Gamma)$ является банаховым и $L^{p,1}(\Gamma) = L_p(\Gamma)$, $L^{p,0}(\Gamma) = L_\infty(\Gamma)$. Естественным образом определяется весовой случай $L_\mu^{p,\alpha}(\Gamma)$ пространства Morrey-Lebesgue с весовой функцией $\mu(\xi)$ на Γ с нормой $\|\cdot\|_{L_\mu^{p,\alpha}(\Gamma)}$:

$$\|f\|_{L_{\mu}^{p,\alpha}(\Gamma)} = \|f\mu\|_{L^{p,\alpha}(\Gamma)}, \quad f \in L_{\mu}^{p,\alpha}(\Gamma).$$

Верно включение $L^{p,\alpha_1}(\Gamma) \subset L^{p,\alpha_2}(\Gamma)$ при $0 \leq \alpha_1 \leq \alpha_2 \leq 1$. Таким образом, $L^{p,\alpha}(\Gamma) \subset L_1(\Gamma)$, $\forall \alpha \in [0,1]$, $\forall p \geq 1$.

Далее будем рассматривать случай $\Gamma \equiv [-\pi, \pi]$ и положим $L^{p,\alpha}(-\pi, \pi) \equiv L^{p,\alpha}$.

Единичную окружность с центром в $z=0$ обозначим через γ и пусть $\text{int } \gamma = \omega$. Определим пространство Моррей-Харди $H_+^{p,\alpha}$ аналитических внутри ω функций $f(z)$ с нормой $\|\cdot\|_{H_+^{p,\alpha}}$:

$$\|f\|_{H_+^{p,\alpha}} = \sup_{0 < r < 1} \|f(re^{it})\|_{L^{p,\alpha}}.$$

В работе [11] установлена справедливость следующей теоремы.

Теорема 1. *Функция $f(\cdot)$ принадлежит $H_+^{p,\alpha}$ только тогда, когда $\exists f^+ \in L^{p,\alpha}$:*

$$f(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f^+(\tau) d\tau}{\tau - z}.$$

Справедлив также аналог теоремы Смирнова в классах Моррей-Харди.

Теорема 2. *Пусть $f \in H_+^{p_1,\alpha}$, $1 \leq p_1 < +\infty$, $0 \leq \alpha \leq 1$, и $f^+ \in L^{p_2,\alpha}$, где $p_1 < p_2 < +\infty$, f^+ - некасательные граничные значения функции f на γ . Тогда $f \in H_+^{p_2,\alpha}$.*

Обозначим через $\tilde{L}^{p,\alpha}$ линейное подпространство $L^{p,\alpha}$ функций, сдвиги которых непрерывны в $L^{p,\alpha}$, т.е. $\|f(\cdot + \delta) - f(\cdot)\|_{L^{p,\alpha}} \rightarrow 0$, при $\delta \rightarrow 0$. Берем замыкание $\tilde{L}^{p,\alpha}$ в $L^{p,\alpha}$ и обозначим его через $\bar{L}^{p,\alpha}$. В работе [11] доказана следующая

Теорема 3. *Бесконечно дифференцируемые на $[0, 2\pi]$ функции плотны в пространстве $\bar{L}^{p,\alpha}$.*

Рассмотрим следующий сингулярный оператор

$$(Sf)(\tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi) d\xi}{\xi - \tau}, \quad \tau \in \gamma.$$

Используя результаты работ [9, 10, 12] легко доказывается следующая

Теорема 4. *Сингулярный оператор S ограниченно действует в $\bar{L}^{p,\alpha}(\gamma)$, при $0 < \alpha \leq 1$ и $1 < p < +\infty$.*

Также доказана следующая

Теорема 5. *Пусть $f \in \bar{L}^{p,\alpha}$, $0 < \alpha \leq 1$, $1 < p < +\infty$. Тогда*

$$\|(\mathcal{A}f)(r\xi) - f^+(\xi)\|_{L^{p,\alpha}} \rightarrow 0, \quad r \rightarrow 1-0,$$

где $(\mathcal{A}f)(z)$ интеграл типа Коши

$$(\mathcal{A}f)(z) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma} \frac{f(\xi) d\xi}{\xi - z}, \quad z \notin \gamma.$$

Аналогичное утверждение верно и для случая $f^-(\xi)$ при $r \rightarrow 1+0$.

Итоговым результатом работы [11] является следующая

Теорема 6. *Система экспонент $\{e^{int}\}_{n \in \mathbb{Z}}$ образует базис в $\bar{L}^{p,\alpha}$ при $1 < p < +\infty$, $0 < \alpha \leq 1$.*

Рассмотрим пространство $H_+^{p,\alpha}$. Подпространство пространства $L^{p,\alpha}$, порожденное сужениями функций из $H_+^{p,\alpha}$ на γ , обозначим через $L_+^{p,\alpha}$. Из результатов предыдущих пунктов непосредственно следует, что пространства $H_+^{p,\alpha}$ и $L_+^{p,\alpha}$ изоморфны и $f^+(\tau) = (Jf)(z)$, где $f \in H_+^{p,\alpha}$, f^+ - некасательные граничные значения f на γ , и J осуществляет соответствующий изоморфизм.

Пусть $\bar{L}_+^{p,\alpha} = \bar{L}^{p,\alpha} \cap L_+^{p,\alpha}$. Ясно, что $\bar{L}_+^{p,\alpha}$ является подпространством $\bar{L}^{p,\alpha}$ относительно нормы $\|\cdot\|_{L^{p,\alpha}}$. Положим $\bar{H}_+^{p,\alpha} = J^{-1}(\bar{L}_+^{p,\alpha})$. Оно является подпространством $H_+^{p,\alpha}$. Пусть $f \in H_+^{p,\alpha}$ и f^+ ее граничные значения. Совершенно очевидно, что норму $\|f\|_{H_+^{p,\alpha}}$ можно определить и выражением $\|f\|_{H_+^{p,\alpha}} = \|f^+\|_{L^{p,\alpha}}$.

Аналогично классическому случаю, определяем класс Моррей-Харди вне ω . Итак, пусть $D = C \setminus \omega$. Будем говорить, что аналитическая в D^- функция f имеет конечный порядок k на бесконечности, если ряд Лорана ее в окрестности бесконечно удаленной точки имеет вид

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^k a_n z^n, \quad k < +\infty, \quad a_k \neq 0. \quad (3)$$

Таким образом, при $k > 0$ функция $f(z)$ имеет полюс порядка k ; при $k = 0$ она ограничена; а в случае $k < 0$ имеет нуль порядка $(-k)$. Пусть $f(z) = f_0(z) + f_1(z)$, где $f_0(z)$ - главная, а в $f_1(z)$ - правильная части разложения (3) функции $f(z)$. Следовательно, если $k \leq 0$, то $f_0(z) \equiv 0$. При $k > 0$, $f_0(z)$ есть полином степени k . Будем говорить, что функция $f(z)$ принадлежит классу ${}_m H_-^{p,\alpha}$, если f имеет порядок на бесконечности меньше либо равен m , т.е. $k \leq m$ и $f_1\left(\frac{1}{z}\right) \in H_+^{p,\alpha}$.

Совершенно аналогично случаю $\bar{H}_+^{p,\alpha}$, определяется класс ${}_m \bar{H}_-^{p,\alpha}$. Иначе говоря, ${}_m \bar{H}_-^{p,\alpha}$ - подпространство функций из ${}_m H_-^{p,\alpha}$, сдвиги которых на единичной окружности непрерывны относительно нормы $\|\cdot\|_{L^{p,\alpha}(\gamma)}$.

Нам понадобится также следующий результат из работы [11].

Теорема 7. Системы $\{e^{int}\}_{n \in \mathbb{Z}_+}$; $\{e^{-int}\}_{n \in \mathbb{N}}$ ($\{z^n\}_{n \in \mathbb{Z}_+}$; $\{z^{-n}\}_{n \in \mathbb{N}}$) образуют базисы в пространствах $\bar{L}_+^{p,\alpha}$; ${}_{-1}\bar{L}_-^{p,\alpha}$ ($\bar{H}_+^{p,\alpha}$; ${}_{-1}\bar{H}_-^{p,\alpha}$), соответственно.

Будем пользоваться также следующими понятиями. Пусть $\Gamma \subset C$ - некоторая ограниченная спрямляемая кривая, и $t = t(\sigma)$, $0 \leq \sigma \leq l$, ее параметрическое представление относительно длина дуги σ , l - длина Γ . Положим $d\mu(t) = d\sigma$, т.е. $\mu(\cdot)$ - линейная мера на Γ . Пусть

$$\Gamma_t(r) = \{\tau \in \Gamma : |\tau - t| < r\}, \quad \Gamma_{t(s)}(r) = \{\tau(\sigma) \in \Gamma : |\sigma - s| < r\}.$$

Совершенно очевидно, что $\Gamma_{t(s)}(r) \subset \Gamma_t(r)$.

Определение 1. Кривая Γ называется карлесоновой, если $\exists c > 0$:

$$\sup_{t \in \Gamma} \mu(\Gamma_t(r)) \leq cr, \quad \forall r > 0.$$

Говорят, что кривая Γ удовлетворяет условию *arc-chord* в точке $t_0 = t(s_0) \in \Gamma$, если существует константа $m > 0$, независящая от t , такая, что $|s - s_0| \leq m|t(s) - t(s_0)|$, $\forall t(s) \in \Gamma$. Γ удовлетворяет условию *arc-chord* равномерно на Γ , если $\exists m > 0: |s - \sigma| \leq m|t(s) - t(\sigma)|, \forall t(s), t(\sigma) \in \Gamma$.

Приведем следующую лемму из работы [12], которая представляет также самостоятельный интерес.

Лемма 1 [12]. Пусть Γ ограниченная, спрямляемая кривая. Если степенная функция $|t - t_0|^\gamma, t_0 \in \Gamma$, принадлежит пространству $L^{p,\alpha}(\Gamma), 1 \leq p < \infty, 0 < \alpha < 1$, то имеет место $\gamma \geq -\frac{\alpha}{p}$. Если Γ карлесонова кривая, то это условие и достаточно.

Существенно будем пользоваться следующей теоремой из работы N. Samko [12].

Теорема 8 [12]. Пусть кривая Γ удовлетворяет *arc-chord* условию, и вес $\rho(\cdot)$ определен выражением

$$\rho(t) = \prod_{k=1}^m |t - t_k|^{\alpha_k}, \{t_k\}_1^m \subset \Gamma, t_i \neq t_j \text{ при } i \neq j. \quad (4)$$

Сингулярный оператор S_Γ ограничен в весовом пространстве $L_\rho^{p,\alpha}(\Gamma), 1 < p < +\infty, 0 \leq \alpha < 1$, если выполнены неравенства

$$-\frac{\alpha}{p} < \alpha_k < -\frac{\alpha}{p} + 1, k = \overline{1, m}. \quad (5)$$

Более того, если Γ является гладкой в некоторых окрестностях точек $t_k, k = \overline{1, m}$, то выполнения неравенства (5) являются необходимыми для ограниченности оператора S_Γ в $L_\rho^{p,\alpha}(\Gamma)$.

Совершенно аналогично работе [11] определим пространство $\bar{L}_\rho^{p,\alpha}$. Обозначим через $\tilde{L}_\rho^{p,\alpha}$ линейное подпространство $L_\rho^{p,\alpha}$ функций, сдвиги которых непрерывны в $L_\rho^{p,\alpha}$, т.е. $\|f(\cdot + \delta) - f(\cdot)\|_{L_\rho^{p,\alpha}} \rightarrow 0$, при $\delta \rightarrow 0$. Замыкание $\tilde{L}_\rho^{p,\alpha}$ в $L_\rho^{p,\alpha}$ обозначим через $\bar{L}_\rho^{p,\alpha}$.

В дальнейшем в качестве Γ будем взять единичную окружность $\gamma = \partial\omega$. Рассмотрим весовое пространство $L_\rho^{p,\alpha}(\gamma) =: L_\rho^{p,\alpha}$. Пусть вес $\rho(\cdot)$ удовлетворяет условию (5). Тогда по Теореме 8 оператор S_γ ограничен в $L_\rho^{p,\alpha}$, т.е. $\exists c > 0$:

$$\|S_\gamma f\|_{L_\rho^{p,\alpha}} \leq C \|f\|_{L_\rho^{p,\alpha}}, \forall f \in L_\rho^{p,\alpha}.$$

Покажем, что $\bar{L}_\rho^{p,\alpha}$ является инвариантным подпространством относительно сингулярного оператора S_γ , если выполнены неравенства (5). Совершенно очевидно, что достаточно доказать непрерывность сдвига S_γ . Возьмем $\forall \delta \in \mathbb{R}$ и рассмотрим

$$(S_\gamma f)(\tau e^{i\delta}) = \frac{1}{2\pi i} \int_\gamma \frac{f(\xi) d\xi}{\xi - \tau e^{i\delta}}.$$

Имеем

$$(S_\gamma f)(e^{i\delta}\tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_\gamma \frac{f(e^{-i\delta}\xi e^{i\delta}) d(e^{-i\delta}\xi)}{\xi e^{i\delta} - \tau} = \frac{1}{2\pi i} \int_\gamma \frac{f(\xi e^{i\delta}) d(\xi)}{\xi - \tau}.$$

Учитывая это соотношение получаем

$$(S_\gamma f)(e^{i\delta}\tau) - (S_\gamma f)(\tau) = \frac{1}{2\pi i} \int_\gamma \frac{f(\xi e^{i\delta}) - f(\xi)}{\xi - \tau} d\xi = (S_\gamma (f(\cdot e^{i\delta}) - f(\cdot)))(\tau).$$

Пусть $f \in \bar{L}_p^{p,\alpha}$. Тогда из Теоремы 8 [12] непосредственно следует

$$\|(S_\gamma f)(e^{i\delta}\tau) - (S_\gamma f)(\tau)\|_{\bar{L}_p^{p,\alpha}} = \|(S_\gamma (f(\cdot e^{i\delta}) - f(\cdot)))(\tau)\|_{\bar{L}_p^{p,\alpha}} \leq C \|f(\cdot e^{i\delta}) - f(\cdot)\|_{\bar{L}_p^{p,\alpha}} \rightarrow 0, \delta \rightarrow 0.$$

Таким образом, справедлива следующая

Теорема 9. Пусть весовая функция $\rho(\cdot)$ определена выражением (4), где $\Gamma \equiv \gamma$. Если выполнены неравенства (5), то сингулярный оператор S_γ ограничено действует в $\bar{L}_p^{p,\alpha}$.

Пусть I – некоторый интервал, и $f \in L^{p,\alpha}(I)$, $g \in L^{q,\alpha}(I)$, где здесь и далее $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$.

Имеем

$$\int_I |fg| dt \leq |I|^{1-\alpha} \sup_{x \in I, r > 0} r^{\alpha-1} \int_{I_r(x)} |fg| dt = |I|^{1-\alpha} \|fg\|_{1,\alpha},$$

где $|I|$ – лебегово мера I , $I_r(x) \equiv I \cap (x-r, x+r)$. Применив неравенство Гельдера из предыдущего неравенства, получаем

$$\begin{aligned} \int_I |fg| dt &\leq |I|^{1-\alpha} \sup_{x \in I, r > 0} \left(r^{\alpha-1} \int_{I_r(x)} |f|^p dt \right)^{\frac{1}{p}} \times \left(r^{\alpha-1} \int_{I_r(x)} |g|^q dt \right)^{\frac{1}{q}} \leq |I|^{1-\alpha} \sup_{x \in I, r > 0} \left(r^{\alpha-1} \int_{I_r(x)} |f|^p dt \right)^{\frac{1}{p}} \times \\ &\times \sup_{x \in I, r > 0} \left(r^{\alpha-1} \int_{I_r(x)} |g|^q dt \right)^{\frac{1}{q}} = |I|^{1-\alpha} \|f\|_{p,\alpha} \|g\|_{q,\alpha}. \end{aligned}$$

Итак, справедлива следующая

Лемма 2. Пусть $f \in L^{p,\alpha}(I) \wedge g \in L^{q,\alpha}(I)$, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$, $p \in [1, +\infty)$. Тогда справедливо

следующее неравенство Гельдера

$$\|fg\|_{L_1} \leq |I|^{1-\alpha} \|fg\|_{1,\alpha} \leq |I|^{1-\alpha} \|f\|_{p,\alpha} \|g\|_{q,\alpha}.$$

При последующих рассуждениях часто используется следующая

Лемма 3. Пусть $|f(t)| \leq |g(t)|$, н.в. $t \in [-\pi, \pi]$. Тогда $\|f\|_{L_p^{p,\alpha}} \leq \|g\|_{L_p^{p,\alpha}}$.

При получении основного результата нам понадобится также следующая лемма, которая непосредственно следует из Леммы 1 [12].

Лемма 4. Конечное произведение $\prod_k |t - t_k|^{\alpha_k}$ принадлежит пространству $L^{p,\alpha}$, если

выполнены неравенства $\alpha_k \geq -\frac{\alpha}{p}, \forall k$, где $0 < \alpha < 1$, $1 < p < +\infty$.

3. Однородная задача Римана в классах Morrey-Hardy

Рассмотрим следующую однородную задачу Римана в классах $(H_+^{p,\alpha}; {}_m H_-^{p,\alpha})$:

$$\begin{cases} F^+(\tau) - G(\tau)F^-(\tau) = 0, \tau \in \gamma, \\ F^+(z) \in H_+^{p,\alpha}; F^-(z) \in {}_m H_-^{p,\alpha}, \end{cases} \quad (6)$$

где $G(e^{it}) = |G(e^{it})|e^{i\theta(t)}$, $\theta(t) = \arg G(e^{it})$, $t \in [-\pi, \pi)$.

Задачу (6) будем исследовать по методу, разработанному в монографии И.И.Данилюка [38]. Введем следующие аналитические внутри (знак «+») и вне (знак «-») единичного круга функции $X_i^\pm(z)$:

$$X_1(z) \equiv \exp \left\{ \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \ln |G(e^{it})| \frac{e^{it} + z}{e^{it} - z} dt \right\}, \quad X_2(z) \equiv \exp \left\{ \frac{i}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \theta(t) \frac{e^{it} + z}{e^{it} - z} dt \right\}.$$

Определим $Z_i(z) \equiv \begin{cases} X_i(z), |z| < 1, \\ [X_i(z)]^{-1}, |z| > 1. \end{cases}$

Формулы Сохоцкого-Племеля дают

$$\left| G(e^{it}) \right| = \frac{Z_1^+(e^{it})}{Z_1^-(e^{it})}, \quad e^{i\theta(t)} = \frac{Z_2^+(e^{it})}{Z_2^-(e^{it})}.$$

Вводя обозначение $Z(z) \equiv Z_1(z)Z_2(z)$, имеем

$$Z^+(\tau) - G(\tau)Z^-(\tau) = 0, \tau \in \Gamma. \quad (7)$$

Следуя классическому случаю, функцию $Z(z)$ назовем каноническим решением задачи (6).

Подставляя значения $G(\tau)$ из (7) в (6) получим $\frac{F^+(\tau)}{Z^+(\tau)} = \frac{F^-(\tau)}{Z^-(\tau)}$, $\tau \in \Gamma$.

Положим $\Phi(z) \equiv \frac{F(z)}{Z(z)}$, и пусть $\Phi(z) \equiv \begin{cases} \Phi^+(z), |z| < 1, \\ \Phi^-(z), |z| > 1. \end{cases}$

Нетрудно заметить, что функция $Z(z)$ не имеет нулей и полюсов при $z \notin \Gamma$. Поэтому функции $\Phi(z)$ и $F(z)$ имеют одинаковые порядки на бесконечности. Из результатов монографии [38] непосредственно следует, что функция $\Phi(z)$ принадлежит классу Харди H_δ^\pm при достаточно малом $\delta > 0$. Покажем, что $\Phi(z) \in H_1^\pm$. Для этого достаточно показать, что $\Phi^\pm(\tau) \in L_1(\Gamma)$. Дальнейшее непосредственно следует из теоремы Смирнова.

Из соотношения $F^- \in {}_m H_-^{p,\alpha}$ (это включение верно по определению решения) непосредственно следует, что $F^- \in L^{p,\alpha}$. Поэтому, как следует из Леммы 2, для справедливости включения $\Phi^- \in L_1$, достаточно показать, что $[Z^-(\tau)]^{-1} \in L^{q,\alpha}$.

В дальнейшем будем предполагать, что функция $\theta(\cdot)$ имеет ограниченную вариацию и имеет представление $\theta(t) = \theta_0(t) + \theta_1(t)$, где $\theta_0(\cdot)$ – непрерывная часть $\theta(\cdot)$ на $[-\pi, \pi]$, а $\theta_1(\cdot)$ функция скачков

$$\theta_1(-\pi) = 0, \theta_1(s) = \sum_{s_k: -\pi < s_k < s} h_k,$$

$h_k = \theta(s_k + 0) - \theta(s_k - 0), k = \overline{1, r}$ – скачки функции $\theta(\cdot)$ в точках разрыва $\{s_k\}_1^r: -\pi < s_1 < \dots < s_r < \pi$. Положим $h_0 = \theta(-\pi) - \theta(\pi), h_0^{(0)} = \theta(\pi) - \theta(-\pi)$.

Пусть
$$u_0(t) \equiv \left\{ \sin \left| \frac{t - \pi}{2} \right| \right\}^{\frac{h_0^{(0)}}{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \theta_0(\tau) \operatorname{ctg} \frac{t - \tau}{2} d\tau \right\}.$$

Обозначим
$$u(t) = \prod_{k=1}^r \left\{ \sin \left| \frac{t - s_k}{2} \right| \right\}^{\frac{h_k}{2\pi}}.$$

Как следует из результатов работы [38], $|Z_2^-(\tau)|$ выражается формулой

$$|Z_2^-(e^{it})| = u_0(t) |u^{-1}(t)| \left\{ \sin \left| \frac{t - \pi}{2} \right| \right\}^{\frac{h_0}{2\pi}}.$$

Из формулы Сохоцкого-Племеля непосредственно следует

$$\sup_{(-\pi, \pi)} \operatorname{vrai} \left\{ |Z_1^-(e^{it})|^{\pm 1} \right\} < +\infty.$$

Таким образом, для $|Z^-(e^{it})|^{-1}$ имеем представление

$$|Z^-(e^{it})|^{-1} = |Z_1^-(e^{it})|^{-1} |u_0(t)|^{-1} |u(t)| \left\{ \sin \left| \frac{t - \pi}{2} \right| \right\}^{\frac{h_0}{2\pi}}. \quad (8)$$

Как следует из работы [38], имеет место соотношение $\sup_{(-\pi, \pi)} \operatorname{vrai} |u_0(\cdot)|^{\pm 1} < +\infty$.

Применив Лемму 1 [12] к выражению (8) и учитывая Лемму 4 получаем, что функция $|Z^-(e^{it})|^{-1}$ принадлежит пространству $L^{q, \alpha}$, если выполнены следующие неравенства

$$\frac{h_k}{2\pi} \geq -\frac{\alpha}{q}, \quad k = \overline{0, r}. \quad (9)$$

Итак, в результате получаем, что если выполнены неравенства (9), то функция $\Phi^-(e^{it})$ принадлежит L_1 . Оно следует непосредственно из Леммы 2. Тогда из теоремы о единственности [38] (Лемма 19.1, с. 194) следует, что $\Phi(z)$ является полиномом $P_m(z)$ степени $k \leq m$, и в результате имеем $F(z) \equiv Z(z)P_m(z)$. Выясним принадлежность функции $F(\cdot)$ классу $H_{\pm}^{p, \alpha}$. Для этого достаточно доказать, что $Z^-(e^{it})$ принадлежит $L^{p, \alpha}$. Из (8)

получаем представление
$$|Z^-(e^{it})| = |Z_1^-(e^{it})| |u_0(t)| |u(t)|^{-1} \left\{ \sin \left| \frac{t - \pi}{2} \right| \right\}^{\frac{h_0}{2\pi}}.$$

Снова обратив внимание к Лемме 4 получаем, что $Z^- \in L^{p, \alpha}$ тогда и только тогда, когда выполнены неравенства

$$\frac{h_k}{2\pi} \leq \frac{\alpha}{p}, \quad k = \overline{0, r}. \quad (10)$$

В результате получаем, что если выполнены неравенства (9) и (10), то общее решение однородной задачи (6) в классах $H_+^{p,\alpha} \times_m H_-^{p,\alpha}$ имеет вид $F(z) \equiv Z(z)P_m(z)$, где $P_m(\cdot)$ – произвольный полином степени $k \leq m$. Итак, справедлива

Теорема 10. Пусть коэффициент $G(\cdot)$ задачи (6) удовлетворяет условиям: *i*) $G^{\pm 1} \in L_\infty(\gamma)$;

ii) $\theta(\cdot) \equiv \arg G(e^{it})$ – кусочно непрерывна на $[-\pi, \pi]$, $\{s_k\}_1^r : -\pi < s_1 < \dots < s_r < \pi$ – точки разрыва, $h_k = \theta(s_k + 0) - \theta(s_k - 0)$, $k = \overline{1, r}$ – соответствующие скачки, $h_0 = \theta(-\pi) - \theta(\pi)$.

Тогда, если выполнены неравенства

$$-\frac{\alpha}{q} \leq \frac{h_k}{2\pi} \leq \frac{\alpha}{p}, \quad k = \overline{0, r}, \quad (11)$$

то однородная задача Римана (6) имеет общее решение в классах $H_+^{p,\alpha} \times_m H_-^{p,\alpha}$ вида $F(z) \equiv Z(z)P_m(z)$, где $Z(\cdot)$ – каноническое решение, $P_m(\cdot)$ – произвольный полином степени $k \leq m$.

Из этой теоремы непосредственно следует следующее

Следствие 1. Пусть выполнены все условия Теоремы 10. Тогда однородная задача Римана (6) имеет только тривиальное решение в классах $H_+^{p,\alpha} \times_m H_-^{p,\alpha}$, при $m \leq -1$.

Замечание 1. Следует обратить внимание на то, что предельное положение неравенств (11) при $\alpha \rightarrow 1-0$ являются неравенства

$$-\frac{1}{q} < \frac{h_k}{2\pi} < \frac{1}{p}, \quad k = \overline{0, r}; \quad (12)$$

которые достаточны для установления общего решения однородной задачи Римана (6) в классах Харди $H_+^p \times_m H_-^p$. В этом случае теория задачи Римана достаточно хорошо разработана и освещена в монографии И.И. Данилюка [38]. Итак, получаем, что если неравенства (11) выполнены при некотором $\alpha \in (0, 1)$, то общее решение однородной задачи Римана (6) в классах Харди $H_+^p \times_m H_-^p$ имеет вид $F(z) \equiv Z(z)P_m(z)$, где $Z(\cdot)$ – каноническое решение, $P_m(\cdot)$ – произвольный полином степени $k \leq m$.

Наоборот, если выполнены неравенства (12), то ясно, что $\exists \alpha \in (0, 1)$, такое, что имеют место неравенства (11), и в результате справедливо утверждение Теоремы 10.

ЛИТЕРАТУРА

1. Anna L. Mazuccato. Decomposition of Besov-Morrey spaces. In Harmonic Analysis at Mount Holyake, AMS series in Contemporary Mathematics, 2003, 320, pp.279-294
2. Yemin Chen. Regularity of the solution to the Dirichlet problem in Morrey space, J. Partial Diff. Equations, 2002, 15, pp.37-46
3. Lemarie-Rieusset P.G. Some remarks on the Navier-Stokes equations in R^3 , J. Math. Phys., 1988, 39(8), pp.4108-4118
4. Giga Y., Miyakawa T. Navier-Stokes flow in R^3 with measures as initial vorticity and Morrey spaces, Comm. In Partial Differential Equations, 1989, 14(5), pp.577-618

5. Duoandikoetxea J. Weight for maximal functions and singular integrals, NCTH Summer School on Harmonic Analysis in Taiwan, 2005
6. Peetre J. On the theory of $L^{p,\lambda}$ spaces, J. Funct. Anal., 1964, 4, pp.71-87
7. Zorko C.T. Morrey space, Proc. of the Amer. Math. Society, 1986, v.98, is.4, pp. 586-592
8. Ky N.X. On approximation by trigonometric polynomials in L_u^p - spaces, Studia Sci. Math. Hungar, 1993, 28, pp.183-188
9. Kokilashvili V., Meskhi A. Boundedness of maximal and singular operators in Morrey spaces with variable exponent, Govern. College Univ., Lahore 72, 2008, pp.1-11
10. Israfilov D.M., Tozman N.P. Approxiamtion by polynomials in Morrey-Smirnov classes, East J. Approx., 2008, v.14(3), pp.255-269
11. Bilalov B.T., Quliyeva A.A. On basicity of exponential systems in Morrey type spaces, International Journal of Mathematics, Vol. 25, No. 6 (2014), pp.1-10
12. Samko N. Weight Hardy and singular operators in Morrey spaces, Journal of Mathematical Analysis and Application, 2009, 35(1), pp.183-188
13. Пономарев С.М. Об одной задаче на собственные значения, ДАН СССР, 1979, Т.249, №5, 1068-1070
14. Моисеев Е.И. О некоторых краевых задачах для уравнений смешанного типа, Дифф. уравн., 1992, т.28, №1, с. 123-132
15. Моисеев Е.И. О решении задачи Франкля в специальной области, Дифф. уравн., 1992, т. 28, №4, с. 682-692
16. Моисеев Е.И. О существовании и единственности решения одной классической задачи, Докл. РАН, 1994, т. 336, №4, с. 448-450
17. Paley R., Wiener N. Fourier Transforms in the Complex Domain, Amer. Math. Soc. Colloq. Publ., 19 (Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1934)
18. Levinson N. Gap and Density Theorems, Amer. Math. Soc. Colloq. Publ., 29(Amer. Math. Soc., Providence, RI, 1940)
19. Седлецкий А.М. Биортогональные разложения в ряды экспонент на интервалах вещественной оси, Усп. мат. наук, 1982 т.37, в. 5 (227), с.51-95.
20. Моисеев Е. И. О базисности систем синусов и косинусов, ДАН СССР, 1984, т. 275, №4, с. 794-798
21. Моисеев Е. И. О базисности одной системы синусов, Дифференц. уравнения, 1987, т.23, №1, с. 177-179
22. Билалов Б.Т. Базисность некоторых систем экспонент, косинусов и синусов, Дифф. уравнения, 1990, т.26, №1, с. 10-16
23. Билалов Б.Т. Базисные свойства некоторых систем экспонент, косинусов и синусов, Сибирский матем. журнал, 2004, Т.45, №2, с.264-273
24. Билалов Б.Т. Свойства базисности в систем степеней. Сиб. Мат. Журнал, 2006, т. 47, №1
25. Bilalov B.T. A system of exponential functions with shift and the Kostyuchenko problem. Siberian Mathematical Journal, 2009, v. 50, No. 2, pp. 279-288
26. Bilalov B.T. On solution of the Kostyuchenko problem, Siberian Mathematical Journal., 53:3 (2012), pp. 509–526
27. Моисеев Е.И. О базисности систем синусов и косинусов в весовом пространстве, Дифф. уравнения, 1998, т. 34, №1, с. 40-44
28. Моисеев Е.И. Базисность в весовом пространстве одной системы собственных функций дифференциального оператора, Дифф. уравнения, 1999, т.35, №2, с. 200-205

29. Моисеев Е.И. О дифференциальных свойствах разложений по системе синусов и косинусов, Дифференциальные уравнения, 1996, т.32, №1, с.117-126
30. Седлецкий А.М. Аппроксимативные свойства систем экспонент в пространствах Соболева, Вестн. Моск. Ун-та, сер.1, мат-ских; 1999, №6, с.3-8
31. Z.G. Huseynov, A.M. Shykhammedov. On bases of sines and cosines in Sobolev spaces, Applied Mathematics Letters, 25 (2012) 275–278
32. D.L. Russell. On Exponential Bases for the Sobolev Spaces over an Interval, Journal of Math. Analysis and Applications, 87, 528-550 (1982)
33. He X., Volkmer H. Riesz bases of solutions of Sturm-Lioville equations, J.Fourier Anal. Appl., 7:3, (2001), 297-307
34. Билалов Б.Т. О базисности систем экспонент косинусов и синусов в L_p , Докл. РАН, 1999, т.365, №1, с. 7-8
35. Билалов Б.Т. О базисности некоторых систем экспонент, косинусов и синусов в L_p , Докл. РАН, 2001, т. 379, №2, с. 7-9
36. Билалов Б.Т. Базисы из экспонент, косинусов и синусов, являющиеся собственными функциями дифференциальных операторов, Дифф. уравнения, 2003, т.39, №5, с. 1-5
37. Бицадзе А.В. Об одной системе функций УМН, 1950, т.5, в.4(38), с.150-151
38. Данилюк И.И. Нерегулярные граничные задачи на плоскости, М., «Наука», 1975, 256 с.

XÜLASƏ

Nəcəfov T.İ, Quliyeva A.A

İşdə Morri-Hardi siniflərində hissə-hissə kəsilməz əmsala malik bircins Riman sərhəd məsələsinə baxılır. Məsələnin əmsalı üzərinə müəyyin şərtlər daxilində bu məsələnin həll olunanlığı öyrənilir və Morri-Hardi siniflərində bircins məsələnin ümumi həlli qurulur. Alınan nəticələri Morri-Lebeq fəzalarında hissə-hissə xətti fazaya malik eksponent sisteminin bazislik xassələrinin öyrənilməsinə tətbiq etmək olar.

ABSTRACT

Najafov T.I, Quliyeva A.A

This work considers the homogeneous Riemann boundary value problem with the piecewise continuous coefficient in Morrey-Hardy classes. Under some conditions on the coefficient, the solvability of this problem is studied and the general solution of homogeneous problems in Morrey-Hardy classes is constructed. The obtained results can be applied to study the basis properties of exponential systems with piecewise linear phase in Morrey-Lebesgue space.

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)
Məqaləni çapa təqdim etdi:

NAILƏ NAMAZOVA

nailadeniz@mail.ru

Naxçıvan Dövlət Universiteti

TƏKRAR XARAKTERISTİKALI 4-CÜ TƏRTİB TƏNLİK ÜÇÜN BİR QARIŞIQ MƏSƏLƏNİN TƏDQIQI

Açar sözlər: spektral məsələ, təkrarlanan xarakteristika, ayrılış düsturu, requlyarlıq, kontur inteqrallar

Key words: spectral problem, recurring character, expansion formula, regularity, contour integrals

Ключевые слова: спектральная задача, кратные характеристики, формула разложения, регулярность, контурные интегралы

Əmsalları fəza dəyişənindən asılı funksiyalar və ya sabitlər olan

$$\left[\frac{\partial^4}{\partial x^4} + P_{22} \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial t^2} + P_{21}(x) \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial t} + P_{20}(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + P_{32}(x) \frac{\partial^3}{\partial t^2 \partial x} + P_{31}(x) \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} + P_{30}(x) \frac{\partial}{\partial x} + P_{44} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + P_{43}(x) \frac{\partial^3}{\partial t^3} + P_{42}(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2} + P_{41}(x) \frac{\partial}{\partial t} + P_{40}(x) \right] u(x, t) = 0, \quad (1)$$

$x \in (0, 1)$

tənliyinə

$$\left[\alpha_{40}^{(v)} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \alpha_{31}^{(v)} \frac{\partial^4}{\partial t^3 \partial x} + \alpha_{22}^{(v)} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial x^2} + \alpha_{13}^{(v)} \frac{\partial^4}{\partial t \partial x^3} \right]_{x=0} + \left[\beta_{40}^{(v)} \frac{\partial^4}{\partial t^4} + \beta_{31}^{(v)} \frac{\partial^4}{\partial t^3 \partial x} + \beta_{22}^{(v)} \frac{\partial^4}{\partial t^2 \partial x^2} + \beta_{13}^{(v)} \frac{\partial^4}{\partial t \partial x^3} \right]_{x=1} u(x, t) = 0, \quad v = \overline{1, 4} \quad (2)$$

sərhəd şərtlərilə və

$$\left. \frac{\partial^k u(x, t)}{\partial t^k} \right|_{t=0} = \Phi_k(x), \quad k = \overline{0, 3} \quad (3)$$

başlanğıc şərtlərilə baxaq. Burada P_i - sabit ədədlər, $P_k(x) \in C^{4-i+k}[0, 1]$, $0 \leq k < i$, $i = \overline{1, 4}$, $\alpha_{40}^{(v)}, \alpha_{31}^{(v)}, \alpha_{22}^{(v)}, \alpha_{13}^{(v)}, \beta_{40}^{(v)}, \beta_{31}^{(v)}, \beta_{22}^{(v)}, \beta_{13}^{(v)}$ verilmiş sabit ədədlər, $\Phi_k(x)$, $k = \overline{0, 3}$ kifayət qədər hamar funksiyalardır.

(1)-(3) qarışıq məsələsi (2) şərtlərində zamana nəzərən törəmələr iştirak etmədikdə [1]-də araşdırılmış, normallaşdırılmış sərhəd şərtləri üçün requlyar sərhəd şərtləri ayrılmış, qarışıq məsələnin həllinin uyğun spektral məsələnin həlli vasitəsilə göstərilişi alınmışdır. Uyğun spektral məsələnin fərqli xarakteristik kökləri iki dəfə təkrarlanan olduğu halda spektral parametr sərhəd

şərtlərinə daxil olduqda [2]-də 4 -qat ayrılış düsturu alınmışdır. Bu işdə (1)-(3) məsələsinin həllinin kontur inteqrallar vasitəsilə göstərilişi tədqiq edilir, həllin varlığı üçün kafi şərtlər alınır.

Laplas inteqral çevirməsini [3, 4] (1)-(3) məsələsinə tətbiq etməklə və

$\int_0^{\infty} e^{-\lambda t} u(x, t) dt = Y(x, \lambda)$ (burada λ -kompleks parametrdir) işarələməsi aparmaqla formal olaraq aşağıdakı spektral məsələni almaq olar.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} + [\lambda^2 P_{22} + \lambda P_{21}(x) + P_{20}(x)] \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} + [\lambda^2 P_{32}(x) + \lambda P_{31}(x) + P_{30}(x)] \frac{\partial Y}{\partial x} + \\ & [\lambda^4 P_{44} + \lambda^3 P_{43}(x) + \lambda^2 P_{42}(x) + \lambda P_{41}(x) + P_{40}(x)] Y = f(x, \lambda). \end{aligned} \quad (4)$$

Burada

$$\begin{aligned} f(x, \lambda) = & P_{22} \frac{d^2}{dx^2} [\Phi_1(x) + \lambda \Phi_0(x)] + P_{21}(x) \frac{d^2}{dx^2} \Phi_0(x) + \\ & + P_{32}(x) \frac{d}{dx} [\Phi_1(x) + \lambda \Phi_0(x)] + P_{31}(x) \frac{d}{dx} \Phi_0(x) + \\ & + P_{44} [\Phi_3(x) + \lambda \Phi_2(x) + \lambda^2 \Phi_1(x) + \lambda^3 \Phi_0(x)] + \\ & + P_{43}(x) [\Phi_2(x) + \lambda \Phi_1(x) + \lambda^2 \Phi_0(x)] + P_{42}(x) [\Phi_1(x) + \lambda \Phi_0(x)] + \\ & + P_{41}(x) \Phi_0(x) = \lambda^3 P_{44} \Phi_0(x) + \lambda^2 [P_{44} \Phi_1(x) + P_{40}(x) \Phi_0(x)] + \\ & + \lambda \left[P_{22} \frac{d^2}{dx^2} \Phi_0(x) + P_{32}(x) \frac{d}{dx} \Phi_0(x) + P_{44} \Phi_2(x) + P_{43} \Phi_1(x) + P_{42} \Phi_0(x) \right] + \\ & + \left[P_{22} \frac{d^2}{dx^2} \Phi_1(x) + P_{21} \frac{d^2}{dx^2} \Phi_0(x) + P_{32} \frac{d}{dx} \Phi_1(x) + P_{31} \frac{d}{dx} \Phi_0(x) + \right. \\ & \left. + P_{44} \Phi_3(x) + P_{43} \Phi_2(x) + P_{42} \Phi_1(x) + P_{41} \Phi_0(x) \right], \end{aligned}$$

sərhəd şərtləri isə aşağıdakı şəkllə düşür

$$\begin{aligned} & \lambda^4 \alpha_{40}^{(v)} Y(0) + \lambda^3 \alpha_{31}^{(v)} Y'(0) + \lambda^2 \alpha_{22}^{(v)} Y''(0) + \lambda \alpha_{13}^{(v)} Y'''(0) + \\ & + \lambda^4 \beta_{40}^{(v)} Y(1) + \lambda^3 \beta_{31}^{(v)} Y'(1) + \lambda^2 \beta_{22}^{(v)} Y''(1) + \lambda \beta_{13}^{(v)} Y'''(1) = F_v(\lambda), \quad v = \overline{1, 4}. \end{aligned} \quad (5)$$

Burada

$$\begin{aligned} F_v(\lambda) = & \alpha_{40}^{(v)} (\lambda^3 \Phi_0(0) + \lambda^2 \Phi_1(0) + \lambda \Phi_2(0) + \Phi_3(0)) + \alpha_{31}^{(v)} (\lambda^2 \Phi_0'(0) + \lambda \Phi_1'(0) + \Phi_2'(0)) + \\ & + \alpha_{22}^{(v)} (\lambda \Phi_0''(0) + \Phi_1''(0)) + \alpha_{13}^{(v)} \Phi_0'''(0) + \beta_{40}^{(v)} (\lambda^3 \Phi_0(1) + \lambda^2 \Phi_1(1) + \lambda \Phi_2(1) + \Phi_3(1)) + \\ & + \beta_{31}^{(v)} (\lambda^2 \Phi_0'(1) + \lambda \Phi_1'(1) + \Phi_2'(1)) + \beta_{22}^{(v)} (\lambda \Phi_0''(1) + \Phi_1''(1)) + \beta_{13}^{(v)} \Phi_0'''(1). \end{aligned}$$

Tutaq ki, $\theta^4 + P_{22} \theta^2 + P_{44} = 0$ xarakteristik tənliyi $\theta_1 = 1, \theta_2 = -1$ hər ikisi iki dəfə təkrarlanan köklərinə malikdir. Onda $P_{22} = -2, P_{44} = 1$ qəbul edə bilərik.

Qarışıq məsələnin həllinin varlığı üçün bu şərtlər ödənilməlidir: Elə bir həqiqi α ədədi olmalıdır ki, $u(x, t)e^{-\alpha t}, u'_x(x, t)e^{-\alpha t}, u_{xx}(x, t)e^{-\alpha t}, u_{xxx}(x, t)e^{-\alpha t}, u_{xxxx}(x, t)e^{-\alpha t}$ funksiyaları $t \rightarrow \infty$ olduqda x -ə nəzərən müntəzəm olaraq məhdud olmalıdır. Bu şərt ödənildikdə yuxarıdakı Laplas çevirməsi (1)-(3) məsələsi (4)-(5) spektral məsələsinin öyrənilməsinə gətirir. Əgər biz (4) tənliyinə Laplas çevirməsi vasitəsilə xüsusi törəməli tənliyin çevirilməsi kimi baxsaq, onda hökm etmək olar ki, xarak-teristik tənliyin fərqli kökləri $\theta_1 = i, \theta_2 = -i$ [5] təkrarlandıqda qoyulan məsələ klassik həllə malik deyil. Bu zaman məxsusi ədədlər Laplas xəttindən kənar da yerləşə bilər. Belə olan

haldə spektral məsələnin məxsusi və qoşma funksiyalarına nəzərən dördqat ayrılış düsturunu müəyyən sınıf sərhəd şərtləri üçün almaq mümkündür. [2]-dən alınır ki, $P_{21}(x) = P_{32}(x) = P_{43}(x) = P_{33}(x) = 0$ götürməklə (4) -tənliyinə uyğun bircins tənliyini fundamental həllər sisteminin ifadələrində spektral parametrlin kəsr dərəcələrini atmaq olar və (1) tənliyinin əvəzinə belə tənliyə baxmaq olar:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} - 2 \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + P_{20}(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - iP_{31}(x) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} - P_{42}(x) \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \\ & + P_{30} \frac{\partial u}{\partial x} - iP_{42}(x) \frac{\partial u}{\partial t} + P_{40}(x) u = 0. \end{aligned}$$

Həlli $u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{i\lambda_n t} Y_n(x)$ (burada $Y_n(x)$)

$$Y'' + (2\lambda^2 + P_{22}(x))Y + (\lambda P_{31}(x) + P_{30}(x))Y' + (\lambda^4 + \lambda^2 P_{42}(x) + \lambda P_{41}(x) + P_{40}(x))Y = 0$$

tənliyi üçün requlyar sərhəd şərtlərilə [2] sadə məxsusi ədədlərə uyğun məxsusi funksiyalardır) şəklində axtarmaqla başlanğıc funksiyaların məxsusi funksiyalara nəzərən ayrılışı alınır.

Tutaq ki, (4)-(5) məsələsinin məxsusi ədədləri Laplas xəttindən solda yerləşir. $u(x, t)$ funksiyası üzərinə qoyulmuş yuxarıdakı məhdudiyətləri nəzərə almaqla (1)-(3) məsələsinin həllini

$$u(x, t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \lim_{V \rightarrow \infty} \int_{\Gamma_V} e^{-\lambda t} Y(x, \lambda) d\lambda \quad (6)$$

(burada Γ_V - bir-birinin daxilində yerləşən, mərkəzləri koordinat başlanğıcında olan müntəzəm genişlənən konturlardır, məxsusi ədədlər konturlar üzərinə düşmür) şəklində axtaraq. (6)-nı formal (1) -də nəzərə alsaq

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial^4}{\partial x^4} + P_{22} \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial t^2} + P_{21}(x) \frac{\partial^3}{\partial x^2 \partial t} + P_{20}(x) \frac{\partial^2}{\partial x^2} + P_{32}(x) \frac{\partial^3}{\partial t^2 \partial x} + P_{31}(x) \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} + \right. \\ & \left. + P_{30}(x) \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial^4}{\partial t^4} + P_{43}(x) \frac{\partial^3}{\partial t^3} + P_{42}(x) \frac{\partial^2}{\partial t^2} + P_{41}(x) \frac{\partial}{\partial t} + P_{40}(x) \right] u(x, t) = \\ & = \frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \lim_{V \rightarrow \infty} \int_{\Gamma_V} e^{-\lambda t} f(x, \lambda) d\lambda = 0 \end{aligned}$$

(inteqralaltı funksiyanın analitik olmasına əsasən).

İndi fərz edək ki, $\Phi_k^{(v)}(x)$ funksiyası parçanın uclarında müəyyən tərtibli törəmələrə qədər sıfıra çevrilir. Onda (5) sərhəd şərtləri bircins formaya çevrilir. Həm də fərz edək ki, $f(\theta) = P_{21}\theta^2 + P_{32}\theta + P_{43}$ funksiyasının kökləri bütün $x \in (0,1)$ üçün təkrarlanır, yəni $f'(\theta_i) = 2P_{21}\theta_i + P_{32} = 0$ burada $\theta_1 = 1, \theta_2 = -1$ götürək. Onda $P_{21} + P_{32} + P_{43} = 0, P_{21} - P_{32} + P_{43} = 0$ bərabərlikləri ödənilməlidir ki, burada $P_{32} = 0$ götürməklə $P_{21} = P_{43} = 0$ alınır.

Sərhəd şərtlərinin əmsallarının [2]-dəki requlyarlıq şərtlərinin ödənməsi nəzərə alınmaqla (6)-nı sərhəd şərtlərinə tətbiq etdikdə onların ödənilməsi alınır. Başlanğıc şərtlərin ödənilməsini

yoxlamaq üçün (4) tənliyinin hər tərəfini λ^4 -ə bölüb $\frac{1}{\lambda}$ -ni ε -la əvəz etməklə aşağıdakı münasibətləri alırıq.

$$\begin{aligned}
& \varepsilon^4 \frac{\partial^4 Y}{\partial x^4} + (-2\varepsilon^2 + P_{20}\varepsilon^4) \frac{\partial^2 Y}{\partial x^2} + (P_{31}(x)\varepsilon^3 + P_{30}(x)\varepsilon^4) \frac{\partial Y}{\partial x} + \\
& + (1 + \varepsilon^2 P_{42}(x) + \varepsilon^3 P_{41}(x) + \varepsilon^4 P_{40}(x)) Y = \varepsilon \Phi_0(x) + \varepsilon^2 \Phi_1(x) + \\
& + \varepsilon^3 \left[-2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Phi_0(x) + \Phi_2(x) + P_{42} \Phi_0(x) \right] + \varepsilon^4 \left[-2 \frac{\partial^2}{\partial x^2} \Phi_1(x) + \right. \\
& \left. + P_{31} \frac{\partial}{\partial x} \Phi_0(x) + \Phi_3(x) + P_{42} \Phi_1(x) + P_{41} \Phi_0(x) \right]. \tag{7}
\end{aligned}$$

(7)-nin həllini

$$Y(x, \lambda) = Y_0(x) + \varepsilon Y_1(x) + \varepsilon^2 Y_2(x) + \varepsilon^3 Y_3(x) + \varepsilon^4 Y_4(x) + \dots \tag{8}$$

şəklində axtaraq. (8) -i (7) -də nəzərə alsaq aşağıdakı formal münasibət alınır:

$$\begin{aligned}
& \varepsilon^4 (Y_0'' + \varepsilon Y_1'' + \varepsilon^2 Y_2'' + \varepsilon^3 Y_3'' + \varepsilon^4 Y_4'' + \dots) + (-2\varepsilon^2 + P_{20}\varepsilon^4) (Y_0'' + \varepsilon Y_1'' + \\
& + \varepsilon^2 Y_2'' + \varepsilon^3 Y_3'' + \varepsilon^4 Y_4'' + \dots) + (P_{31}\varepsilon^3 + P_{30}\varepsilon^4) (Y_0' + \varepsilon Y_1' + \varepsilon^2 Y_2' + \varepsilon^3 Y_3' + \varepsilon^4 Y_4' + \dots) + \\
& + (1 + \varepsilon^2 P_{42} + \varepsilon^3 P_{41} + \varepsilon^4 P_{40}) (Y_0 + \varepsilon Y_1 + \varepsilon^2 Y_2 + \varepsilon^3 Y_3 + \varepsilon^4 Y_4 + \dots) = \\
& = \varepsilon \Phi_0(x) + \varepsilon^2 \Phi_1(x) + \varepsilon^3 \left[-2 \frac{d^2}{dx^2} \Phi_0(x) + \Phi_2(x) + P_{42}(x) \Phi_0(x) \right] + \varepsilon^4 \left[-2 \frac{d^2}{dx^2} \Phi_1(x) + \right. \\
& \left. + P_{31} \frac{d}{dx} \Phi_0(x) + \Phi_3(x) + P_{42}(x) \Phi_1(x) + P_{41}(x) \Phi_0(x) \right].
\end{aligned}$$

Buradan isə

$$\begin{aligned}
& \varepsilon^4 Y_0''(x) + \varepsilon^5 Y_1''(x) + \varepsilon^6 Y_2''(x) + \varepsilon^7 Y_3''(x) + \varepsilon^8 Y_4''(x) + \dots - 2\varepsilon^2 Y_0'' - 2\varepsilon^3 Y_1'' - \\
& - 2\varepsilon^4 Y_2'' - 2\varepsilon^5 Y_3'' - 2\varepsilon^6 Y_4'' + \dots + P_{20}\varepsilon^4 Y_0'' + P_{20}\varepsilon^5 Y_1'' + P_{20}\varepsilon^6 Y_2'' + P_{20}\varepsilon^7 Y_3'' + \\
& + P_{20}\varepsilon^8 Y_4'' + \dots + P_{30}\varepsilon^4 Y_0' + P_{30}\varepsilon^5 Y_1' + P_{30}\varepsilon^6 Y_2' + P_{30}\varepsilon^7 Y_3' + P_{30}\varepsilon^8 Y_4' + \dots + \\
& + Y_0 + \varepsilon Y_1 + \varepsilon^2 Y_2 + \varepsilon^3 Y_3 + \varepsilon^4 Y_4 + \dots + \varepsilon^2 P_{42} Y_0 + \varepsilon^3 P_{42} Y_1 + \varepsilon^4 P_{42} Y_2 + \\
& + \varepsilon^5 P_{42} Y_3 + \varepsilon^6 P_{42} Y_4 + \dots + \varepsilon^3 P_{41} Y_0 + \varepsilon^4 P_{41} Y_1 + \varepsilon^5 P_{41} Y_2 + \varepsilon^6 P_{41} Y_3 + \\
& + \varepsilon^7 P_{41} Y_4 + \dots + \varepsilon^4 P_{40} Y_0 + \varepsilon^5 P_{40} Y_1 + \varepsilon^6 P_{40} Y_2 + \varepsilon^7 P_{40} Y_3 + \varepsilon^8 P_{40} Y_4 + \dots = \\
& = \varepsilon \Phi_0(x) + \varepsilon^2 \Phi_1(x) + \varepsilon^3 \left[-2 \frac{d^2}{dx^2} \Phi_0(x) + \Phi_2(x) + P_{42}(x) \Phi_0(x) \right] + \\
& + \varepsilon^4 \left[-2 \frac{d^2}{dx^2} \Phi_1(x) + P_{31} \frac{d}{dx} \Phi_0(x) + \Phi_3(x) + P_{42}(x) \Phi_1(x) + P_{41}(x) \Phi_0(x) \right] \Rightarrow \\
& Y_0 + \varepsilon Y_1 + \varepsilon^2 [-2Y_0'' + Y_2 + P_{42} Y_0] + \varepsilon^3 [-2Y_1'' + Y_3 + P_{31} Y_0' + P_{42} Y_1 + P_{41} Y_0] + \\
& \varepsilon^4 [Y_0'' + P_{20} Y_0'' - 2Y_2'' + P_{31} Y_1' + P_{30} Y_0' + Y_4 + P_{42} Y_2 + P_{41} Y_1 + P_{40} Y_0] + \dots \\
& = \varepsilon \Phi_0(x) + \varepsilon^2 \Phi_1(x) + \varepsilon^3 \left[-2 \frac{d^2}{dx^2} \Phi_0(x) + \Phi_2(x) + P_{42}(x) \Phi_0(x) \right] + \\
& + \varepsilon^4 \left[-2 \frac{d^2}{dx^2} \Phi_1(x) + P_{31} \frac{d}{dx} \Phi_0(x) + \Phi_3(x) + P_{42}(x) \Phi_1(x) + P_{41}(x) \Phi_0(x) \right] + \dots
\end{aligned}$$

ε -nün uyğun dərəcələrini müqayisə etməklə alırıq:

$$\begin{aligned}
Y_0(x) &= 0, \quad Y_1(x) = \Phi_0(x) \\
-2Y_0'' + Y_2 + P_{42}Y_0 &= \Phi_1(x) \\
-2Y_1'' + Y_3 + P_{31}Y_0' + P_{42}Y_1 + P_{41}Y_0 &= -2\frac{d^2}{dx^2}\Phi_0(x) + \Phi_2(x) + P_{42}(x)\Phi_0(x) \\
Y_0'' + P_{20}Y_0'' - 2Y_2'' + P_{31}Y_1' + P_{30}Y_0' + Y_4 + P_{42}Y_2 + P_{41}Y_1 + P_{40}Y_0 &= \\
= -2\frac{d^2}{dx^2}\Phi_1(x) + P_{31}\frac{d}{dx}\Phi_0(x) + \Phi_0(x) + P_{42}(x)\Phi_1(x) + P_{41}(x)\Phi_0(x)
\end{aligned}$$

Buradan isə

$$\begin{aligned}
Y_0 &= 0, Y_1(x) = \Phi_0(x), Y_2(x) = \Phi_1(x) \\
-2\Phi_0''(x) + Y_3(x) + P_{42}(x)\Phi_0(x) &= -2\frac{d^2}{dx^2}\Phi_0(x) + \\
+ \Phi_2(x) + P_{42}(x)\Phi_0(x) &\Rightarrow Y_3(x) = \Phi_2(x); \\
-2\Phi_1'' + P_{31}(x)\Phi_0'(x) + Y_4(x) + P_{42}(x)\Phi_1(x) + P_{41}(x)\Phi_0(x) &= \\
= -2\frac{d^2}{dx^2}\Phi_1(x) + P_{31}(x)\frac{d}{dx}\Phi_0(x) + \Phi_3(x) + P_{42}(x)\Phi_1(x) + P_{41}\Phi_0(x) &\Rightarrow \\
\Rightarrow Y_4(x) = \Phi_3(x).
\end{aligned}$$

Beləliklə, alırıq ki,

$$y(x, \lambda) = \frac{1}{\lambda}\Phi_0(x) + \frac{1}{\lambda^2}\Phi_1(x) + \frac{1}{\lambda^3}\Phi_2(x) + \frac{1}{\lambda^4}\Phi_3(x) + \dots$$

Bu düsturdan isə başlanğıc şərtlərin ödənilməsi Koşinin inteqral düsturuna (bax [4]) əsasən alınır.

İndi isə [2]-yə uyğun olaraq (4) tənliyi üçün sərhəd şərtlərini

$$L_i(y_j) = L_{i_0}(y_j) + L_{i_1}(y_j) = A_{ij}(\lambda) + B_{ij}(\lambda)e^{q_k\lambda}, \quad i, j = \overline{1,4}, \quad k = 1,2$$

(burada $k = 1, j = \overline{1,2}$ olduqda $k = 2, j = \overline{3,4}$ olduqda $A_{ij}(\lambda), B_{ij}(\lambda)$ (2) sərhəd şərtlərinin əmsalları vasitəsilə aşkar şəkildə çoxhədlilər kimi ifadə olunur, $y_j(x, \lambda), j = \overline{1,4}$ isə (4)-ə uyğun bircins tənliyin fundamental həllər sistemidir) şəklində göstərək və $e_\nu(x, \lambda), \nu = \overline{1,4}$ ilə $(A_{ij}(\lambda), B_{ij}(\lambda))^4$ $i, j = 1$ matrisinin ν -cü sətirinin elementlərinin ən yüksək artma tərtibini işarə edək. Onda [2]-dəki teorem 1-ə əsasən requlyarlıq şərtləri

$$C_1(\lambda) = \det\{C_{ij}^{(1)}(\lambda)\}_{i,j=1}^4, \quad C_2(\lambda) = \det\{C_{ij}^{(2)}(\lambda)\}_{i,j=1}^4$$

$$C_{ij}^{(1)}(\lambda) = A_{ij}(\lambda), \quad i = \overline{1,4}, \quad j = 1,2, \quad C_{ij}^{(1)}(\lambda) = B_{ij}(\lambda), \quad i = \overline{1,4}, \quad j = 3,4;$$

$$C_{ij}^{(2)}(\lambda) = B_{ij}(\lambda), \quad i = \overline{1,4}, \quad j = 1,2, \quad C_{ij}^{(2)}(\lambda) = A_{ij}(\lambda), \quad i = \overline{1,4}, \quad j = 3,4;$$

çoxhədlilərinin eyni artma tərtibi $H, \sum_{i=1}^4 l_i \leq H$ olması ilə müəyyən olunur və spectral məsələnin

Qrin funksiyası [1] üçün bütün $x, \xi \in [0,1]$ üçün spektrin kiçik δ ətrafından kənarında

$$O\left(\frac{1}{\lambda^2}\right), \quad |\lambda| \rightarrow \infty$$

asimptotik ifadəsi alınır. [1] -dən istifadə etməklə birbaşa hesablamayla alınır ki, spectral məsələnin həlli üçün aşağıdakı münasibət doğrudur:

$$\frac{d^m Y}{dx^m} = \gamma_m(x) + \int_0^1 \frac{\partial^m G(x, \xi, \lambda)}{dx^m} f(\xi, \lambda) d\xi. \quad (9)$$

Burada $G(x, \xi, \lambda)$ - Qrin funksiyası, $\gamma_m(x) = \begin{cases} 0, & m = \overline{0,3} \\ f(x, \lambda), & m = 4. \end{cases}$

$\frac{\partial^m G(x, \xi, \lambda)}{\partial x^m}$ funksiyalarının $|\lambda| \rightarrow \infty$ olduqda asimptotik qiymətləndirilməsini spektral parametərə nəzərən aparmaqla

$$\left| \frac{\partial^m G(x, \xi, \lambda)}{\partial x^m} \right| \leq M_m \cdot |\lambda|^{m-2}, \quad m = \overline{0,4}, \quad (10)$$

(burada M_m -sabit ədədlərdir) münasibəti alınır.

Beləliklə aşağıdakı teoremi isbat etmiş oluruq:

Teorem. Tutaq ki, $\Phi_k(x)$, ($k = \overline{0,3}$) funksiyaları $[0,1]$ parçasında 7-ci tərtibə qədər kəsilməz törəməyə malikdir və uclarda funksiyaların törəmələri sıfıra çevrilir, sərhəd şərtləri requlyardır, məxsusi ədədlər Laplas xəttindən solda yerləşir. Onda (1)-(3) qarışıq məsələsinin klassik həlli (6) düsturu vasitəsilə ifadə olunur.

Qeyd. Başlanğıc şərtlərin ödənilməsini belə əvəzləmələr aparmaqla aşağıdakı sxem üzrə də yoxlamaq olar:

$$\left\{ \begin{array}{l} u = u_0 \\ \frac{\partial u_0}{\partial t} = u_1 \\ \frac{\partial^2 u_0}{\partial t^2} = \frac{\partial u_1}{\partial t} = u_2 \\ \frac{\partial^3 u_0}{\partial t^3} = \frac{\partial u_2}{\partial t} = u_3 \\ \frac{\partial u_3}{\partial t} = -\frac{\partial^4 u_0}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} - P_{20}(x) \frac{\partial^2 u_0}{\partial x^2} - P_{31}(x) \frac{\partial u_1}{\partial x} - P_{30}(x) \frac{\partial u_0}{\partial x} - \\ - P_{42}(x) u_2 - P_{41}(x) u_1 - P_{40} u_0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} u_0|_{t=0} = \Phi_0(x), \quad u_1|_{t=0} = \Phi_1(x) \\ u_2|_{t=0} = \Phi_2(x), \quad u_3|_{t=0} = \Phi_3(x) \end{array} \quad (11)$$

Uyğun spektral məsələ olaraq bu sistem götürülür.

$$\begin{array}{l} v_1 - \lambda v_0 = -\Phi_0(x) \\ v_2 - \lambda v_1 = -\Phi_1(x) \\ v_3 - \lambda v_2 = -\Phi_2(x) \\ -\frac{d^4 v_0}{dx^4} + 2 \frac{d^2 v_0}{dx^2} - P_{20} \frac{d^2 v_0}{dx^2} - P_{31}(x) \frac{dv_1}{dx} - P_{30}(x) \frac{dv_0}{dx} - P_{42}(x) v_2 - \\ - P_{41}(x) v_1 - P_{40} v_0 - \lambda v_3 = -\Phi_3(x). \end{array}$$

Burada v_0 -ı qeyd edək. Onda

$$v_1 = \lambda v_0 - \Phi_0(x)$$

$$v_2 = \lambda v_1 - \Phi_1(x) = \lambda^2 v_0 - \lambda \Phi_0(x) - \Phi_1(x)$$

$$v_3 = \lambda v_2 - \Phi_2(x) = \lambda^3 v_0 - \lambda^2 \Phi_0(x) - \lambda \Phi_1(x) - \Phi_2(x)$$

$$\begin{aligned} & -\frac{d^4 v_0}{dx^4} + 2\lambda^2 \frac{d^2 v_0}{dx^2} - 2\lambda \frac{d^2 \Phi_0(x)}{dx^2} - 2 \frac{d^2 \Phi_1(x)}{dx^2} - P_{20}(x) \frac{d^2 v_0}{dx^2} - \lambda P_{31}(x) \frac{dv_0}{dx} + \\ & + P_{31}(x) \frac{d\Phi_0(x)}{dx} - P_{30}(x) \frac{dv_0}{dx} - \lambda^2 P_{42}(x) v_0 + \lambda P_{42}(x) \Phi_0(x) + P_{42}(x) \Phi_1(x) - \\ & - \lambda P_{41}(x) v_0 + P_{41}(x) \Phi_0(x) - P_{40}(x) v_0 - \lambda^4 v_0 + \lambda^3 \Phi_0(x) + \lambda^2 \Phi_1(x) + \lambda \Phi_2(x) + \\ & + \Phi_3(x) = 0 \Rightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{d^4 v_0}{dx^4} + [-2\lambda^2 + P_{20}(x)] \frac{d^2 v_0}{dx^2} + [\lambda P_{31}(x) + P_{30}(x)] \frac{dv_0}{dx} + \\ & + [\lambda^4 + \lambda^2 P_{42}(x) + \lambda P_{41} + P_{40}(x)] v_0 = \lambda^3 \Phi_0(x) + \lambda^2 \Phi_1(x) + \\ & + \lambda \left[-2 \frac{d^2}{dx^2} \Phi_0(x) + P_{42}(x) \Phi_0(x) + \Phi_2(x) \right] + \\ & + \left[-2 \frac{d^2}{dx^2} \Phi_1(x) + P_{31}(x) \frac{d}{dx} \Phi_0(x) + P_{42} \Phi_1(x) + P_{41} \Phi_0(x) + \Phi_3(x) \right] \Rightarrow \\ & \Rightarrow \frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \lim_{\nu \rightarrow \infty} \int_{\Gamma_\nu} v_0(x, \lambda) d\lambda = \Phi_0(x). \end{aligned}$$

İndi isə (12)-də v_1 -i qeyd edək. Onda

$$v_0 = \lambda^{-1} v_1 + \Phi_0(x)$$

$$v_2 = \lambda v_1 - \Phi_1(x)$$

$$v_3 = \lambda v_2 - \Phi_2(x) = \lambda^2 v_1 - \lambda \Phi_1(x) - \Phi_2(x)$$

$$\begin{aligned} & -\lambda^{-1} \frac{d^4 v_1}{dx^4} - \frac{d^4 \Phi_0(x)}{dx^4} + 2\lambda \frac{d^2 v_1}{dx^2} - 2 \frac{d^2 \Phi_1(x)}{dx^2} - P_{21}(x) \lambda^{-1} \frac{d^2 v_1}{dx^2} - \\ & - P_{20}(x) \frac{d^2 \Phi_0(x)}{dx^2} - P_{31}(x) \frac{dv_1}{dx} - P_{30}(x) \lambda^{-1} \frac{dv_1}{dx} - \\ & - P_{30}(x) \Phi_0(x) - P_{42}(x) \lambda v_1 + P_{42}(x) \Phi_1(x) - P_{41} v_1 - \lambda^{-1} P_{41}(x) v_1 - P_{40}(x) \Phi_0(x) - \\ & - \lambda^3 v_1 + \lambda^2 \Phi_1(x) + \lambda \Phi_2(x) + \Phi_3(x) = 0. \end{aligned}$$

Sonuncu bərabərliyi λ -ya vurmaqla alırıq:

$$\begin{aligned} & \frac{d^4 v_1}{dx^4} - 2\lambda^2 \frac{d^2 v_1}{dx^2} + P_{20}(x) \frac{d^2 v_1}{dx^2} + \lambda P_{31}(x) \frac{dv_1(x)}{dx} + P_{30}(x) \lambda \frac{dv_1}{dx} + \\ & + [\lambda^4 + \lambda^2 P_{42}(x) + \lambda P_{41}(x) + P_{40}(x)] v_1 = -\lambda \frac{d^4 \Phi_0(x)}{dx^4} - 2\lambda \frac{d^2 \Phi_1(x)}{dx^2} - \\ & - \lambda P_{20}(x) \frac{d^2 \Phi_0(x)}{dx^2} - \lambda P_{30}(x) \Phi_0(x) + \lambda P_{42}(x) \Phi_1(x) + \lambda P_{40}(x) \Phi_0(x) + \\ & + \lambda^3 \Phi_1(x) + \lambda^2 \Phi_2(x) + \lambda \Phi_3(x). \end{aligned}$$

Buradan

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \lim_{\nu \rightarrow \infty} \int_{\Gamma_\nu} v_1(x, \lambda) d\lambda = \Phi_1(x).$$

Yenə də (12)- də əvvəlcə v_2 -ni, sonra isə v_3 -ü qeyd etməklə alınmış sistemlərin sonuncu tənliklərini uyğun olaraq λ^2 və λ^3 -na vurmaqla

$$\frac{1}{2\pi\sqrt{-1}} \lim_{\nu \rightarrow \infty} \int_{\Gamma_\nu} v_i(x, \lambda) d\lambda = \Phi_i(x), \quad i = \overline{2,3} \text{ ayrılış düsturların almaq olar.}$$

ƏDƏBİYYAT

- [1] Оруджев Э.Г. О краевых задачах для дифференциального уравнения 4-го порядка, полиномиально зависящего от спектрального параметра. //ДАН Азерб.ССР, 1989, Т. XLV, №10, стр.7-12.
- [2] Оруджев Э.Г. О спектральных задачах для дифференциального уравнения 4-го порядка с параметром в краевых условиях. Материалы X-й республиканской конференции молодых ученых по математике и механике. Баку, 28-30 мая 1990 год, Баку – Элм, 1991, стр.182.
- [3] Дёг Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа. Физматгиз, 1960.
- [4] Расулов М.Л. Применение вычетного метода к решению смешанных задач для дифференциальных уравнений. Баку, Элм, 1989, 328 с.
- [5] Гасымов М.Г., Магеррамов А.М. Прямые и обратные спектральные задачи для одного класса обыкновенных дифференциальных пучков на конечном отрезке. //Дифференциальные уравнения, 1987, Т.23, №6, стр.960-971.

ABSTRACT

N.M.Namazova

Study of a mixed problem of the 4th differential equations of recurring character

The article analyzes derivatives in the border conditions in the view of time for the 4th differential equations of recurring character which is a very mixed problem. It finds out enough conditions for coefficients of border conditions and initial functions. In this case classic way of solution is expressed as the limit of contour integrals of the spectral problem.

РЕЗЮМЕ

N.M.Namazova

Исследование одной смешанной задачи для дифференциального уравнения 4-го порядка с кратными характеристиками

В работе рассматривается смешанная задача для дифференциального уравнения 4-го порядка с кратными характеристиками и содержащими в краевых условиях производные по времени. Найдены достаточные условия на коэффициенты и начальных условий, при которых существует классическое решение, представимое в виде предела контурных интегралов от решений соответствующий спектральной задачи.

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)
Məqaləni çapa təqdim etdi:

FAMIL MƏMMƏDOV

Naxçıvan Dövlət Universiteti

UOT:

**ANIZOTROP ELLIPTİK HISSƏLİ, QEYRİ XƏTTİ DISSIPASIYALI ÜÇ ÖLÇÜLÜ
HIPERBOLİK TƏNLIYIN QLOBAL HƏLLƏRİ**

Anizotrop elliptik hissəli yarımxətti hiperbolik tənlik üçün aşağıdakı qarışıq məsələyə baxaq :

$$u_{tt} + \sum_{k=1}^3 (-1)^{l_k} D_{x_k}^{2l_k} u + |u_t|^{r-1} u_t = |u|^{p-1} u, \quad t > 0, \quad x \in \Pi_3, \quad (1)$$

$$u(0, x) = \varphi(x), \quad u_t(0, x) = \psi(x), \quad x \in \Pi_3, \quad (2)$$

$$D_{x_k}^{\beta_k} u(t, x'_k(0)) = D_{x_k}^{\beta_k} u(t, x'_k(1)) = 0, \quad \beta_k = 0, 1, \dots, l_k - 1, \quad k = 1, 2, 3, \quad (3)$$

Burada l_{x_k} natural ədəd, $D_{x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k}$, $k = 1, 2, 3$, $\Pi_3 = \{x : x = (x_1, x_2, x_3), 0 \leq x_j \leq 1, j = 1, 2, 3\}$,

$$x'_1(a) = (a, x_2, x_3), x'_2(a) = (x_1, a, x_3), x'_3(a) = (x_1, x_2, a) \quad .$$

Əvvəlcə aşağıdakı işarələməni aparaq : $\vec{l} = (l_1, l_2, l_3)$,

$|\vec{l}^{-1}| = \left| \frac{1}{\vec{l}} \right| = \frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} = \frac{l_2 l_3 + l_1 l_3 + l_1 l_2}{l_1 l_2 l_3}$. İşdə $\|\cdot\|_p$ ilə $L_p(\Pi_3)$ -norması işarə olunur. Xüsusi

halda $p = 2$ olduqda $\|\cdot\|_p$ əvəzinə $\|\cdot\|$ kimi işarədən istifadə edəcəyik.

Biz $W_2^{\vec{l}}(\Pi_3)$ ilə

$$\|u\|_{W_2^{\vec{l}}(\Pi_3)} = \left\{ \|u\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u\|^2 \right\}^{\frac{1}{2}} .$$

anizotrop Sobolev normasını işarə edəcəyik [1]. $\hat{W}_2^{\vec{l}}(\Pi_3)$ ilə $W_2^{\vec{l}}(\Pi_3)$ -nın aşağıdakı alt fəzasını işarə edək:

$$\hat{W}_2^{\vec{l}}(\Pi_3) = \left\{ u : u \in W_2^{\vec{l}}(\Pi_3), D_{x_k}^{\beta_k} u(t, x'_k(0)) = D_{x_k}^{\beta_k} u(t, x'_k(1)) = 0, \beta_k = 0, 1, \dots, l_k - 1, k = 1, 2, 3 \right\}$$

Məlumdur ki, $|\vec{l}^{-1}| < 2$ olduqda $2 \leq s < +\infty$, və $|\vec{l}^{-1}| > 2$ olduqda $2 \leq s \leq \frac{2|\vec{l}^{-1}|}{|\vec{l}^{-1}| - 2}$

şərti ödənilirsə n və s -dən asılı B_s ədədi varki istənilən

$v(\cdot) \in \widehat{W}_2^{\bar{l}}(\Pi_3)$ üçün

$$\|v(\cdot)\|_s \leq B_s \left[\sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} v(\cdot)\|^2 \right]^{1/2} \quad (4)$$

bərabərsizliyi ödənilir (bax[1]).

Teorem 1 (Local varlıq). Tutaq ki ,

$$|\bar{l}^{-1}| < 2 \text{ və } 1 \leq p < +\infty \text{ və ya } |\bar{l}^{-1}| > 2, \quad 1 \leq p \leq \frac{|\bar{l}^{-1}|}{|\bar{l}^{-1}| - 2}.$$

(5)

Onda istənilən $\varphi(\cdot) \in \widehat{W}_2^{\bar{l}}(\Pi_3)$, $\psi(\cdot) \in L_2(\Pi_3)$ başlanğıc verilənləri üçün elə $T > 0$ var ki, (1)-(3) məsələsinin $u(\cdot) \in C([0, T]; \widehat{W}_2^{\bar{l}}(\Pi_3))$, $u_t(\cdot) \in C([0, T]; L_2(\Pi_3)) \cap L_{r+1}([0, T] \times \Pi_3)$ şərtlərinin ödəyən lokal həlli var.

Əgər $T' > 0$ lokal həllin maksimal varlıq intervalıdırsa onda aşağıdakılardan biri ödənilir

- 1) $\lim_{t \rightarrow T'-0} \left[\|u_t(t, \cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u(t, \cdot)\|^2 \right] = +\infty$;
- 2) $T' = +\infty$.

Teorem 1-in isbatı məlum Fayedo-Qalyorkin üsulu ilə aparılır.

Teorem 1-in isbat sxemi.

$\widehat{W}_2^{\bar{l}}(\Pi_3)$ separabel Hilbert fəzası olduğundan həmin fəzada xətti asılı olmayan tam sistem var. Həmin sistemi $\{e_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ ilə işarə edək. Onda teoremin şərtindən alınır ki $\varphi(\cdot)$ və $\psi(\cdot)$ -i aşağıdakı kimi approksimasiya edə bilərik

$$\begin{aligned} \varphi_m(\cdot) &= \sum_{k=1}^m c_{km} e_k(x) \rightarrow \varphi(\cdot) \quad m \rightarrow \infty \quad \widehat{W}_2^{\bar{l}}(\Pi_3) \text{-də,} \\ \psi_m(\cdot) &= \sum_{k=1}^m c_{km} e_k(x) \rightarrow \psi(\cdot) \quad m \rightarrow \infty \quad L_2(\Pi_3) \text{-də.} \end{aligned}$$

Məsələnin həllinin yaxınlaşmalarını $u_m(t, x) = \sum_{k=1}^m c_{km}(t) e_k(x)$ şəkilində axtaraq. Burada $c_{km}(t)$ -lər aşağıdakı məsələnin həllidir.

$$\begin{aligned} & \int_0^t \int_{\Pi_3} u_{m_{tt}}(t, x) e_k(x) dx dt + \int_0^t \int_{\Pi_3} \sum_{k=1}^3 D^k u_m(t, x) e_k(x) dx dt + \\ & + \int_0^t \int_{\Pi_3} |u_{m_t}(t, x)|^{r-1} u_{m_t}(t, x) e_k(x) dx dt = \int_0^t \int_{\Pi_3} |u_m(t, x)|^{p-1} u_m(t, x) e_k(x) dx dt. \end{aligned} \quad (6)$$

$$u_m(0, x) = \varphi_m(x), \quad x \in \Pi_3, \quad (7)$$

$$u_{m_t}(0, x) = \psi_m(x), \quad x \in \Pi_3. \quad (8)$$

(6)-n hər tərəfini $c_{k m_t}(t)$ -yə vurub $k=1$ -dən $k=m$ -dək cəmləyib $[0, t] \times \Pi_3$ oblastı üzrə inteqrallayaq. Hissə-hissə inteqrallama apardıqdan sonra biz aşağıdakı bərabərliyi əldə edirik

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left[\|u_{m_t}(t, \cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u_m(t, \cdot)\|^2 \right] + \int_{\Pi_m} |u_{m_t}(t, x)|^{r+1} dx = \\ & = \int_{\Pi_m} |u_m(t, x)|^p |u_{m_t}(t, x)| dx. \end{aligned}$$

(5) şərtini nəzərə alıb (4) bərabərsizliyindən istifadə etsək

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left[\|u_{m_t}(t, \cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u_m(t, \cdot)\|^2 \right] + \int_{\Pi_m} |u_{m_t}(t, x)|^{r+1} dx \leq \\ & \leq \frac{1}{2} \left[B_{2p} \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u_m(t, \cdot)\|^2 \right]^p + \frac{1}{2} \|u_{m_t}(t, \cdot)\|^2. \end{aligned}$$

Göründüyü kimi elə $T > 0$ varki

$$\|u_{m_t}(t, \cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u_m(t, \cdot)\|^2 + \int_{\Pi_3} |u_{m_t}(t, x)|^{r+1} dx \leq C, \quad t \in [0, T].$$

Buradan alınır, ki $\{u_m(t, x)\}$ ardıcılığından elə $\{u_{m_j}(t, x)\}$ alt ardıcılıq ayırmaq olar ki, $m_j \rightarrow \infty$ -da

$$u_{m_j}(t, x) \rightarrow u(t, x) \quad \widehat{W}_2^{\bar{l}}(\Pi_3)\text{-də *- zəif}, \quad (9)$$

$$u_{m_{j_t}}(t, x) \rightarrow u_t(t, x) \quad L_2(\Pi_3)\text{-də *- zəif},$$

$$(10) \quad u_{m_{j_t}}(t, x) \rightarrow u_t(t, x) \quad L_{r+1}(\Pi_3)\text{-də zəif.}$$

(11)

Limitə keçmək üçün (9)-(11)-dən və ümumi qaydadan istifadə edərək göstərə bilərik ki, $u(t, x)$ (1)-(3) məsələsinin həllidir (bax[2]).

Maraqlı nəticə $p \leq r$ halında alınır. Bu halda isbat edilir ki lokal həlli global davam etdirmək olar.

Teorem 2. Tutaq ki, $p \leq r$, onda teorem 1-in müəyyən etdiyi həlli qlobal davam etdirmək olar.

İsbatı. Tutaq ki $u(t, x)$ (1)-(3) məsələsinin $[0, T] \times \Pi_3$ oblastında Teorem 1-in müəyyən etdiyi həldir. (1) - in hər tərəfini $u_t(t, x)$ -ə vurub $[0, t] \times \Pi_3$ oblastı üzrə inteqrallayaq

$$\begin{aligned} & \int_0^t \int_{\Pi_3} u_{tt}(t, x) u_t(t, x) dx dt + \int_0^t \int_{\Pi_3} \sum_{k=1}^3 (-1)^k D^{2k} u(t, x) u_t(t, x) dx dt + \\ & + \int_0^t \int_{\Pi_3} |u_t(t, x)|^{r+1} dx dt = \int_0^t \int_{\Pi_3} |u(t, x)|^{p-1} u(t, x) u_t(t, x) dx dt. \end{aligned} \quad (12)$$

Hissə-hissə inteqrallama aparsaq

$$\int_0^t \int_{\Pi_3} u_{tt}(t, x) u_t(t, x) dx dt = \frac{1}{2} \left[\|u_t(t, \cdot)\|^2 - \|\psi(\cdot)\|^2 \right], \quad (13)$$

$$\int_0^t \int_{\Pi_3} \sum_{k=1}^3 (-1)^k D^{2k} u(t, x) u_t(t, x) dx dt = \frac{1}{2} \left[\sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u(t, \cdot)\|^2 - \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} \varphi(\cdot)\|^2 \right] \quad (14)$$

bərabərliklərini alarıq. (13) və (14) münasibətlərini (12)-də nəzərə alsaq

$$\begin{aligned} I &= \frac{1}{2} \left[\|u_t(t, \cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u(t, \cdot)\|^2 \right] + \frac{1}{p+1} \int_{\Pi_3} |u(t, x)|^{p+1} dx + \int_0^t \int_{\Pi_3} |u_t(t, x)|^{r+1} dx dt = \\ &= \frac{1}{2} \left[\|\psi(\cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} \varphi(\cdot)\|^2 \right] + \frac{1}{p+1} \int_{\Pi_3} |\varphi(x)|^{p+1} dx + 2 \int_0^t \int_{\Pi_3} |u(t, x)|^{p-1} u(t, x) u_t(t, x) dx dt \end{aligned} \quad (15)$$

bərabərliyini əldə edərik. Sağ tərəfdəki sonuncu inteqralda $q = \frac{r+1}{r}$, $q' = r+1$ götürüb Hölder bərabərsizliyini tətbiq etsək

$$\begin{aligned} J &= \left| \int_0^t \int_{\Pi_3} |u(t, x)|^{p-1} u(t, x) u_t(t, x) dx dt \right| \leq \\ & \leq \left(\int_0^t \int_{\Pi_3} |u(t, x)|^{\frac{p(r+1)}{r}} dx dt \right)^{r/r+1} \left(\int_0^t \int_{\Pi_3} |u_t(t, x)|^{r+1} dx dt \right)^{1/r+1} \end{aligned}$$

bərabərsizliyini alarıq. Sonuncu ifadəyə $\eta = \varepsilon^{\frac{1}{r+1}} (r+1)^{\frac{1}{r+1}}$ parametrlı Yunq bərabərsizliyini tətbiq etsək

$$\left(\int_0^t \int_{\Pi_3} |u(t,x)|^{\frac{p(r+1)}{r}} dx dt \right)^{\frac{r}{r+1}} \left(\int_0^t \int_{\Pi_3} |u_t(t,x)|^{r+1} dx dt \right)^{\frac{1}{r+1}} \leq$$

$$\leq \frac{r}{(r+1)^{\frac{r+1}{r}} \varepsilon^{\frac{1}{r}}} \int_0^t \int_{\Pi_3} |u(t,x)|^{\frac{p(r+1)}{r}} dx dt + \varepsilon \int_0^t \int_{\Pi_3} |u_t(t,x)|^{r+1} dx dt$$

olduğunu alarıq.

Yenidən, $r > p$ halında $q = \frac{r(p+1)}{p(r+1)}$ və $q' = \frac{r(p+1)}{r-p}$ götürüb Hölder və Yung bərabərsizliklərini tətbiq etsək

$$J \leq \frac{T(r-p)}{\varepsilon^{\frac{1}{r}} (r+1)^{\frac{r+1}{r}} (p+1)} + \frac{p}{\varepsilon^{\frac{1}{r}} (p+1)(r+1)^{\frac{1}{r}}} \int_0^t \int_{\Pi_3} |u(t,x)|^{p+1} dx dt + \varepsilon \int_0^t \int_{\Pi_3} |u_t(t,x)|^{r+1} dx dt, \quad (15)$$

əldə edərik.

Biz (15) bərabərsizliyi $r = p$ halındada doğrudur.

(13)-(15) -dən aşağıdakı bərabərsizlik əldə edirik

$$\frac{1}{2} \left[\|u_t(t, \cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u(t, \cdot)\|^2 \right] + \frac{1}{p+1} \int_{\Pi_3} |u(t,x)|^{p+1} dx + (1-2\varepsilon) \int_0^t \int_{\Pi_3} |u_t(t,x)|^{r+1} dx dt \leq$$

$$\leq \frac{1}{2} \left[\|\psi(\cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} \varphi(\cdot)\|^2 \right] + \frac{2T(r-p)}{\varepsilon^{\frac{1}{r}} (r+1)^{\frac{1}{r}} (p+1)} + \frac{2p}{\varepsilon^{\frac{1}{r}} (p+1)(r+1)^{\frac{1}{r}}} \int_0^t \int_{\Pi_3} |u(t,x)|^{p+1} dx dt.$$

Qronuol bərabərsizliyindən istifadə etsək

$$\frac{1}{2} \left[\|u_t(t, \cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u(t, \cdot)\|^2 \right] + \frac{1}{p+1} \int_{\Pi_3} |u(t,x)|^{p+1} dx + (1-2\varepsilon) \int_0^t \int_{\Pi_3} |u_t(t,x)|^{r+1} dx dt \leq C,$$

aprior qiymətləndirməsini əldə edərik. Burada

$$C = \left\{ \frac{1}{2} \left[\|\psi(\cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} \varphi(\cdot)\|^2 \right] + \frac{2T(r-p)}{\varepsilon^{\frac{1}{r}} (r+1)^{\frac{1}{r}} (p+1)} \right\} \exp \left[\frac{2Tp}{\varepsilon^{\frac{1}{r}} (p+1)(r+1)^{\frac{1}{r}}} \right].$$

Onda teorem 1-ə əsasən $T > 0$ istənilən ədəddir.

Qeyd edək ki, $l_1 = l_2 = \dots = l_n = 1$ halında (1)-(3) məsələsi V. Georgiev, G. Todorova [3] və E. Vitillaro [4] tərəfindən araşdırılmışdır.

ƏDƏBİYYAT

1. Бесов О. В., Ильин В. П., Никольский С. М. Интегральные представления функций и теоремы вложения М. "Наука", 1975.
2. Ж.Л.Лионс, Некоторые методы решения нелинейных краевых задач, М., "Мир", 1972
3. V. Georgiev and G. Todorova, "Existence of a solution of the wave equation with nonlinear damping and source terms," *Journal of Differential Equations*, vol. 109, no. 2, pp. 295–308, 1994.
4. E. Vitillaro, Global existence theorems for a class of evolution equations with dissipation, *Arch. Ration. Mech. Anal.* 149 (1999) 155–182.

ABSTRACT

The global solutions for three dimensional hyperbolic equations with the anisotropic elliptic parts and nonlinear dissipation

In this paper, we consider the mixed problem for the three dimensional hyperbolic equations with anisotropic elliptic parts and non-linear dissipation. We prove theorems of existence of local and global solutions.

РЕЗЮМЕ

Глобальные решения трехмерных гиперболических уравнений с нелинейной диссипацией и анизотропной эллиптической частью

В работе рассматривается смешанная задача для трехмерных гиперболических уравнений с эллиптической частью и с нелинейной диссипацией. Доказаны теоремы существования локальных и глобальных решений.

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)
Məqaləni çapa təqdim etdi:

Р.А.ГАСАНОВ

Нахчыванский Государственный Университет

h_rovshan 51@rambler.ru

ОБУЧЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИМ МАТЕРИАЛАМ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ И УПРАЖНЕНИЙ В КУРСЕ АЛГЕБРЫ

Açar sözlər : *məsələ həlli, cəbr kursunun metodikası, matrislər, determinantlar, nəzəri material.*

Key words : *Solution of sums, methods of the algebra course, matrices, determinants, theoretical material.*

Ключевые слова: *решение задачи, методика курс алгебры, матрицы, определители, группы, теоретический материал.*

В преподавании математики решения задач и упражнений применяется как самостоятельный метод обучения; он имеет характерные черты, отличающие его от других методов. В задачах и упражнениях требуется найти неизвестные величины на основании ряда заданных значений величин и определенных зависимостей между величинами. Для нахождения неизвестных величин используются различные методы и средства. Наряду с этим сам процесс решения задачи как своеобразный метод усвоения нового материала имеет определенные особенности.

Д.Пойа [1, стр. 16] выделяет четыре этапа процесса решения задачи:

- 1) усвоение содержания задачи;
- 2) уяснение связи между заданными и искомыми величинами в задаче;
- 3) составление плана решения задачи и его реализация;
- 4) работа над решенными задачами.

Решение задачи, как метод обучения, может служить реализацией различных дидактических функций: применение теоретических знаний, закрепление пройденных материалов, ознакомление с новыми знаниями и понятиями и т.д.

Следует отметить, что для рациональности усвоения новых знаний и понятий путем решения задач требуется ограничивать объем нового материала, чтобы студенты могли применить логическое мышление и усваивали определенные практические навыки.

Решение задачи играет существенную роль в актуализации математических знаний студентов. Для этого следует выбрать такие задачи, при решении которых студенты, используя в новых ситуациях уже имеющиеся знания, могли бы успешно овладеть и новыми знаниями. К таким задачам относятся **математические предложения**, которым посвящены более ранние публикации [2]. Этот раздел не рассматривается в рамках традиционных курсов преподавания математики, однако его усвоение очень важно для студентов. Математические предложения тоже можно представить студентам в виде задач и упражнений. Задача преподавателя состоит в том, чтобы расширять область теоретических

знаний студентов и регулярно повторять вводимые новые понятия и предложения для их усвоения через задачи.

Опубликовано много фундаментальных работ, под различными аспектами исследующих роль и значение, а также функции и методики решения задач в процессе обучения школьной математики. Ограничимся указанием нескольких из них.

В работах Ю.М.Колягина «Задачи в обучении математики» [3,4] исследуются теоретические вопросы, связанные с самим понятием задачи, классификаций учебных задач, процессом их решения, определяются функции задач в обучении математики. Формулируются основные методические принципы подхода к решению задач и обучению математики через задачи, даются рекомендации, направленные на повышение качества обучения, воспитания и развития школьников, изучающих математику.

В книге «Методика преподавания математики в средней школе» [5, стр.150] изложены обучающие роли задачи:

- 1) в усвоении математических понятий;
- 2) в изучении математической символики;
- 3) в обучении доказательству;
- 4) в формировании умения и навыков.

Авторы [5, стр.163] еще раз показывают, что через решение задач можно:

- изучать теоретические вопросы математики (новые понятия, методы, теоремы и т.д.);
- закреплять усвоенные знания;
- иллюстрировать применение теоретических знаний;
- формировать умения и навыки;
- проверить приобретенные математические знания.

В книге Н.В.Метельского «Дидактика математики» в главе 8 - «Методы решения задачи» [6, стр.176] - изложено определение математической задачи, налагаемые требования к ней, обучающие функции задачи, методы решения и обучение решению задач. Большое внимание уделено психологическому аспекту при поиске решения задачи.

Естественно, что эти работы актуальны как для преподавания курса алгебры в школе, так и для педагогических университетов. Однако на наш взгляд существуют и нерешенные вопросы в указанных областях.

Мы исследовали некоторые дидактические функции выбранных задач для практических занятий в курсе алгебры в высшей школе [7]. В этой работе классификация задач по дидактическим функциям сделана следующим образом:

- задачи типа тренинговых упражнений;
- задачи и примеры, мотивирующие глубокое усвоение пройденных на лекциях материалов и применение их в новых ситуациях;
- задачи, предназначенные для изложения и усвоения новых понятий, предложений и методов;
- задачи и упражнения, служащие пропедевтиками различных математических понятий;
- задачи, иллюстрирующие образование внутрисубъектных и межпредметных связей;
- задачи прикладного характера.

Как показано выше, в практических занятиях наряду с задачами углубляющими и закрепляющими лекционные материалы важную роль занимают задачи, выполняющие дидактические функции введения новых теоретических материалов. Важность такого вида задач объясняется следующим:

- 1) при рассмотрении парадигмы реформы высших школ последнего времени наблюдается тенденция уменьшения часов, выделенных под программу преподавания курса алгебры. Учитывая необходимость изучения целого ряда понятий, предложений и методов, которые трудно включить в курс при сокращении часов преподавания, изучение их следует выполнять через задачи и упражнения;
- 2) процесс решения задачи, направленной на изложение и усвоение новых понятий и методов, способствуют более глубокому пониманию и прочному усвоению студентами материалов;
- 3) задачи, направленные на изложение и усвоение новых понятий, предложений и методов играют важную роль в развитии математического мышления студентов.

Для иллюстрации исследуемых вопросов можно привести многочисленные примеры из задачников, которые были составлены и напечатаны в последнее время [9,10,11].

Естественно, что наилучшее взаимодействие лекционного курса и практического материала наблюдается в парных учебниках (учебных пособиях) и сборниках задач, которые соответствуют друг к другу. В этом смысле целесообразно показать исследуемые вопросы на основе учебного пособия и сборника задач [9, 11], автором и соавтором которых является Л.Я.Куликов. Следует отметить, что в Азербайджанской Республике в целом ряде высших учебных заведений, выпускающих учителей математики средних школ (Азербайджанской Государственной Педагогических Университет, Нахчыванский Государственный Университет, Институт Учителей Азербайджана, Институт Учителей Нахчывана и др.), программы курса алгебры для подготовки бакалавров по специальности «Учитель Математики», «Учитель Математики и информатики» [12, 13] составлены на основе указанных книг, или же они рекомендованы для использования.

Проиллюстрируем примеры применения практических задач для усвоения теоретических вопросов в рамках одной лишь темы алгебраического курса - «Матрицы и определители».

Сначала покажем ряд задач из книги [10], которые передают новые понятия этого курса алгебры в высшей школе.

В ряде задач вводится понятие матрицы различных типов. Мы будем указывать типы матриц и номера задач (приведены в скобках), в которых задаются соответствующие матрицы.

Итак, матрицы бывают:

перестановочные – (4.3.8), унитарные – (4.3.13),
скалярные – (4.3.20), диагональные – (4.3.21),
симметричные – (4.3.35), кососимметричные – (4.3.36),
идемпотентные – (4.3.40), инволютивные – (4.3.42),
нильпотентные – (4.3.44), ортогональные – (4.4.24),
эрмитовы – (4.4.28), унитарные – (4.4.31).

В этой главе определяются следующие группы матриц, показанные соответствующими номерами задач:

общая линейная - $GL(n, F)$ - (4.4.14),
 диагональная - $D(n, F)$ - (4.4.15),
 треугольная - $T(n, F)$ - (4.4.20),
 унитреугольная - $UT(n, F)$ - (4.4.21),
 без кручения - (4.4.21),
 ортогональная - $O(n, F)$ - (4.4.24),
 унитарная - $U(n)$ - (4.4.33),
 специальная линейная - $SL(n, F)$ - (4.9.4),
 специальная ортогональная - $SO(n, F)$ - (4.9.4),
 специальная унитарная $SU(n)$ - (4.9.4).

В задаче (4.8.4) дано понятие определителя Вандермонда, в (4.5.10) – порядок подстановки, в (4.4.35) – частный случай алгебраической структуры – тело, в (4.5.7) – независимые циклы и т.д.

Теперь покажем некоторые задачи, в которых выражаются новые предложения курса алгебры:

Лемма Шура – (4.3.20); свойства операции транспонирования – (4.3.21); свойства симметрической матрицы - (4.3.35); свойства кососимметрической матрицы - (4.3.35); обратная матрица к симметрической (кососимметрической) сама является симметрической (кососимметрической) - (4.4.23); определитель эрмитовой матрицы есть действительные числа – (4.6.14); свойства присоединенной матрицы – (4.10.4); необходимые и достаточные условия для того, чтобы квадратная матрица была ортогональной – (4.10.4).

Наконец, покажем некоторые методы, которые обосновываются в задачах: представление подстановки в виде произведения независимых циклов – (4.5.7); вычисление порядка подстановки – (4.5.12); вычисление определителя методом приведения к треугольному виду – (4.7.1).

В связи с усвоением теоретических материалов, задаваемых упражнениями и задачами, возникает ряд методических проблем:

1) чтобы не нарушать систематичность лекций по алгебре, понятия, предложения и методы, вводимые в задачах, обычно не рассматриваются в лекционных курсах - это повышает вероятность забывания материала;

2) следует искать пути для создания интеграции между лекционными материалами и теоретическими материалами, вводимыми в практических занятиях;

3) следует определить возможности контроля усвоения теоретических материалов, вводимых через упражнения и задачи;

4) следует координировать вводимые понятия в лекционных курсах и различных сборниках задач по алгебре.

Для решения этих вопросов может быть полезным выполнение следующих указаний:

1) в число экзаменационных вопросов по курсу алгебры включать вопросы по теоретическим материалам, введенным в процессе решения задач и упражнений. Например, метод вычисления детерминантов с помощью приведения в треугольную форму дается только на практических занятиях. Для обоснования этого метода используются свойства детерминантов, преподаваемые на лекциях. Для проверки усвоения указанного метода на экзамене можно предложить

студентам решить следующие примеры - с помощью приведения в треугольную форму вычислить следующие детерминанты:

$$1. \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix};$$

$$2. \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ 0 & 0 & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix};$$

$$3. \begin{vmatrix} 2 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 3 & 4 & 3 & \dots & 3 \\ 3 & 3 & 6 & \dots & 3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 3 & 3 & 3 & \dots & 2 \end{vmatrix} \text{ (n-го порядка);}$$

$$4. \begin{vmatrix} a & b & b & \dots & b \\ b & a & b & \dots & b \\ b & b & a & \dots & b \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ b & b & b & \dots & a \end{vmatrix} \text{ (n-го порядка).}$$

2) искать дополнительные возможности использования (применения) в лекциях и практических занятиях теоретических материалов, введенных через задачи. Например, после введения понятий видов матриц - диагональных, треугольных, симметричных, кососимметричных, унотреугольных, унитарных и т.д. – использовать их для создания линейного пространства или других алгебраических структур, что должно служить более глубокому усвоению этих понятий.

3) использовать написание рефератов с целью систематизации введенных через задачи теоретических материалов и для осознания органических связей и единства их с лекционными материалами. Например, в ниже указанных темах можно предложить выполнение рефератов и курсовых работ:

а) Квадратные матрицы, определенные по расположению элементов.

Под этой темой подразумевается изучение матриц различных видов (диагональных, симметричных, кососимметричных, транспонированных матриц и матриц в виде треугольника) и их свойств.

а) Некоторые типы матриц, связанные с обратимостью и транспонированием матриц.

Здесь исследуются ортогональные ($A^{-1} = {}^t A$), унитарные ($\overline{{}^t A} = A^{-1}$), эрмитовы ($\overline{{}^t A} = A$) и другие матрицы и их свойства.

б) Некоторые типы матриц, определенные с помощью возведения матриц в натуральную степень.

Здесь определяется идемпотентные ($A^2 = A$), инволютивные ($A^2 = E$), нильпотентные ($A^n = 0$), где n натуральное число) и другие матрицы, и их свойства.

4) привлечь студентов к другим самостоятельным работам – студенческим методико-исследовательским и научно-исследовательским работам в области понятий, предложений и методов, которые задаются через решение задач и упражнений. Например, можно предложить следующие самостоятельные работы:

а) Матрицы специального вида и его свойства.

Здесь исследуются ступенчатые матрицы, диагональные и треугольные матрицы, обратные матрицы.

б) Некоторые классические типы групп.

В указанной теме изучаются образованные множества матриц полная линейная группа, специальная линейная группа, ортогональные и унитарные группы и их различные специальные свойства.[9,зад.4.9.4].

$$GL(n, R) = \{A \in R^{n \times n} / \det A \neq 0\},$$

$$SL(n, R) = \{A \in R^{n \times n} / \det A = 1\},$$

$$O(n, R) = \{A \in R^{n \times n} / {}^tAA = A{}^tA = E\},$$

$$SO(n, R) = \{A \in O(n, R) / \det A = 1\},$$

$$U(n, C) = \{A \in C^{n \times n} / AA' = A' A = E\},$$

$$SU(n, C) = \{A \in U(n, C) / \det A = 1\}.$$

где принято обозначение $A' = \overline{{}^tA}$ [9,зад.4.4.27].

с) Метод вычисления некоторых детерминантов высшего порядка.

В этой теме подразумевается вычисление детерминантов методом приведения в треугольную форму [9,зад.4.7.1] определителем Вандермонда [9,зад.4.8.4].

ЛИТЕРАТУРА

1. Пойа. Д., Как решать задачу – Москва: Учпедгиз, 1961 , - 207 с.
2. Р.А.Гасанов. Пути создания внутрипредметных связей – М.: Наука и школа, 2013, вып.1, стр. 80-84.
3. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Часть I
Математические задачи как средство обучения и развития учащихся.
М.: Просвещение , 1977 – 113 с.
4. Колягин Ю.М. Задачи в обучении математике. Часть II
Обучение математике через задачи и обучении решению задачи.
М.: Просвещение , 1977 – 145 с.
5. Методика преподавания математики в средней школе.
Сос. Р.С.Черкасов, А.А.Столяр – Москва 1985, 336 с.
6. Метельский Н.В., Дидактика математики, - Минск, Высшая школа,
1982 – 256 с.
7. Гасанов Р.А. О дидактических функциях, выбранных упражнений для практических занятий в курсе алгебра // Научные труды Нахчыванский Государственный Университет, № 1 (43), Нахчыван 2012, стр 119 -122 (на азербайджанском языке).
8. Л.Я.Куликов. Алгебра и теория чисел : учеб. Пособие для педагогических институтов. М., Высшая школа, 1979, 559 с.
9. Сборник задач по алгебре : учеб. пособие / Под ред.
А.И.Кострикина – М.: факториал, 1995- 454 с.
10. Сборник задач по алгебре и теории чисел / Л.Я.Куликов,

- А.И.Москаленко, А.А.Фомин – М.: Просвещение, 1998.
11. Шнеперман Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел. / Учеб. пособие для физ.- мат. факультетов пед. ин-тов / - Минск.: Высшая школа, 1982, 223 с.
 12. Программы предметы « Алгебра и теории чисел » для подготовки бакалвр по специальности « Математика », « Математика и информатика » / Сос Я.Р. Бахшелиев, Л.Ш.Абдулкеримли, Ш.С.Абдуллаев. Типография АГПУ, Баку, 2006 (на азербайджанской языке).
 13. Программы предметы « Алгебра » для подготовки бакалавров по специальности « Математика и информатика » / Сос З.Г.Садыхов, Р.Ю.Шукуров, Из – во «Муэллим», Баку, 2009 (на азербайджанском языке).

XÜLASƏ

R.Ə.Həsənov

Cəbr kursunda məsələ və tapşırıqların həlli prosesində nəzəri materialın təlimi

Riyaziyyatın tədrisində məsələ və tapşırıqların həlli müstəqil təlim metodu kimi tətbiq edilir. İşdə ali pedaqoji məktəblərin cəbr kursunda nəzəri materialın təlimində məsələ və tapşırıqların roluna baxılmışdır. Konkret nümunələr göstərilmiş və tədqiq olunan məsələnin uğurlu həlli üçün bəzi mülahizələr ifadə edilmişdir. Tapşırıq və məsələlərlə verilən nəzəri materialların mənimsənilməsində yaranan bir sıra problemlər göstərilmişdir. Bu problemlərin həlli üçün faydalı ola biləcək göstərişlər təklif edilmişdir.

ABSTRACT

R.A.Hassanov

Teaching of theoretical materials in the solution process of sums and tasks in the course of algebra

Solution of sums and tasks is applied as an independent teaching method in the teaching of mathematics. The paper looks through the role of sums and tasks in teaching theoretical materials in the course of algebra at the higher pedagogical schools. It shows concrete examples and some considerations for the successful solution of the matter which is studied, have been mentioned. A number of problems dealing with the acquisition of theoretical materials given within tasks and sums are shown. Instructions which can be useful in the solution of these problems are offered.

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)
Məqaləni çapa təqdim etdi:

FİZİKA

MÜBARİZ NURİYEV
K.Ə.ƏLİYEV
S.H.ALLAHVERDİYEV

UOT:

BUXARLANABİLƏN YÜKLƏRƏ GÖRƏ HESABAT

En kəsikləri, uzunluqları eyni olan 3 ədəd polad mildən şəkildə göstərilən sərt brus asılmışdır. Burusa orta mildən C - məsafədə olan P yükü təsir edir. P-yükü orta mildən sağda və soldan təsir etdikdə asqı millərində iç qvvələrin dəyişməsinə və hədd qiymətlərini, en kəsik sahələrini hesablamaq tələb edilir. Buxarlana bilən gərginlik $\sigma = 1600 \text{ kq/san}^2$ - dir.

$$P = 10 \text{ tn}$$

$$l_1 = l_2 = l_3$$

$$F_1 = F_2 = F_3$$

HƏLLİ:

Əvvəlcə millərin elastiklik həddi mərhələsində işləməsində yükün millər arasında paylanmasını tapan.

Tutaq ki, millər hamısı dartılır. Onda millərdəki qüvvələrin və yükün şaquli ox üzərindəki proyeksiyaları aşağıdakı kimi istifadə olunur.

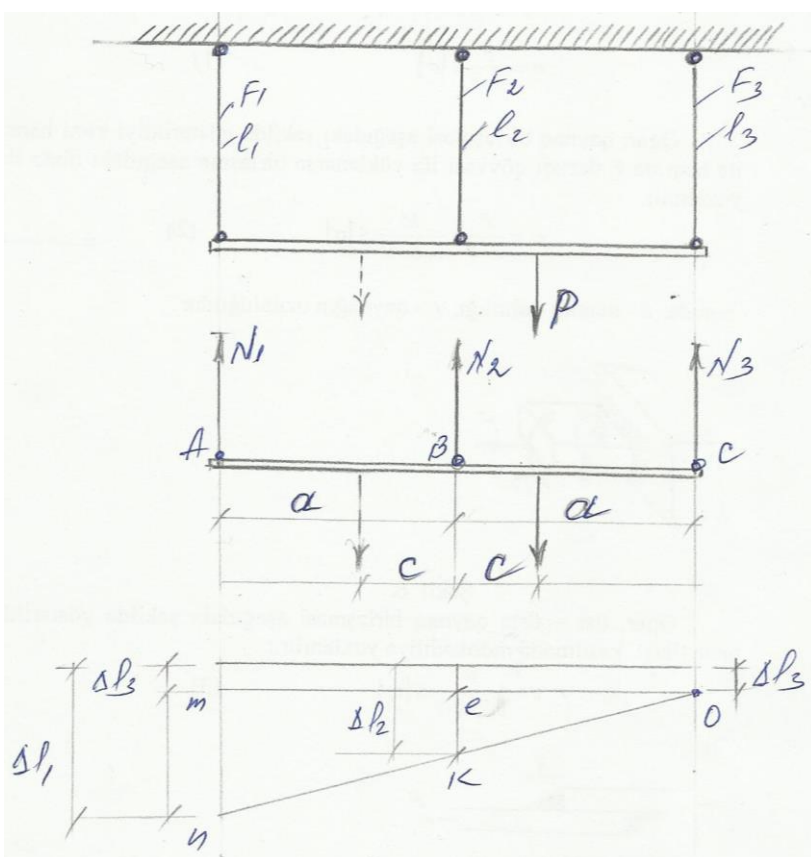
$$N_1 + N_2 + N_3 - P = 0 \quad (1)$$

Həmin qüvvələrin ikinci milin bərkidilmiş oynaya nəzərən momentləri cəmi, ikinci müvazinət tənliyini verir.

$$N_1 \cdot a - N_3 \cdot a \pm P \cdot c = 0 \quad (2)$$

Şəkildə verilmiş sistemin millərinin deformasiyasını nəzərdən keçirərkən alırıq.

$$\frac{\Delta l_1 - \Delta l_3}{2a} = \frac{\Delta l_2 - \Delta l_3}{a}$$



$$\begin{aligned}\Delta l_1 - \Delta l_3 - 2\Delta l_2 + \Delta l_3 &= 0 \\ \Delta l_1 - 2\Delta l_2 + 3l_3 &= 0\end{aligned}\quad (3)$$

Deformasiya tənliklərində millərin uzunluqları və en kəsiklərinin bərabər, eyni materialdan olmaları nəzərə alınmışdır. Yəni

$$N_1 - 2N_2 + N_3 = 0 \quad (4)$$

1; 2; və 4- tənliklərini birgə həll etsək:

(4) tənliyindən:

$$N_1 = 2N_2 - N_3 \quad (5)$$

N_1 - in qiyməti , 1 və 2 tənliyində yerinə yazsaq

$$\begin{cases} 2N_2 - N_3 + N_2 + N_3 - P = 0 & (6) \\ 2N_2a - N_3a \pm P \cdot C - N_3a = 0 & (7) \end{cases}$$

$$(7) \text{ dan } 2N_2a - N_3a \pm P \cdot C - N_3a = 0 \quad (7)$$

$$6\text{-dan } 3N_2 = P$$

$$N_2 = \frac{P}{3} \quad (8)$$

N_2 – nin qiymətini – 7-də yerinə yazsaq

$$\frac{2}{3}P \cdot a - N_3a \pm P \cdot C - N_3a = 0$$

$$2N_3 \cdot a = \frac{2}{3}P \cdot a \pm P \cdot C$$

$$N_3 = \frac{P}{3} \pm \frac{P \cdot C}{2a} \quad (9)$$

N_1 və N_3 - ün qiymətlərini 5- də yerinə yazsaq

$$\begin{aligned}N_1 &= 2N_2 - N_3 \\ N_1 &= \frac{2P}{3} - \frac{P}{3} \mp \frac{P \cdot C}{2a} = \frac{P}{3} \mp \frac{PC}{2a}\end{aligned}\quad (10)$$

Yoxlama:

$$\begin{aligned}N_1 + N_2 + N_3 &= P \\ \frac{P}{3} + \frac{PC}{2a} + \frac{P}{3} + \frac{P}{3} \pm \frac{P \cdot C}{2a} &= P \\ P &= P\end{aligned}\quad (11)$$

Deməli millərin elastiklik həddi mərhələsində işləməsində alınan qiymətlərin və gərginliklərin qiyməti aşağıdakı kimi olar :

$$\begin{aligned}N_1 &= \frac{P}{3} \mp \frac{PC}{2a}; & \sigma_1 &= \frac{P}{3F} \mp \frac{PC}{2 \cdot a \cdot F} \\ N_2 &= \frac{P}{3}; & \sigma_2 &= \frac{P}{3F} \\ N_3 &= \frac{P}{3} \pm \frac{P \cdot C}{2 \cdot a}; & \sigma_3 &= \frac{P}{3F} \pm \frac{P \cdot C}{2 \cdot a \cdot F}\end{aligned}\quad (12)$$

Burdan göründüyü kimi elastiklik həddi daxilində üçüncü mil daha çox gərginlikli haldadır. P- qüvvəsinin artması ilə bu mildə yaranan gərginlik o biri millərdən qabaq, axma həddinə çatacaqdır. 3-cü mil üçün yükün həddi qiyməti aşağıdakı kimi olacaqdır:

$$N_3 = \sigma_{ax} \cdot F \quad (13)$$

P- qüvvəsinin sonrakı artması 2- milinə aid olacaq. Yəni bu mildə gərginlik axma həddinə çatacaq. Yəni:

$$N_2^{had} = N_3^{had} = \sigma_{ax} \cdot F \quad olacaq$$

İndi yük P^{had} hədd qiymətinə çatdıqda, konstruksiyanın həddi halına çatması üçün müvazinət tənliyini tərtib edək. Birinci milin bərkidilmiş oynağına nəzərən momentlər cəmini yazaq:

$$\begin{aligned} \sigma_{ax} \cdot F \cdot a + \sigma_{ax} \cdot F \cdot 2a - P^{had}(a \pm c) &= 0 \\ P^{had} \cdot (a \pm c) &= 3 \cdot \sigma_{ax} \cdot F \cdot a \end{aligned} \quad (14)$$

Bu tənliyi K ehtiyat əmsalına bölək:

$$\frac{P^{had}}{k} = P \quad və \quad \frac{\sigma_{ax}}{k} = [\sigma] \quad (15)$$

Yekun olaraq millərin en kəsik sahələri aşağıdakı kimi olar:

$$\begin{aligned} F &= \frac{P^{had}(a \pm c)}{3 \cdot a \cdot [\sigma]} = \frac{10000 \cdot (a \pm c)}{3 \cdot 1600 \cdot a} \approx 2,1 \frac{a \pm c}{a} \\ F &\approx 2,1 \cdot \frac{(a \pm c)}{a} sm^2 \end{aligned} \quad (16)$$

Məsələnin həllindən görüldüyü kimi P-xarici yükünün (1-2) və ya (2-3) milləri arasında yerləşməsindən, habelə C- məsafəsindən aslı olaraq asqı millərində iç qüvvələr dəyişir. Yəni P-yükü bursun AB-hissəsində yerləşdikdə 1- milində, BC – hissəsində yerləşdikdə 3-milində ən böyük iç qüvvə alınır.

1-ci və 3-cü millərdən fərqli olaraq 2-ci mildə yaranan daxili qüvvə C məsafəsindən aslı olmayaraq bütün hallarda P- yükün $\frac{1}{3}$ – ə bərabər olur.

Bu şərt 1, 2 və 3 millrin uzuluqları və aralarındakı məsafə bərabər olduqda düzdür.

NƏTİCƏ

Buraxılabilən yüklərə görə məsələni həll etdikdə buraxılabilən gərginliklərə görə hesablarla eyni nəticəyə gəlirik.

Nəzərə alsaq ki, asqı milləri eyni uzunluğa və en kəsik sahəsinə malik olmaqla, eyni materialdan hazırlanmışdır, onda elastiklik mərhələsində millərdəki qüvvələr aşağıdakı formula təyin edilir:

$$N_1 = \frac{P}{3} \pm \frac{P \cdot C}{2 \cdot a}$$

$$N_2 = \frac{P}{3}$$

$$N_3 = \frac{P}{3} \pm \frac{P \cdot C}{2 \cdot a}$$

Göründüyü kimi orta mildə (N_2) yarana daxili qüvvə P yükünün tətbiq nöqtəsindən aslı deyil.

Bu şərt o halda düzgündür ki, millər eyni materialdan hazırlanmış, bərabər uzunluq və en kəsik sahələrinə malikdirlər.

ƏDƏBİYYAT

1. Balayev N.M. "Materiallar müqaviməti". Bakı, "Marif" nəş. 1973. 284-296 s
2. Süleymanov H. "Materiallar müqaviməti". Bakı, "Marif" nəş. 1971.386 s.
3. Белияев Н.М. "Сопровление материалов". Издатель "Наука". Москва. 600 с
4. Феодосьев. В.И. "сопровление материалов". Издатель "Наука". Москва. 1970. 544с
5. Кинасошвили Р.С. "Сопровление материалов" Издатель "Наука". Москва. 1968. 584с

ABSTRACT

Solution that task at transmitter load in happen fact comes that to happening case to crossing to that result calculation passing effort.

To learn that, all red made from one material and from long equal, at that time significance in elastic (resilient). Giving that dividing next formulation for capful.

$$N_1 = \frac{P}{3} \pm \frac{P \cdot C}{2 \cdot a}$$

$$N_2 = \frac{P}{3}$$

$$N_3 = \frac{P}{3} \pm \frac{P \cdot C}{2 \cdot a}$$

Which seeing forceful in rod (N_2) no depending from dot apposition loading P.

This condition really made when all rod from one material, to have same diametrical section and length.

РЕЗЮМЕ

Решая задачу по допускаемым нагрузкам в данном случае приходим к тем же результатам что и расчет по допускаемым напряжениям.

Учитывая что, все стержни сделаны из одного материала и их длины равны, тогда усилие в стержнях в упругой стадии примет следующий вид:

$$N_1 = \frac{P}{3} \pm \frac{P \cdot C}{2 \cdot a}$$

$$N_2 = \frac{P}{3}$$

$$N_3 = \frac{P}{3} \pm \frac{P \cdot C}{2 \cdot a}$$

Как видно усилие в стержне (N_2) не зависит от точки приложения нагрузки P .

Это условия действительно тогда, когда все стержни сделаны из одного материала, имеют одинаковое поперечное сечение и длины.

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)
Məqaləni çapa təqdim etdi:

ДЖ. И. ЗЕЙНАЛОВ

В.И.САЛМАНОВ

Нахичеванский Государственный Университет

e-mail:c.zeynalov@mail.ru

УДК 517.977

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО МНОЖЕСТВА

Açar sözlər: *Heyron şəbəkə, optimal sintez, optimal idarəetmə, giriş və çıxış verilənləri.*

Keywords: *Neuron network, optimal synthesis, optimum control, input and output data.*

Ключевые слова: *Нейронных сетей, оптимального синтеза, оптимального управления, входных и выходных данных.*

Пусть требуется минимизация функционала

$$J(v) = \|D(T) - Z\|^2 + \mu \int_0^T \|V(t)\|^2 \rightarrow \min, \quad (1)$$

при условиях

$$\dot{D}(t) = a(t)D(t) + V(t), t \in [0, T], \quad (2)$$

$$D(0) = D_0. \quad (3)$$

Здесь нормы $\|D(T) - Z\|^2$ и $\|V(t)\|^2$ означают

$$\|(D(T), 0) - (Z, 0)\|^2 = \int_{S_B} [P_{D(T)}(x) - P_Z(x)]^2 ds,$$

$$\|V(t)\|^2 = \int_{S_B} [P_{V(t)}(x)]^2 ds.$$

Класс управлений является область-функция $V = V(t)$, в которой $V(t) \in M, t \in [0, T]$, здесь M совокупность выпуклых замкнутых ограниченных множеств в \mathbb{R}^n . Другими словами, на класс управлений не налагаются никакие ограничения и предполагаем, что решение рассматриваемой задачи, в указанном классе, существует. В этом случае из условия оптимальности

$$\int_0^T [-g^*(t) + 2\mu v^*(t)] \bullet [v(t) - v^*(t)] dt \geq 0,$$

$$\forall v(t) = (V_1(t), V_2(t)) \in K$$

получается соотношение

$$c(t)P_{D(T)}(x) + 2\mu P_{V(t)}(x) = c(t)P_Z(x), \quad (4)$$

$$\text{где } c(t) = e^{\int_0^t a(\tau) d\tau}.$$

Таким образом, оптимальная пара определяется соотношением (1)-(4). Как видно, все эти соотношения задаются равенствами. Значит, мы можем предполагать, что при естественных условиях, решение задачи (1)-(3) непрерывно зависит от исходных данных. Также известно, что можно построить нейронную сеть, которая аппроксимирует непрерывное отображение с любой точностью [...]. Используя это, решаем задачи (1)-(4) с помощью нейронных сетей.

Для этого сначала выбираем многослойную нейронную сеть и определяем ее весовые коэффициенты. Для этого используется в основном два подхода. Первый- аналитический, в котором весовые коэффициенты задаются по каким то формулам и другой, в котором весовые коэффициенты восстанавливаются в процессе обучения. Здесь мы будем использовать второй подход. В этом подходе точность решения зависит от количества входных и выходных данных и способа обучения нейронных сетей. Выбор входных и выходных данных является самым трудным и актуальным этапом при применении нейронных сетей.

Для применения нейронных сетей к решению задачи оптимального управления (1)-(3), нам нужны в достаточном количестве входные и выходные данные для процесса обучения. Как находим эти данные?

Здесь мы будем предлагать схему, для определения в достаточном количестве входные и выходные данные.

Исходные данные для задачи (1)-(3) являются $a(t), D_0, \mu, Z$. Задавая эти данные, определяется решение $V(t)$. Для различных исходных данных решать задачи (1)-(3) является проблематично, так как, нашей целью является найти решение этой задачи именно для конкретно заданного $a(t), D_0, \mu, Z$. Для определения входных и выходных данных применяем «обратный» подход. Константа $\mu \geq 0$ не варьируем, т.е. фиксируем. Возьмем область-функцию $D_1(t) \in M, t \in [0, T]$ и непрерывную функцию $a_1(t)$. Подставляя эти данные в уравнение (1) и начальное условие (2), находим $V_1(t)$ и

$$V_1(t) = \dot{D}_1(t) - a_1(t)D_1(t), \quad t \in [0, T], \quad (5)$$

$$D_1^{(0)} = D_1(0). \quad (6)$$

Учитывая в соотношении (7.32), найденное управление $V_1(t)$ учитывая в соотношении (4), имеем

$$P_{Z_1}(x) = P_{D_1(T)}(x) + \frac{2\mu}{c_1(t)} P_{V_1(t)}(x), \quad x \in S_B. \quad (7)$$

Здесь $c_1(t) = e^{\int_0^t a_1(\tau) d\tau}$. Условие (7.35) можно написать в эквивалентной форме

$$Z_1 = D_1(T) + \frac{2\mu}{c_1(t)} V_1, \quad t \in [0, T].$$

Значит, мы нашли входные данные $a_1(t)$, $D_1^{(0)}$, Z_1 , в которых решением задачи (1)-(3) является управление $V_1(t)$. Это есть соответствующий выходной данных. Однако, в этом процессе есть две проблемы. Первая, выбранная область функция $D_1(t) \in M$, $t \in [0, T]$ и непрерывная функция $a_1(t)$ должны быть такими, чтобы найденная по формулам (6) область функция, для любого $t \in [0, T]$ была выпуклой. Второе, определяемое по формулам (6) множество не должно зависеть от t . Остается обеспечивать эти условия.

Для этого, например, можно взять в виде

$$D(t) = \beta_1(t)A_1 + \beta_2(t)A_2 + \dots + \beta_m(t)A_m.$$

Здесь A_i некоторые выпуклые множества и $\beta_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, m$, положительные, непрерывно-дифференцируемые функции. Из условий (5), (7), получим

$$V(t) = \sum_{i=1}^m [\beta_i'(t) - a(t)\beta_i(t)]A_i,$$

$$Z = D(T) + \frac{2\mu}{c(t)} \sum_{i=1}^m [\beta_i'(t) - a(t)\beta_i(t)]A_i, \quad t \in [0, T].$$

Пусть функции $\mu_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, m$, такие, что их можно представить в виде

$$\beta_i'(t) - a(t)\beta_i(t) = c(t)b_i, \quad t \in [0, T], \quad (8)$$

где $b_i \geq 0$. Тогда

$$V(t) = \sum_{i=1}^m c(t)b_i A_i,$$

$$Z = D(T) + 2\mu \sum_{i=1}^m b_i A_i.$$

Так как, $b_i \geq 0$, $c(t) \geq 0$, $\mu \geq 0$, вышеотмеченные два условия обеспечены.

Покажем, что существуют функции $\beta_i(t)$, которые удовлетворяют указанным условиям. Из уравнения (8) находим

$$\beta_i(t) = \exp\left(\int_0^t a(\tau)d\tau\right) [\beta_i(0) - b_i d(t)],$$

где

$$d(t) = \int_0^t \exp\left(-\int_0^\tau a(s)ds\right) c(\tau) d\tau.$$

Учитывая, что функция $d(t)$ непрерывна, существует число K , такое, что $d(t) \leq K$, $\forall t \in [0, T]$. Тогда взяв $b_i \geq 0$ любые и $\beta_i(0) \geq b_i K$, увидим, что $\beta_i(t) \geq 0$, $t \in [0, T]$.

Таким образом, взяв входные данные $a_1(t)$, $D_1^{(0)}$, Z_1 , мы получили выходной данных $V_1(t)$.

Взяв аналогично, сколь угодно входные

$$\begin{aligned} a_1(t), D_1^{(0)}, Z_1, \\ a_2(t), D_2^{(0)}, Z_2, \end{aligned}$$

$$\dots\dots\dots, \\ a_p(t), D_p^{(0)}, Z_p,$$

мы находим выходные данные

$$V_1(t), V_2(t), \dots, V_p(t).$$

Используя эти данные можно проводить процесс обучения нейронной сети и найти весовые коэффициенты. После построения сети можно решать задачи (1)- (3) с любыми конкретными данными. Качество решений и надежность нейронной сети зависит от качества выбора и количества p исходных данных. При увеличении p погрешность приближенного решения уменьшается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Aliev F.A., Niftiyev A.A., Zeynalov C.I. Optimal synthesis problem for the fuzzy systems. Optimal control, applications and methods. Published online in Wiley Online Library (wileyonlinelibrary.com). DOI: 10.1002/oca.964.
2. Aliev F.A., Niftiyev A.A., Zeynalov C.I. Optimal synthesis problem for the fuzzy systems in semi-infinite interval. Appl. Comput. Math., 10(1), Special Issue, 2011, pp.97-105.
3. Levin A. U., Narendra K.S.: Control of Nonlinear Dynamical Systems Using Neural Networks: Controllability and Stabilization. IEEE Transactions on Neural Networks, 1993, Vol. 4, pp.192-206
4. Нейрокомпьютеры и их применение: Книга 6 – «Нейроматематика» (под редакцией А.И.Галушкина), Москва, ИПРЖР, 2002, 448с.
5. Нифтиев А.А., Ахмедов Э.Р. Алгоритм для численного решения задачи вариационного исчисления с неизвестными границами. Вестник БГУ, 2005, № 1, стр. 25-30.
6. Niftiyev A.A., Zeynalov C.I., Efendiyeva H.C. . Mathematical modeling for the optimal use of a bounded area. Actual problems of economics. 2011, №2(116), pp.261-270.
7. Niftiyev A.A., Maryam Pur, Zeynalov C.I. Fuzzy optimal control problem with non-linear functional. News Baku State University, 2010, №3.
8. Niftiyev A.A., Zeynalov C.I., Majidzadeh K. Optimal using of a bounded area problem and its investigation by neural networks. Известия НАН Азерб. 2010, № 6, p. 75-82.

ABSTRACT

This article deals with the solution of the optimum problems and in application of non-correct line programme , by means of neuron networks. Multi-layer neuron network has been selected for this purpose. It is clear that the selection of the structure of the neuron networks don't demand specific approach. It mainly depends on the output and input data and teaching process of neuron networks. The main problem in the application of neuron networks is selection of the input and output.

РЕЗЮМЕ

Предложены методы решения задач оптимизации с помощью нейронных сетей, в частности к решению задач нечеткого линейного программирования. Для этого выбрана многослойная нейронная сеть. Известно, что для выбора структуры нейронных сетей не существует конкретного подхода. Этот выбор в основном зависит от количества входных и выходных данных и способа обучения нейронных сетей. Выбор входных и выходных данных является самым трудным и актуальным этапом при применении нейронных сетей.

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)

Məqaləni çapa təqdim etdi:

UOT : 538.97

YARIMKEÇİRİCİ $CuFeS_2$ TƏBƏQƏSİNDƏ YUNQ MODULUNUN TƏDQIQI

Açar sözlər : *Yunq modulu, nazik təbəqə, daxili gərginlik, dilatometr*

Key words : *Yunq module, a thin layer, of internal tensions, dilatometer*

Ключевые слова : *Модуль юнга, тонкая плёнка, внутреннее напряжение
дилатометр*

Son illərdə yarımkeçirici nazik təbəqələrin aşağı temperatur oblastlarında müxtəlif fiziki xassələrinin tədqiqi çox böyük əhəmiyyət kəsb edir.

Халкоприт ады иля мяшщур олан yarımkeçirici üçqat birləşmə $CuFeS_2$ kristalı aşağı temperatur oblastlarında fiziki xassələri çox az tədqiq olunan maddələrdən biridir. Bu kristal tetroqonal sinqoniada kristallaşır. Kristalın rəngi bürüncü – sarı olub, metal parıltılıdır. Sərtliyi 3-4 , sıxlığı 4100- 4300 kq/m³ intervalında dəyişir. Bu maddədə yükdaşıyıcıların konsentrasiyası otaq temperaturunda $n \approx 1,2 \cdot 10^{22} sm^{-3}$ tərtibindədir. Kristal otaq temperaturunda özünü metal kimi aparır [1].

Ədəbiyyat [2] - də qalınlığı $5 \cdot 10^{-4} sm$ olan nazik $CuFeS_2$ təbəqəsinin xüsusi elektrik müqavimətinin temperaturdan asılılığı təcrübi olaraq tədqiq edilmişdir.

Təqdim olunan bu işdə əsas məqsəd qalınlığı $5 \cdot 10^{-4} sm$ olan nazik $CuFeS_2$ təbəqəsində Yunq modulunu tədqiq etməkdir. Yunq modulu və ya başqa sözlə desək uzununa elastiklik modulu, materialın elastikliyi xarakterizə edən ədəd , normal gərginliyin (σ) cismin nisbi uzanmasına (ε) olan nisbətidir : $E = \sigma / \varepsilon$. Elastiklik modulu termini elmə ilk dəfə 1807 – ci ildə Yunq Tomas tərəfindən daxil edilmişdir. Yuxarıdakı düsturdan göründüyü kimi, Yunq modulunu hesablamaq üçün gərginliyi (σ) və nisbi uzanmanı (ε) və ya istidən genişlənmə əmsalının (α) qiymətlərini bilmək lazımdır.

Məlumdur ki, şüşə altlıq üzərinə buxarlandırılmış nazik təbəqələrdə çox böyük daxili gərginlik ($10^9 - 10^{10} dn / sm^2$) yaranır. Bu gərginlik (təzyiq) təbəqədəki daxili defektlərin və altlıq ilə (şüşə ilə) yarımkeçirici təbəqənin istidən sıxılmasının eyni olmaması hesabına yaranır. Bu hal həm nazik təbəqəni alanda və həmdə onu ölçmək üçün soyutduqda da müşahidə edilir.

Verilmiş material üçün daxili gərginliyin qiyməti və işarəsi əsasən materialın spesifik xüsusiyyətindən, altlığın forma və növündən, həmçinin altlığın temperaturundan asılıdır. Nazik təbəqələrdə yaranan daxili gərginlik Staunun məşhur düsturu ilə təyin edilir [3].

$$\sigma = \frac{E_2 L_2^2 \cdot \delta}{3 L_1 l^2} \quad (1)$$

Məsələn, qalınlığı $5 \cdot 10^{-4} \text{ sm}$ olan nazik CuFeS_2 təbəqəsi üçün bu gərginliyin qiyməti $2 \cdot 10^{12} \text{ dn/sm}^2$ - qədərdir.

Nazik təbəqələrdə belə böyük daxili gərginliyin yaranması bizə nazik yarımkeçirici CuFeS_2 təbəqəsində aşağı temperaturalarda və təzyiqlərdə Yunq modulunu təyin etməyə imkan verir.

Məlumdur ki, nazik təbəqələrdə istidən genişlənmə və ya izotermik sıxılma əmsallarının ölçülməsi metodikası, temperaturun və ya təzyiqin dəyişməsi zamanı bispiralın sərbəst ucunun yerdəyişməsinin kifayət qədər böyük dəqiqliklə ölçülməsinə əsaslanır. Ona görə də dilatometrin həssaslığı temperaturun bir dərəcə dəyişməsinə uyğun stolüstü qalvonometrin şkalasındakı bölgülər sayı ilə təyin edilir ki, bu da nümunənin uzunluğunun nisbi dəyişməsini xarakterizə edir.

Külçə şəkilli (massiv) nümunələrin Yunq modulunu təyin etmək üçün əsasən nümunənin əyilməsi metodundan geniş istifadə edilir. Lakin bu metod [4] - cü işdə təbəqə - altlıq sisteminin Yunq modulunu təyin etmək üçün tətbiq edilmişdir. Bu işdə əsasən bispiral sisteminin Yunq modulunun effektiv qiyməti (E_0) aşağıdakı düsturla təyin edilir :

$$E_0 = \frac{(E_1 L_1^2 - E_2 L_2^2) + 4 \cdot L_1 L_2 L^2 E_1 E_2}{(E_1 L_1 - E_2 L_2) L^3} \quad (2)$$

Nazik təbəqənin Yunq modulu, altlıq şüşə spiral götürüldükdə belə təyin edilir :

$$E = \frac{p l^3}{4 \delta \cdot b \cdot L^3} \quad (3)$$

Burada, p - nümunənin sərbəst ucuna təsir edən yük ; δl - nisbi uzanma ; l - nümunənin uzunluğu ; b - nümunənin eni ; L - nümunənin qalınlığıdır.

(3) düsturundan istifadə edərək qalınlığı $5 \cdot 10^{-4} \text{ sm}$ olan CuFeS_2 təbəqəsi üçün 300 K - də Yunq modulunun qiyməti $E_t = 8 \cdot 10^{15} \text{ dn/sm}^2$, şüşə üçün isə $E_s = 8 \cdot 10^{16} \text{ dn/sm}^2$ alınmışdır. δl - in qiyməti isə dəqiqliyi $5 \cdot 10^{-3} \text{ sm}$ olan komparator vasitəsilə ölçülmüşdür. Təbəqələr üçün Yunq modulunun hesablamadan alınan qiymətləri massiv nümunələrin Yunq modulundan qiymətcə böyük ola bilər. Bu onunla əlaqədardır ki, təbəqələrdə kifayət qədər daxili gərginlik vardır ki, bu da bispiral sisteminin elastikliyinə təsir edir.

Qeyd edək ki, bispiralın komponentlərinin həndəsi ölçülərini və stolüstü qalvonometrin ölçmə həddini dəyişməklə dilatometrin həssaslığını hətta $1 \cdot 10^{-9}$ - a qədər artırmaq olar.

Dilatometrin köməkliyi ilə bispiral sisteminin komponentlərinin istidən genişlənmə əmsallarının fərqi, yəni $(\alpha_1 - \alpha_2)$ - in qiyməti məlum olduqda daxili gərginliyi bilməklə tədqiq olunan nümunənin Yunq modulunu temperaturdan da asılı olaraq aşağıdakı düsturla təyin etmək olar .

$$E = \frac{\sigma}{(\alpha_1 - \alpha_2) \cdot T} \quad (4)$$

burada, α_1 - şüşənin, α_2 - isə tədqiq olunacaq maddənin istidən genişlənmə əmsallarıdır. σ - təbəqədəki daxili gərginlikdir.

Aparadığımız tədqiqatlardan bizə məlumdur ki, otaq temperaturunda şüşənin istidən genişlənmə əmsalı $\alpha_1 = 90 \cdot 10^{-7} \cdot \text{der.}^{-1}$ - dir. Qalınlığı $5 \cdot 10^{-4} \text{ sm}$ olan nazik CuFeS_2 təbəqəsinin istidən genişlənmə əmsalı isə $\alpha_2 = 8,25 \cdot 10^{-6} \cdot \text{der.}^{-1}$ - dir. $T = 80\text{K}$ - də isə $\alpha_2 = 2,2 \cdot 10^{-6} \cdot \text{der.}^{-1}$ - dir. $T = 80\text{K}$ - də isə $\alpha_1 = 8,9 \cdot 10^{-7} \cdot \text{der.}^{-1}$ - dir. Bu qiymətlərə əsaslanaraq, (4) düsturundan istifadə edərək qalınlığı $5 \cdot 10^{-4} \text{ sm}$ olan nazik CuFeS_2 təbəqəsində 300K və 80K temperaturları üçün Yunq modulunun qiymətləri hesablanmışdır. Belə ki, 300K - də $E(\text{CuFeS}_2) = 8 \cdot 10^{15} \text{ dn/sm}^2$, 80K - də isə $E(\text{CuFeS}_2) = 8 \cdot 10^{16} \text{ dn/sm}^2$ - olmuşdur ki, bu da (3) düsturundan istifadə edərək hesablamalardan alınan qiymətlərə uyğun gəlir.

Qeyd edək ki, Yunq modulunun hesablanmasında hərtərəfli bərabər sıxılma zamanı bispiralın komponentlərinin ikinci xarakteristikasını, yəni Puasson əmsalını (ν) da nəzərə almaq lazımdır. Bundan başqa həmçinin bütün istiqamətlərdə deformasiya ilə gərginlik arasındakı əlaqəni də nəzərə almaq lazımdır. Deformasiyanın təsiri o vaxt nəzərə alınmaya bilər ki, bu deformasiyanın qiyməti çox kiçik olsun və bispiralı təşkil edən elementlərin en kəsikləri sahələrinin ölçülərinin dəyişməsinə təsir etməsin.

ƏDƏBİYYAT

1. Azərbaycan Sovet Ensiklopediyası, 1987, cild.10, səh.43
2. Qocayev F., Nuriyev M., Sultanova A., Tağıyev E.
Yarımkəçirici CuFeS_2 təbəqəsinin xüsusi elektrik müqavimətinin temperaturdan asılılığının tədqiqi. NDU., Elmi əsərlər 2014, N-7(63), səh. 51.
3. Физика магнитных пленок. Сб.статей. 1967, вып.1, стр.200.
4. Физика магнитных пленок. Сб.статей. 1971, вып.1, стр.170.

ABSTRACT

Farman Gojayev
Aygun Sultanova
Elgun Tağıyev

The research of Jong module in semiconductor layer of CuFeS_2 .

Being semiconductor in tran saction of $L = 5 \cdot 10^{-4} \text{ sm}$ in layer of CuFeS_2 . Jong module cast was calculated at lav temperatures.

For it, before internal tensions have been identified the thicknees layer of $5 \cdot 10^{-4} \text{ sm}$, CuFeS_2 with helpinf of staun formula.

After, the cast of Jong module has been calculated at 300K and 80K temperatures with helping of $E = \sigma / (\alpha_1 - \alpha_2) \cdot T$ formula.

РЕЗЮМЕ

Фарман Годжаев
Аугюн Султанова
Елгюн Тагиев

Исследование модуля Юнга пленок полупроводника $CuFeS_2$.

В работе вычислен модуль Юнга полупроводниковой плёнке $CuFeS_2$ толщиной $L = 5 \cdot 10^{-4} sm$, при низких температурах.

Для этого, с начало определено внутреннее напряжения плёнки $CuFeS_2$, толщиной $5 \cdot 10^{-4} sm$, с помощью формула Стауна.

Потом, с помощью формулу $E = \sigma / (\alpha_1 - \alpha_2) \cdot T$ вычислено значения модуля Юнга при температуре 300K и 80K.

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)

Məqaləni çapa təqdim etdi:

UOT:532

GÜNƏŞ ELEKTRİK STANSİYASI

Açar sözlər: Günəş, enerji, çevrici, elektrik stansiyası

Key words: Sun, energy, changer, Electric power station

Ключевые слова: Солнце, энергия, преобразование, Электростанция

Günəş şüalarının toplanması və onun enerjisinin istilik və ya elektirik enerjisinə çevirilməsi prosesində radiasiyanın təsir mexanizminin tədqiqi əsas problem kimi qarşıya qoyulur. Bu baxımdan günəş elektroenergetika qurğuları istilik və ya elektirik qurğularına ayrılır.

Günəşin şüalanma enerjisini elektirik enerjisinə çevirən qurğu və avadanlıqlar kompleksi *günəş elektirik stansiyaları* (GES-lər) adlanır.

Hazırda dünyada fəaliyyət göstərən GES-lərin iki tipi daha geniş yayılmışdır: 1) qülləli GES-lər (belə stansiyalarda günəş şüaları əksedici müstəvi güzgülər-heliostatlar vasitəsilə qüllədə yerləşdirilmiş günəş enerjisi qəbuledicisinə-helioqəbulediciyə yönəldilir); 2) fotoelektirik GES-lər.

Fizika və energetika kafedrasının 2011-15-ci illərdə aparılan tədqiqat nəticəsində müəyyən edilmişdir ki Naxçıvan MR-da günəş şüalarının rayımkeçirici birləşmələr əsasında təşkil olunmuş çevrici qurğuların təsir mexanizminə baxılmış və günəş enerjisinin elektirik enerjisinə çevrilməsinə istifadə olunan hər 3 üsulla günəş radiasiya qurğularatəsirinin müxtəlif parametrlərdən o cümlədən, şüanın düşmə bucağından, günəşin enliyindən, fəsillərdən və günəşin fəzada dəyişmə konfüqurasiyasından asılılığı təyin olunmuşdur. Haliyyədə Muxtar Respublikada günəş elektirik stansiyasının qurulmasına başlamış və gələcək perspektivləri aydınlaşdırmış və enerji çevricilərinin səmərəli artırılması yolları göstərilmişdir.

1. Fotoelektirik üsulla işləyən qurğulara günəş radiasiyasının təsiri:

2. İstilik-elektirik üsulla işləyən qurğulara günəş radiasiyasının təsiri:

3. Elektirik emissiyası üsulla günəş radiasiyasının miqdarını müəyyən edir. Məlumdur ki, yer səthinin ümumi sahəsi $5 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$ -dir. Onda yer kürəsinin hər 1 m^2 səthinə düşən şüalanma seli gücünün 170 Vt olduğunu alırıq. Qeyd etdiyimiz kimi, bu qiymət yerin coğrafi enliklərindən asılı olaraq dəyişir. Belə ki, yuxarı enliklərdə $80-130 \text{ Vt/m}^2$, mülayim qurşaqda $130-210 \text{ Vt/m}^2$ qiymətlərini alır.

Müxtəlif növlü günəş şüalanmalara qarşı davamlı olan, spektrin görünən və yaxın infraqırmızı oblastı üçün nəzərdə tutulan yeni tip fotoelektirik üsulla çevrici qurğulara günəş radiasiyasının təsir mexanizmini işləyib hazırlanması müasir elm və texnikanın qarşısında duran mühüm məsələlərdən biridir. Hal-hazırda yarımkəçirici birləşmələr əsasında çevricilərdə ən çox istifadə olunan material qalium, indium, forfor və arsendir. Lakin nüfuzedici radiasiyasının təsiri altında bu materiallarda baş verən struktur çevirmələri nəticəsində yarımkəçiricilər əsasında yaranan birləşmələrdən xarakteristikasında əhəmiyyətli dərəcədə dəyişir.

Günəşin şüalanma enerjisindən istifadəni xarakterizə edən göstəricilərdən biridə verilən ərazidə günəşli saatların illik miqdarıdır. bu göstərici qonşu Rusiyada 500-2000 saat/il olduğu halda Muxtar

Respublikanın yerləşdiyi əlverişli coğrafi mövqeyindən və iqlim şəraitinin nəzərə alaraq burada il ərzində 1m^2 səthinə düşən günəş enerjisinin miqdarı daha yüksək olub 2000-2200kVt-saat günəş radiasiyasının illik miqdarı isə 192 Vt/m^2 -dən 212 Vt/m^2 -dək artır. deməli Muxtar Respublikada ekoloji cəhətsə təmiz istilik və elektrik enerjisi almaq üçün geniş imkanlar vardır

Naxçıvan MR Dövlət Energetika Agentliyi ilə Belçikanın “SOLTECH” şirkəti arasında Beynəlxalq standartlara müvafiq 20MVt gücə malik Günəş Elektrik Stansiyasının tikilib-quraşdırılması üçün müqavilə imzalanmışdır. Stansiyanın tikilməsi üçün 36Ha ərazi ayrılmışdır. Bu ərazi, Babək rayonunun Xalxal kəndi yaxınlığında, Naxçıvan-Şahbuz-Batabat avtomobil yolunun sol tərəfində, əkinə yararsız təpəliklərdir. Relyefdən asılı olaraq Stansiya 5 ərazidə olmaqla 11 ədəd ministansiyalardan ibarət olacaqdır. Hər bir ərazi çəpərlənəcək, qəza generatoru, siqnalizasiya və nəzarət kamera sistemi ilə təchiz olunacaqdır.

Ministansiyalar güclərindən asılı olaraq fotovoltaiq günəş panellərindən və onların armaturlarından, yığıma qutularından inverterlardan, transformatorlardan, 0.4 və 20KV dəyişən gərginlikli komutasiya avadanlıqlarından və kabellərindən, idarə etmə və nəzarət ölçü sistemlərindən ibarət olacaqdır.

ministansiya	№1	№2	№3	№4	№5	№6	№7	№8	№9	№10	№11
Invertor1MVt	2	2	2	2	2	2	2	1	2	1	1
Invertor 0.5MVt	-	-	-	-	-	-	-	1	-	-	1
Transformator 2.5MVt 20Kv2x400V	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
255 Vt günəş panelləri ədəd	7866	7866	7866	7866	7866	7866	7866	5911	7866	3933	5911
X/S tr 16kva	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Yığıma qutusu ədəd	24	24	24	24	24	24	24	18	24	12	18

Mini stansiyalar 20Kv -luq yeraltı kabel və yerüstü elektrik veriliş xətləri ilə Naxçıvan MR-nin enerji sisteminə hər birinin gücü 10MVt olmaqla 2 nöqtədə qoşulacaqdır. Qoşulma nöqtəsi Energetika Agentliyinin ümumi gücü 50MVA olan 110 /35 Kv -luq Xalxal yarımstansiyasında yerinə yetiriləcəkdir. Bunun üçün qoşulma nöqtəsində 2 ədəd 35 /20 kv-luq ,12.5MVA -lik transformator və lazımı komutasiya, mühafizə və avtomatika qurğuları quraşdırılacaq.

Stansiyanın idarə edilməsi mərkəzi idarəetmə otağından həyata keçiriləcəkdir. Real rejimdə stansiyanın bütün texniki parametrlərinə nəzarət etmək mümkün olacaqdır.

ƏDƏBİYYAT

1.Рывкин С.М.Фотозлектрические явления в полупроводниках Физматгэ,1993

2.Мак-Бейг Д.Применение солнечной энергии.Под редакцией Б.В Тарниженского-Москва,1981

3. В.М.Андрев,В.А.Гриликес,В.А.Румянчев.Фото – Электрическое преобразование концентрированного солнечного излучения.Л.Наука 1989.

4.Термодинамические солнечные электростанции. Сборник научнх трудов. Москва 1989.

ABSTRACT

Shamsaddin Kazimov

Validə Hacıyeva

Sevinc Novruzova

Sun electric power station

In this research it has been analysed the condition of natural climate of the Nakhchivan Autonomous Republic has been analysed and it has been determined that abundance and durability of the Sun radiation is suitable for creating of the solar power station it has been considered the process of obtaining electricity in the complex of devices and apparatuses which convert sun radiation into electricity. In accordance to the physical geography of the Nakhchivan Autonomous Republic it has been informed about the solar power station which is being built.

РЕЗЮМЕ

Шамсадин Казымов

Валиде Гаджиева

Севиндж Новрузова

В этом исследовании было проанализировано состояние природного климата Нахчыванской Автономной Республики был проанализирован, и было установлено, что изобилие и долговечность излучения Солнца подходит для создания солнечной электростанции было считать процесс получения электроэнергии в комплексе устройств и аппаратов, которые преобразуют излучение солнца в электричество. В соответствии с физической географии Нахчыванской Автономной Республики было сообщено о солнечной электростанции, которая будет построена.

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)

Məqaləni çapa təqdim etdi:

M.I. ISMAILOV

“Nakhchivan” University

E-mail address: imeftun@yahoo.com

DYNAMICS OF THE MOVING LOAD ACTING ON A METAL ELASTIC PLATE UNDER COMPRESSIBLE VISCOUS FLUID LOADING

Açar sözlər: *hərəkət edən qüvvə, sıxılabilən özlü maye, metal elastik lövhə, kritik sürət*

Key words: *Moving load, compressible viscous fluid, metal elastic plate, critical velocity*

Ключевые слова: *движущихся сила, сжимаемая вязкая жидкость, металлическая упругая пластина, критическая скорость*

1. Introduction

The review of investigations related to the vibration plate + fluid systems was made in papers [1, 2] and it was noted therein that until recently there was not any study in this field made within the utilizing of the linearized exact equations of motion. In the mentioned sense the first attempts were made namely in the papers [1, 2] in which the frequency response of the system consisting of the elastic [1] and viscoelastic [2] plate and the half-plane occupied with compressible viscous fluid was studied. Under these studies the equations of motion for the plate were written by utilizing the exact linearized equations of elastodynamics and the equations of motion of the fluid were written by utilizing the linearized Navier - Stokes equations.

The other considerable aspect of the investigations regarding the dynamics of the plate-fluid systems is a dynamic response analysis plate-fluid systems induced by a moving load. Results of these investigations are applied for construction of the floating bridges and for determination of their efficiency. As an example for such investigations it can be presented studies carried out in papers [3 - 5] and others listed therein. However in these investigations the fluid reaction to the plate (i.e. to the floating bridge) is taken into consideration without solution of the equations of the fluid motion. It is evident that the approach employed in [3 - 5] is very approximate one and cannot answer the questions how the fluid viscosity, fluid compressibility, plate thickness and the moving velocity of the external force act on the “hydrostatic force” acting on the plate and on the fluid flow velocities. To find the answers to these questions it is necessary to solve the corresponding coupled fluid-plate interaction problems within the scope of the exact linearized equations described to the plate and fluid motions. In the mentioned sense, in the present paper the first attempt is made for solution to the problems related to the dynamics of the moving load acting on a system consisting of the metal elastic plate and half-plane filled with compressible viscous fluid.

2. Formulation of the problem and solution method

Consider a system consisting of the plate-layer and half-plane filled with a barotropic compressible Newtonian viscous fluid. We associate the coordinate system $Ox_1x_2x_3$ with the plate and the position of the points of the constituents we determine in this coordinate system. Assume that the plate occupies the region $\{|x_1| < \infty, -h < x_2 < 0\}$, but the fluid occupies the region $\{|x_1| < \infty,$

$-\infty < x_2 < -h$. Within this, we consider a motion of the system under consideration in the case where the lineal-located force which moves with the constant velocity V acts on its free face plane of the plate-layer. Assume that the plane-strain state in the plate and the two-dimensional flow of the fluid take place in the Ox_1x_2 plane.

The equations of the plate we take within the scope of the linear theory of elastodynamics, i.e., as follows:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_2} + \sigma_{11}^0 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} &= \rho \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial \sigma_{12}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}}{\partial x_2} + \sigma_{11}^0 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} = \rho \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}. \\ \sigma_{11} &= \lambda(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + 2\mu\varepsilon_{11}, \quad \sigma_{22} = \lambda(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22}) + 2\mu\varepsilon_{22}, \quad \sigma_{12} = 2\mu\varepsilon_{12}, \\ \varepsilon_{11} &= \frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \quad \varepsilon_{22} = \frac{\partial u_2}{\partial x_2}, \quad \varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right). \end{aligned} \quad (1)$$

Note that in Eq. (1) the conventional notation is used.

According to [6], we consider the field equations of motion of the Newtonian compressible viscous fluid: the density, viscosity constants and pressure of which are denoted by the upper index (1). Thus, the linearized Navier-Stokes and other field equations for the fluid are:

$$\begin{aligned} \rho_0^{(1)} \frac{\partial v_i}{\partial t} - \mu^{(1)} \frac{\partial v_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial p^{(1)}}{\partial x_i} - (\lambda^{(1)} + \mu^{(1)}) \frac{\partial^2 v_j}{\partial x_j \partial x_i} &= 0, \quad \frac{\partial \rho^{(1)}}{\partial t} + \rho_0^{(1)} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} = 0, \\ T_{ij} &= \left(-p^{(1)} + \lambda^{(1)} \theta \right) \delta_{ij} + 2\mu^{(1)} e_{ij}, \quad \theta = \frac{\partial v_1}{\partial x_1} + \frac{\partial v_2}{\partial x_2}, \quad e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right), \quad a_0^2 = \frac{\partial p^{(1)}}{\partial \rho^{(1)}}. \end{aligned} \quad (2)$$

where $\rho_0^{(1)}$ is the fluid density before perturbation. The other notation used in Eq. (2) is also conventional.

Assuming that $p^{(1)} = -(T_{11} + T_{22} + T_{33})/3$, we obtain that $\lambda^{(1)} = -2\mu^{(1)}/3$. Moreover, we assume that the following boundary and contact conditions are satisfied:

$$\begin{aligned} \sigma_{21}|_{x_2=0} = 0, \quad \sigma_{22}|_{x_2=0} = -P_0 \delta(x_1 - Vt), \quad \frac{\partial u_1}{\partial t} \Big|_{x_2=-h} = v_1 \Big|_{x_2=-h}, \quad \frac{\partial u_2}{\partial t} \Big|_{x_2=-h} = v_2 \Big|_{x_2=-h}, \\ \sigma_{21}|_{x_2=-h} = T_{21} \Big|_{x_2=-h}, \quad \sigma_{22}|_{x_2=-h} = T_{22} \Big|_{x_2=-h}, \end{aligned} \quad (3)$$

where $\delta(\square)$ is the Dirac delta function.

This completes the formulation of the problem. For the solution of this problem, we use the moving coordinate system $x'_1 = x_1 - Vt$, $x'_2 = x_2$ (below we will omit the upper prime on the new moving coordinates) and replacing the derivatives $\partial(\bullet)/\partial t$ and $\partial^2(\bullet)/\partial t^2$ with $-V\partial/\partial x_1$ and $V^2\partial^2/\partial x_1^2$, respectively, we obtain the corresponding equations and boundary and contact conditions for the sought values in the moving coordinate system. For the solution to these equations, we employ the exponential Fourier transformation with respect to the x_1 coordinate

$$f_F(s, x_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x_1, x_2) e^{-isx_1} dx_1. \quad (4)$$

Before the employing the Fourier transformation (4) we introduce the dimensionless coordinates and dimensionless transformation parameter

$$\bar{x}_1 = x_1/h, \bar{x}_2 = x_2/h, \bar{s} = sh. \quad (5)$$

Below we will omit the over-bar on the symbols in (5). Moreover, we will also use the notation

$$V' = V/h, \nu^{(1)} = \mu^{(1)}/\rho_0^{(1)}. \quad (6)$$

For reducing the volume of the paper we do not give here the other details of the solution procedure, which are similar to those given in the papers [1, 2]. Nevertheless, we recall that under the mentioned solution procedure the dimensionless parameters

$$\Omega_1 = \frac{V'h}{a_0}, \quad N_w^2 = \frac{V'h^2}{\nu^{(1)}}, \quad M = \frac{\mu^{(1)}V}{\mu h} \quad (7)$$

are introduced. Note that the dimensionless number N_w in (7) can be taken as a Womersley number and characterizes the influence of the fluid viscosity on the mechanical behavior of the system under consideration. However, the dimensionless frequency Ω_1 in (7) can be taken as the parameter through which the influence of the compressibility of the fluid on the mechanical behavior of the system under consideration can be characterized. At the same time, the parameter M characterizes the ratio of the characteristic stress caused by fluid viscosity to the shear modulus of the plate material.

Thus, within the scope of the solution procedure discussed in the papers [1, 2], we obtain analytical expression of the sought quantities, after which we determine the originals of those through the expression

$$\begin{aligned} \{u_1; u_2; \sigma_{11}; \sigma_{12}; \sigma_{22}; \nu_1; \nu_2; T_{11}; T_{12}; T_{22}\} = \frac{1}{2\pi} \operatorname{Re} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} \{u_{1F}; u_{2F}; \sigma_{11F}; \right. \\ \left. \sigma_{12F}; \sigma_{22F}; \nu_{1F}; \nu_{2F}; T_{11F}; T_{12F}; T_{22F}\} e^{isx_1} ds \right]. \quad (8) \end{aligned}$$

The integrals in (8) are calculated numerically for which the infinite interval $[-\infty, +\infty]$ is replaced with the finite one $[-S_1^*, +S_1^*]$. The values of the S_1^* are determined from the convergence criterion of these integrals in (8). Under calculation of the integrals in (8), the interval $[-S_1^*, +S_1^*]$ is divided into a certain number of shorter intervals. Let us denote this number through $2N$. Consequently, the length of the mentioned shorter intervals is S_1^*/N and in each of these shorter intervals the integration is made by the use of the Gauss integration algorithm with the sample points. Consequently, convergence of the mentioned numerical integration can be estimated with respect to the values of S_1^* and N . The various testing of the convergence of the numerical results show that for the quite converge and validate results are obtained in the case where $N = 2000$ and $S_1^* = 5.0$. We do not here consider examples of the numerical results illustrated this convergence, however note that such examples are given in the paper [1].

This completes the consideration of the solution method.

3. Numerical results and discussions

It follows from the foregoing discussions that the problem under consideration is characterized through the dimensionless parameters Ω_1, N_w and M which are determined by the expressions in

(7), λ/μ where λ and μ are the mechanical constants which enter the expression of the elastic relations in Eq. (1). Note that the case where $\Omega_1=0$ corresponds to the case where the fluid is incompressible, but the case where $1/N_w=0$ corresponds to the case where the fluid is inviscid.

In the numerical investigation we assume that the material of the plate-layer is Steel with mechanical constants: $\mu=79\times 10^9 Pa$, $\lambda=94.4\times 10^9 Pa$ and density $\rho=1160 kg/m^3$ [7], but the material of the fluid is Glycerin with viscosity coefficient $\mu^{(1)}=1,393 kg/(m\cdot s)$, density $\rho_0^{(1)}=1260 kg/m^3$ and sound speed $a_0=1459.5 m/s$ [6]. We also introduce the notation $c_2=\sqrt{\mu/\rho}$ which is the shear wave propagation velocity in the layer material.

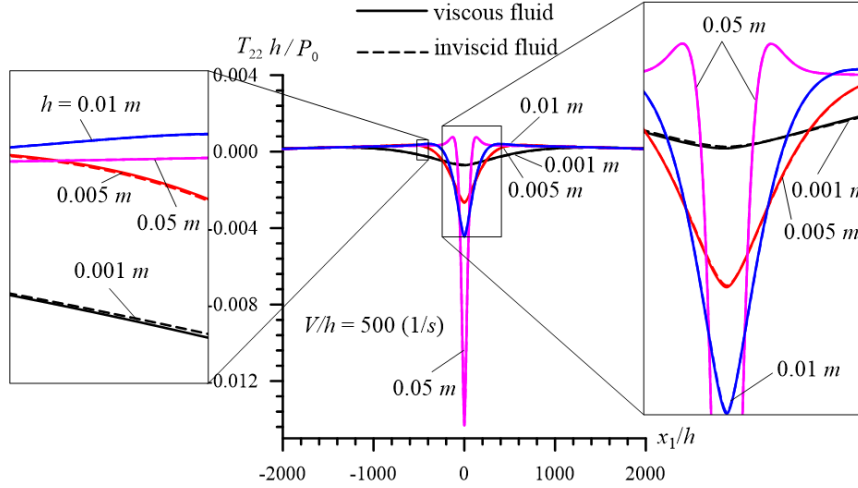


Fig.1. Distribution of the $T_{22}h/P_0$ with respect to the x_1/h

Thus, after selection of these materials, the foregoing dimensionless parameters can be determined through the two quantities: h (the thickness of the plate-layer) and V (the velocity of the external moving load). Numerical results which will be discussed below relate to the normal stress acting on the interface plane between the fluid and plate-layer and to the velocities of the fluid (or of the plate-layer) on the mentioned interface plane in the directions of the Ox_1 and Ox_2 axes.

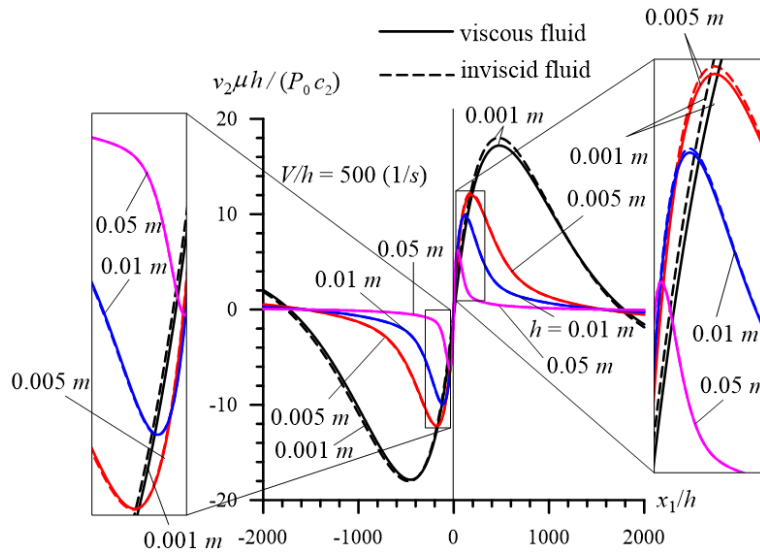


Fig. 2. The distribution of the $v_2\mu h/(P_0c_2)$ with respect of the x_1/h

Thus, first we investigate the distribution of the studied quantities $T_{22}h/P_0$, $v_2\mu h/(P_0c_2)$ and $v_1\mu h/(P_0c_2)$ on the interface plane with respect to the dimensionless coordinate x_1/h . We recall that here the coordinate x_1 is determined with respect to the moving coordinate system and, according to the coordinate transformation $x'_1 = x_1 - Vt$, $x'_2 = x_2$ which was introduced in the beginning of the previous section (the upper prime over the moving coordinates was omitted), the change in the values of the x_1/h (i.e. of the x'_1/h) can also be considered as a change in the values of the dimensionless time Vt/h . Consequently, the distribution of the foregoing quantities with respect to the moving dimensionless coordinate x_1/h can also be considered as the change of those at some fixed point in the frame of the fixed coordinate system with respect to the dimensionless time Vt/h . Graphs of these distributions are given in Figs. 1 (for the $T_{22}h/P_0$), 2 (for the $v_2\mu h/(P_0c_2)$), 3 (for the $v_1\mu h/(P_0c_2)$ in the viscous fluid case) and 4 (also for the $v_1\mu h/(P_0c_2)$ in the inviscid fluid case).

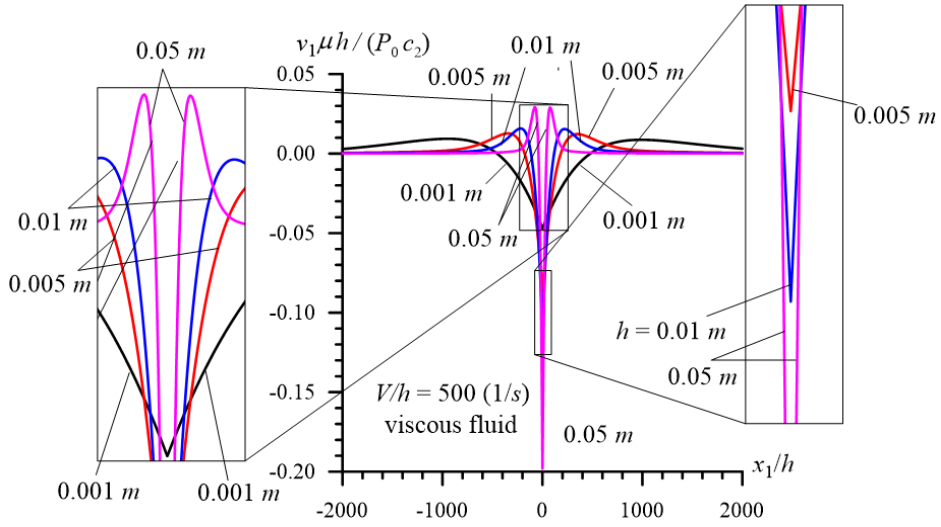


Fig. 3. The distribution of the $v_1\mu h/(P_0c_2)$ with respect of the x_1/h in the viscous fluid case

Note that these graphs are constructed in the case where $V/h = 500$ (1/s) for various values of the h . In Figs. 1 and 2 the results related to the viscous and corresponding inviscid fluid cases are given simultaneously. Here and below under "inviscid fluid case" ("viscous fluid case") we will understand the case where the selected fluid (i.e. Glycerin) is modeled as inviscid (viscous) one. However, the results obtained for the $v_1\mu h/(P_0c_2)$ in the viscous fluid case incompatible with those obtained in the inviscid fluid case. Therefore the results obtained for the $v_1\mu h/(P_0c_2)$ in the viscous and inviscid fluid cases are given separately in Figs. 3 and 4 respectively. The mentioned incompatibility can be explained with disappear of the contact condition $\partial u_1/\partial t|_{x_2=-h} = v_1|_{x_2=-h}$ in (3) for the inviscid fluid case. Consequently, according to the results given in Figs. 3 and 4, we can conclude that the distribution of the velocity $v_1\mu h/(P_0c_2)$ cannot be described within the scope of the inviscid fluid model not only in the quantitative sense, but also in the qualitative sense.

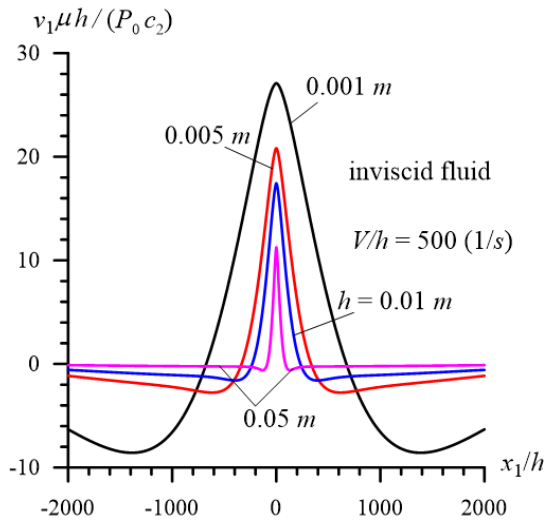


Fig. 4. The distribution of the $v_1\mu h/(P_0c_2)$ with respect of the x_1/h in the inviscid fluid case

The analysis of the graphs in these figures shows that the attenuation of the investigated quantities with $|x_1/h|$ takes place more rapidly and the width of the action area of the moving load decrease with increasing of the plate thickness h under fixed value of the velocity of the moving load. We again note that the foregoing results can also be estimated as the change of the studied quantities with respect to time at a certain fixed point of the interface plane. For instance, we consider a point which is in a distance L from the origin of the fixed coordinate system. According to the relation $x_1 = L - Vt = 0$, we determine the time $t^* = L/V$ at which the moving load achieves this point. Consequently, the left (right) branch of the graphs given in Figs. 1 – 4 which illustrate the change of the studied quantities with respect to the x_1/h under $x_1/h \leq 0$ (under $x_1/h \geq 0$) can also be taken as the change of those with respect to time t under $t \geq t^*$ (under $t \leq t^*$) at the point which is in a distance L from the origin of the fixed coordinate system.

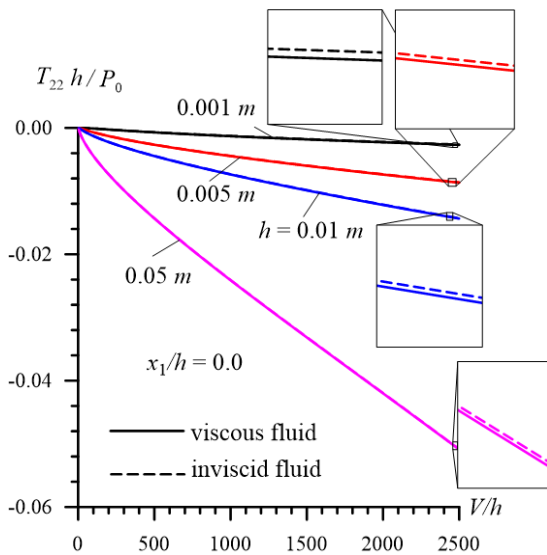


Fig. 5. The graphs of the dependence between $T_{22}h/P_0$ and V/h

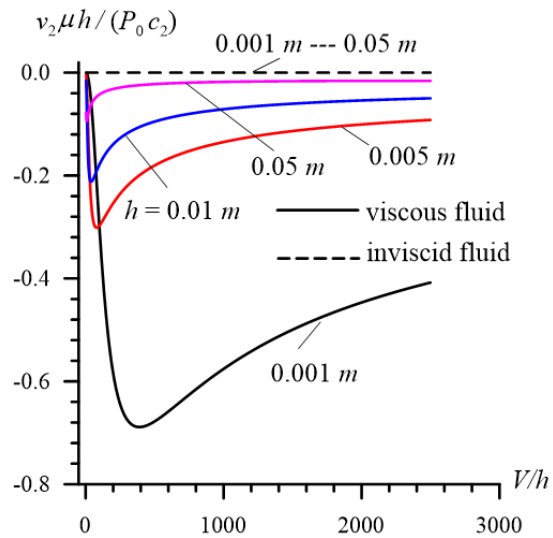


Fig. 6. The graphs of the dependence between $v_2\mu h/(P_0c_2)$ and V/h

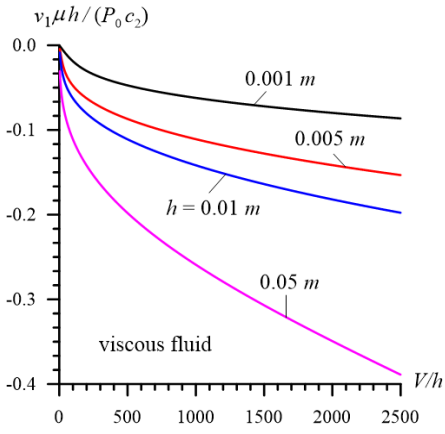


Fig. 7. The graphs of the dependence between $v_1\mu h / (P_0c_2)$ and V/h in the viscous fluid case

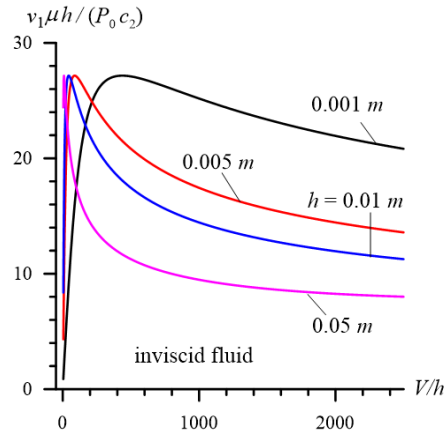


Fig. 8. The graphs of the dependence between $v_1\mu h / (P_0c_2)$ and V/h in the inviscid fluid case

Now we consider the graphs of the dependence between the studied quantities and the velocity V/h . These graphs for the stress $T_{22}h/P_0$ and for velocities $v_2\mu h/(P_0c_2)$ and $v_1\mu h/(P_0c_2)$ are given in Figs. 5, 6, 7 and 8 which are constructed for various values of the h . Under construction of these graphs the values of the studied quantities are calculated at $x_1/h = 0$.

It follows from these graphs that in the case under consideration the influence of the fluid viscosity on the values of the stress $T_{22}h/P_0$ is insignificant, but on the values of the fluid flow velocity is very significant.

Now we consider the results which illustrate the influence of the fluid compressibility on the values of the studied quantities. We recall that the influence of the fluid compressibility is characterized through the parameter Ω_1 (7). Numerical results show that the influence of the fluid compressibility on the studied quantities becomes considerable in the cases where $\Omega_1 \geq 0.25$. However, in the cases where $\Omega_1 \geq 0.25$ the influence of the fluid viscosity on the distribution of the stress $T_{22}h/P_0$ and velocity $v_2\mu h/(P_0c_2)$ disappears almost completely. Under obtaining results related to the incompressible fluid model we assume that $\Omega_1 = 0.0$. Basing this reason, we investigate the influence of the fluid compressibility on the values of the studied quantities within the scope of the inviscid fluid case. Thus, according to the foregoing discussions, an increase in the values of the velocity must increase the difference between the results obtained within the scope of the compressible and incompressible fluid models. However, the investigations shows that there exists such value of the velocity of the moving load under which the absolute values of the studied quantities become infinite and the resonance type event takes place. Note that the existence of the critical velocity is characteristic one for dynamics of the moving load acting on the layered medium. The review of the investigations related to critical velocity of the moving load acting on bi-material elastic systems was made in a paper [8]. However, up to now, we have not found any investigation on the critical velocity of the moving load action on the hydro-elastic systems. Consequently, the results related to the critical velocity, which will be discussed here, are the first attempts on the investigations of the critical velocity of the moving load acting on the hydro-elastic systems. We introduce a notation V_{cr}/a_0 for illustration of the values of the dimensionless critical velocity. Numerical investigations show that the values of the V_{cr}/a_0 are the same for each studied quantities and for each point, i.e. for each value of the x_1/h , at which the values of these quantities are calculated. Numerical investigations also show that the values of

V_{cr}/a_0 do not depend on the plate thickness h , but depend on the compressibility or incompressibility of the fluid. Moreover, it is established that the values of the V_{cr}/a_0 depend also on the mechanical properties of the fluid and of the plate materials. For the selected fluid and plate-layer material we obtain that $V_{cr}/a_0 = 0.3262$ for the incompressible fluid model case and $V_{cr}/a_0 = 0.3476$ for the compressible fluid model case. Consequently, the compressibility of the fluid causes to increase of the values of the critical velocity.

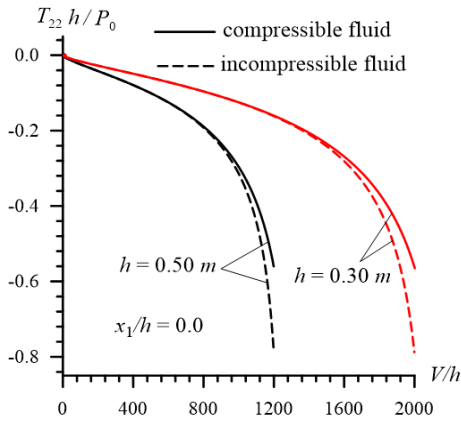


Fig. 9. The influence of the fluid compressibility on the values of the stress $T_{22}h/P_0$

Now we consider the graphs of the dependence among $T_{22}h/P_0$ and the velocity V/h constructed for the compressible and incompressible fluid models in the case where $V/h < V_{cr}/h$. These graphs are given in Fig. 9 from which follows that the fluid compressibility causes to decrease of the absolute values of the pressure acting on the interface plane between the plate and fluid.

With this we restrict ourselves to analysis of the numerical results and note that the study of the problems which are similar to that considered here will be continued in the further works by the author of the present paper.

REFERENCES

- [1] S.D. Akbarov, M.I. Ismailov, Forced vibration of a system consisting of a pre-strained highly elastic plate under compressible viscous fluid loading. *CMES: Computer Modeling in Engineering & Science*, **97**(4), pp. 359 – 390 (2014).
- [2] S.D. Akbarov, M.I. Ismailov, Frequency response of a viscoelastic plate under compressible viscous fluid loading. *International Journal of Mechanics*, **8**, pp. 332-344 (2014).
- [3] J.S. Wu, P.Y. Shih, Moving-load-induced vibrations of a moored floating bridge. *Computer & Structures*, **66** (4), 435 – 461 (1998)
- [4] S. Fu, W. Cui, X. Chen, C. Wang, Hydroelastic analysis of a nonlinearity connected floating bridge subjected to moving loads. *Marine Structures*, **18**, 85 – 107 (2005).
- [5] C. Wang, S. Fu, W. Cui, Hydroelasticity based fatigue assessment of the connector for a ribbon bridge subjected to a moving load. *Marine Structures*, **22**, 246 – 260 (2009).
- [6] A.N. Guz, *Dynamics of compressible viscous fluid*, Cambridge Scientific Publishers, (2009).

- [7] A.N. Guz, F.G. Makhort, The physical fundamentals of the ultrasonic nondestructive stress analysis of solids. *International Applied Mechanics* **36**, 1119 – 1148 (2000).
- [8] S.D. Akbarov, N. Ilhan, Dynamics of a system comprising a pre-stressed orthotropic layer and pre-stressed orthotropic half-plane under action of a moving load. *International Journal of Solids and Structures*, 45 (14): 4222 – 4235 (2008)

XÜLASƏ

M.İ. İsmayılov

Sıxılabilən özlü maye ilə yüklənən lövhəyə təsir edən hərəkətli qüvvənin dinamikası

Məqalədə metal elastik lövhə və yarımüstəvini dolduran sıxılabilən özlü Nyuton mayesindən əmələ gələn hidro-elastik sistemə təsir edən hərəkətli qüvvənin dinamikası tədqiq edilir. Lövhənin hərəkəti xətti elasto-dinamikin dəqiq tənlikləri, mayenin hərəkəti isə xəttiləşdirilmiş Navıye-Stokes tənlikləri vasitəsilə yazılır. Lövhənin materialı polad, maye isə qliserin olaraq seçildiyində, ədədi nəticələr verilir və bu nəticələr müzakirə edilir.

РЕЗЮМЕ

М. И. Исмаилов

Динамика движущихся сила действующая на пластину нагруженной с вязкой сжимаемой жидкости

Объектом исследования настоящей статье является изучения динамику движущихся сила действующая на гидро-упругой систему состоящие металлической упругой пластин и полуплоскость заполненной с баротропной сжимаемой Нютонской вязкой жидкости. При этом изучения движения пластина описывается с точными уравнениями эласто-динамики, и движения жидкости с линеаризованными уравнениями Навие-Стокса. Численные результаты представляется и обсуждается в случае когда материал пластин является сталь, а в качестве жидкости принимается глицерин.

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)
Məqaləni çapa təqdim etdi:

NAXÇIVAN DÖVLƏT UNIVERSİTETİ. ELMİ ƏSƏRLƏR, 2015, № 5 (73)

NAKHCIVAN STATE UNIVERSITY. SCIENTIFIC WORKS, 2015, № 5 (73)

НАХЧЫВАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ. НАУЧНЫЕ ТРУДЫ, 2015, № 5 (73)

QULU BAĞIROV
TOFIQƏ NADIROVA

UOT 535.33

TORPAQ NƏMLİYİNİ ÖLÇƏN ELEKTRON CİHAZI

Açar sözlər: zond, tranzistor, rezistor, Şkala

Key word: probe, transistor, resistor, scale

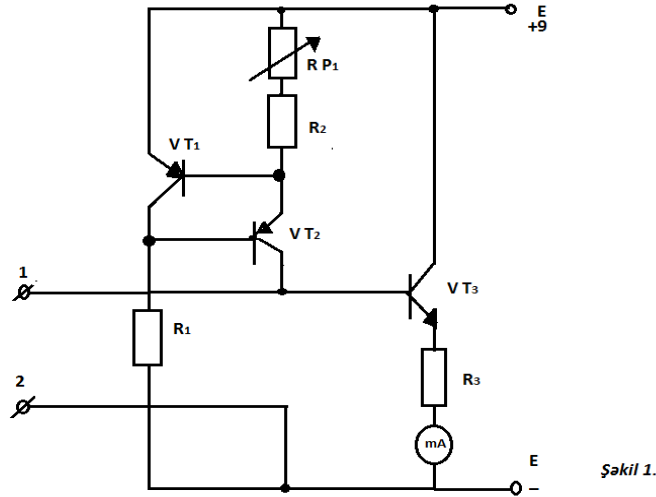
Ключевые слова : зонд, транзистор, сопротивление, шкала

Fermer ve ferdî təsərrüfatlarda çalışan əmək adamları yaxşı bilirlər ki, əkilən əkin sahələrinin münbitliyini, torpağın məhsuldar qatının qalınlığı, üzvi və mineral qida maddələr ehtiyatı və s. taxıl və tərəvəz-bostan bitgilərinin məhsuldarlığının artırılmasında, onların normal inkişafında həlledici rol oynadığı kimi, suvarmanın vaxtlı-vaxtında və düzgün aparılması da vacib şərtlərdən biridir. Bunun üçün birinci növbədə torpağın nəmliyinə və rütubətlik dərəcəsinə fikir vermək lazımdır. Təəssüf ki, bir çox hallarda bu qaydalara əməl olunmur və demək olur ki, laqəidlik münasibət göstərirlər. Nəticədə taxıl sahələrinin və tərəvəz-bostan bitgilərinin normal inkişafının və məhsuldarlığının aşağı düşməsinə səbəb olur. Torpağın həddindən artıq quru və nəmli olması da yol verilməz haldır. Hər iki amil bitginin inkişafına və məhsuldarlığına mənfi təsir göstərir. Bütün bu mənfi faktları aradan qaldırmaq üçün təklif etdiyimiz elektron ölçü cihazı kənd təsərrüfatı ilə məşğul olan adamların köməyinə çata bilər. Torpağın elektrik cərəyan keçiriciliyi onun tərkibində kimyəvi birləşmələrdən onda olan nəmliyin sıxlığından çox asılıdır cihazın ölçü həddi torpağın 15-30cm keçirici müqaviməti divarında götürülmüşdür. Torpağın cərəyan keçirici müqavimətinin dəyişməsi onda nəmliyin dəyişməsi deməkdir.

Torpaq quru olanda onun cərəyan keçiriciliyi azalır və müqavimət artır, əksinə cərəyan keçiriciliyi artıq olarsa, müqavimət aşağı düşür. Aşağıda ölçü cihazının prinsipial elektrik sxeması verilmişdir.

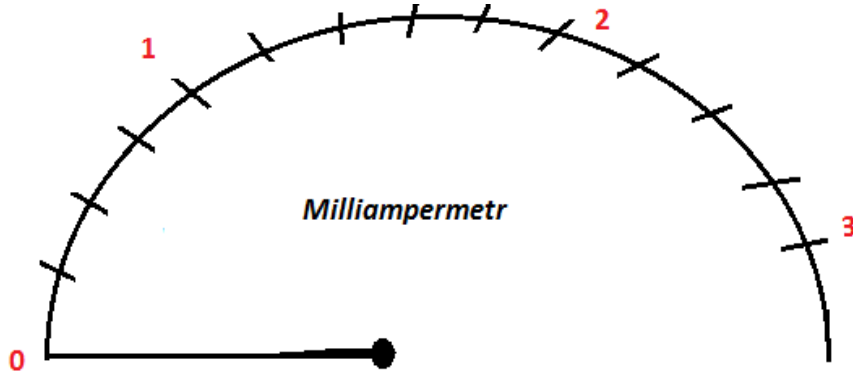
Cihazın şkalasının xəttliliyini təmin etmək üçün zondan keçən sabit cərəyanın dəyişməməzliyini müqavimətin müəyyən qiymətində nəzərdə tutmaq lazımdır.

Elektrik ölçü cihazı çox sadə quruluşa və asan istifadə olunma xüsusiyyətinə malikdir.



Cihazın işləmə prinsipi belədir: VT_1 tranzistorunun normal işçi rejimini təmin etmək üçün onun bazasına RP_1 və R_2 müqavimətləri ilə sürüşmə gərginliyi verilmişdi yenidən o açıq vəziyyətdədir. Tranzistordan keçən cərəyan artıqca R_1 müqavimətində gərginlik düşgüsü də artacaqdır. Müqavimətdə gərginlik 0.6 v-a çatdıqda VT_2 tranzistoru acılaraq ondan artıq cərəyan keçməyə başlayacaqdır. Belə vəziyyətdə R_1 müqavimətində gərginlik həmişə sabit qalacaqdır və həmin gərginlik VT_2 tranzistorunun baza-emitter dövrəsindəki gərginliyə bərabər olacaqdır. Nəticədə VT_1 tranzistorun emitterindən keçən cərəyan R_1 müqavimətindən keçməklə sabit dəyişməz şəkildə qalacaqdır. Beləliklə VT_1 tranzistorunun

kollektorundan keçən cərəyan sabit cərəyan qiyməti R_1 müqavimətindən və VT_2 tranzistorunun baza-emitter gərginliyindən asılıdır. Bir çox silsumlu tranzistorlarda bu cərəyan $0,6/R_1$ amper nisbətində götürülür. Sxemdə VT_1 və VT_2 p-n-p tranzistorlarından istifadə olunmuşdur və cərəyandan keçən müsbət şin və zonadan keçərək torpaqlamaya daxil olur. Cərəyan R_2 və dəyişən RP_1 (potensiometr) müqavimətləri ilə tənzimlənir və $0,08-0,2mA$ həddində götürülür. RP_1 -in orta qiymətində cərəyan $0,12mA$ götürülür ki, bu da torpağın 5-55 kom müqavimətinə uyğun gəlir. RP_1 müqavimətində gərginlik düşgüsü $0,6-7,6v$ həddində olur. Zondun ucunda alınan gərginlik VT_3 tranzistoru vasitəsilə gücləndirilir və emitter təkrarlayıcı rolunu oynayır. Emitterin gərginliyi baza gərginliyindən $0,6v$ aşağı olduğu halda onun çıxışında gərginlik $0-7v$ arasında dəyişir və bu da torpaq müqavimətinin 5-55kom həddində dəyişməsi deməkdir. Gərginliyin torpağın müqavimətindən asılılığı xətti xarakter daşıyır. Emitter dövrəsinin ümumi müqaviməti cihazın daxili müqaviməti ilə birlikdə 7 kom olmalıdır. Buna uyğun olaraq R_3 müqaviməti götürür. Bu halda ölçü cihazından keçən cərəyan gərginlikdən asılı olaraq $0-1mA$ həddində götürülür, ölçü cihazı istenilən diapozonda olan milliampmetir götürülür. Milliampmetrin şkalası üç əsas sektora bölünmüşdür. 0-dan 1-ə qədər nəmliyin aşağı həddi, 1-dən 2-yə qədər nəmliyin buraxıla bilən normal həddi, 2-dən 3-ə qədər isə nəmliyin yuxarı həddi kimi nəzərdə tutulmuşdur. R_2 müqavimətindən o, məqsəd istifadə edilir ki, RP_1 ilə tənzimləmə apararkən VT_1 və VT_2 tranzistorları tam mənfi gərginlikdən sıradan çıxmasınlar.

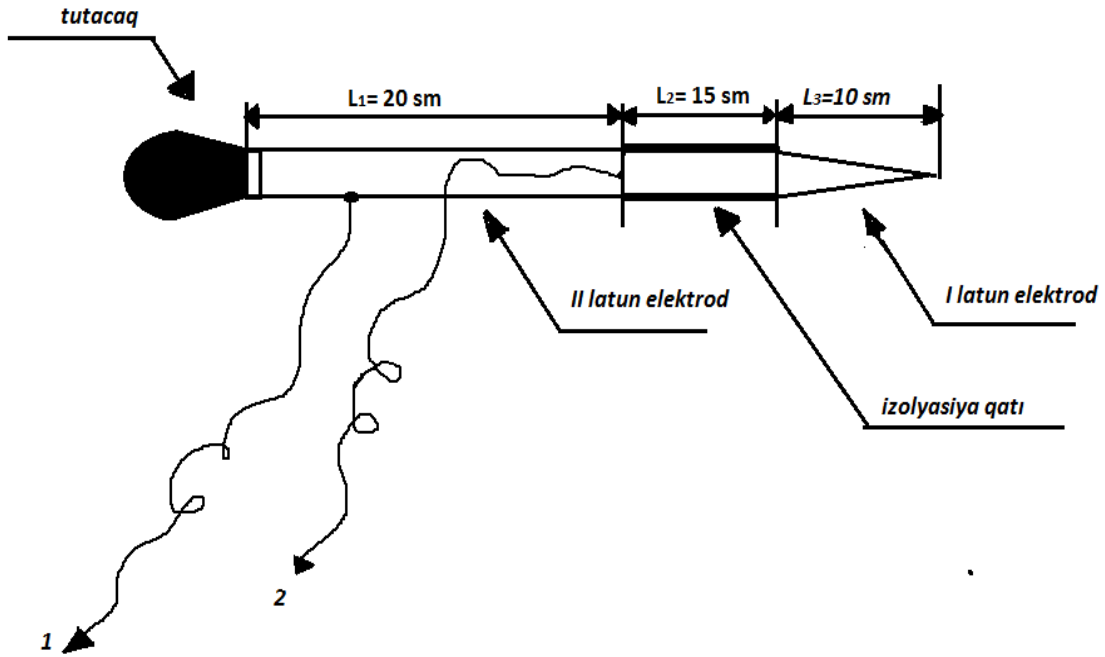


Şəkil 2.

RP_1 müqavimətinin 0 qiymətində, yəni onun qolunu sol tərəfə sona qədər döndərmək vəziyyətində milliampmetrin göstəricisinə baxırıq, əgər əqrəb 2-3 sektorundan kənara çıxıbsa həmin müqavimətlə şkalanın $\frac{3}{4}$ nisbətində qaytarırıq və RP_1 müqavimətini tədricən artırırıq bu halda əqrəb 2-3 sektorundan 2-1 sektoruna doğru hərəkət edərək müşahidə edəcəyik. Əgər kökləmə vaxtı cihazın göstəricisi deyilənlərə tam cavab verirsə deməli cihaz işçi vəziyyətindədir.

Cihaz praktiki olaraq xətti sınaqdan keçirilmiş və özünün yararlığını bir daha təstiqlənmişdir;

Zondun ölçü parametrləri aşağıda göstərilən şəkildə təsvir edilmişdir.



Sxema(şəkil 1) 1 və 2 uclarına birləşdirilən məftillər.

Ümumi aktiv uzunluq $\ell = \ell_1 + \ell_2 = 10 + 15 = 25 \text{ sm}$

Ümumi uzunluq $L = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 = 20 + 10 + 15 = 45 \text{ sm}$

Rezistorlar. Cihazın radio detalları :

1. RP_1 - 4,7 Kom
2. R_1 - 68 Kom
3. R_3 - 5,6 Kom

Tranzistorlar.

1. VT_1 VT_2 – RT 3107 И
2. VT_3 – RT 3102 Д

ƏDƏBİYYAT

1. Тәрəвəзçинин məlumat kitabı Bakı 1992.
2. Е.М.Мартынов.Бесконтактные переключающие устройства.Москва 1961.

ABSTRACT

Q.B.Bağirov
T.T.Nadirova

First of all it is necessary to be careful of moistness and wetness of land because of being important conditions fertility of sown areas , thickness of productive layer of land and reserves of organic and mineral substances and in increasing fertility of grain and melon plants , taking irrigation truly in time and electronic apparatuses measuring wetness of land were prepared. The apparatus was passed from all experiences at out conditions and it verified usefulness of itself one more time.

РЕЗЮМЕ

Q.B.Bağirov.
T.T.Nadirova.

Прибор для измерения влажности почвы.

Прибор был испытан в полевых условиях и показал себя исключительно осуществленным.

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)
Məqaləni çapa təqdim etdi:

NAHXIVAN DÖVLƏT UNIVERSİTETİ. ELMİ ƏSƏRLƏR, 2015, № 5 (73)

NAKHCHIVAN STATE UNIVERSITY. SCIENTIFIC WORKS, 2015, № 5 (73)

НАХЧЫВАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ. НАУЧНЫЕ ТРУДЫ, 2015, № 5 (73)

KİMYA

HƏSƏN HƏSƏNLI

СдС_{1-й}Се_й НАЗИК ТЯБЯГЯЛЯРИНДЯ ФОТОКИМЙЯВИ РЕАКСИЙАЛАР

Индийя гядяр апарылмыш шяртяряфли елми тядгигатлардан мялум олмушдур ки, А₂Б₆ тип бирляшмялярин ясасында йарадылмыш фоточевирисиялярин ясас чатышмазлыгларындан бири онларда баш верян фотокимйяви реаксийаларла ялагядар чевирисиялярин параметрляринин гейри-стабиллийидир.

Она эюря дя бу тип материалларда фотокимйяви реаксийаларын тядгиги – йяни фотошяссас мяркязлярин йаранма механизминин, шямчинин СдС_{1-й}Се_й назик тябягяляриндя дефектлярин ассосийа вя диссосасийасынын тябиятинин арашдырылмасы шяля дя юз актуаллыбыны итирмәмишдир. Беяя ки, бу тядгигатлардан алынан нятиясяляр М₀/CuInSe₂/СдС_{1-й}Се_й структурлары ясасында йарадылмыш эцняш элементляринин параметрляринин

стабиллик дярсясинин артырылмасы йолларынын арашдырылмасында ясас ролу ойнайа биляр.

Гейд едяк ки, индийя гядяр йарымкечирисилярдя фотохимйяви реаксийалар щесабына йаранмыш дярин фотоактив мяркъязлярин йаранмасы щаггында мялуматларын олмасына бахмайараг, бу мяркъязлярин йарымкечирисидя олан идаря олуна билмяйян дефектляр (мясялян, оксизен вя азот атомлары иля) гаршылыглы тясире демяк олар ки, юйрянилмяйиб.

Мящлулдан электрохимйяви чюкдцрмя цсулу иля алынмыш СдС_{1-й}Се_й (щалкоэен артыглыгына малик олмайан) назик тябгяляриндя дярин щяссас мяркъязлярин йаранма механизми, щабеля онларын тябияти фотокечирисилик вя фототутум спектроскопийа методлары иля тядгиг едилмәсинә бахаг.

Термик емал олунмамыш СдС_{1-й}Се_й назик тябгяляриндя фотохимйяви реаксийадан сонра фотощяссаслыбын спектрал пайланмасы щякил 1- дя тясвир олунмушдур. Щякилдян эюрцндцйц кими, фотохимйяви реаксийадан сонра СдС_{1-й}Се_й назик тябгяляринин фотощяссаслыг спектриндя селенин мигдарындан асылы олагаг $\lambda_1 = 0.75 \div 0.86$ мкм далья узунлуу интервалында йерлящян максимумларынын интенсивлийи къскин артыр. й- ин артмасы иля максимумларын интенсивлийинин азалмасына бахмайараг онларын узун далья тяряфя сцрцщмяси баш верир.

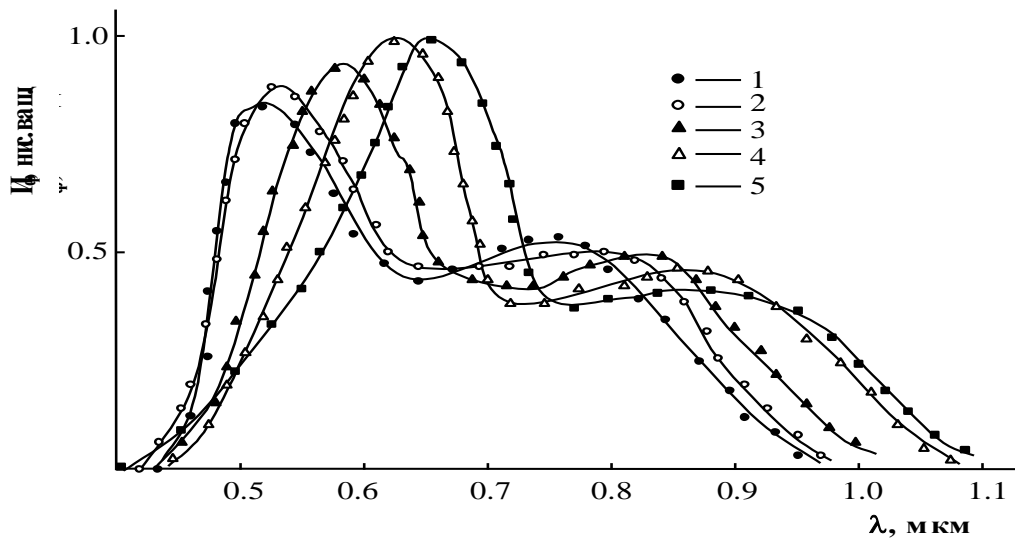
Термик емал олунмамыш СдС_{1-й}Се_й назик тябгяляриндя фотощяссаслыбын бу сцр артмасы бир сира ищләрде дя мцщащидя олунмуш вя эффект р- мяркъязляриндя электронларын тутулмасы иля изащ олунмушдур. Фотощяссаслыг максимумларынын узун далья сярщяддиндян $\eta = 0.2$ вя 0.8 тяркибли нцмуняляр цццн бу мяркъязлярин енерэетик дяринлийи щесапланмышдыр: $\varepsilon_r = \varepsilon_c - 1.57$ еВ $\varepsilon_r = \varepsilon_c - 1.38$ еВ.

Мцяййян олунмушдур ки, Т = 380 ÷ 400°С температурда $\tau = 3 \div 7$ дягигя ярзиндя термик емалдан сонра нцмунялярин фотощяссаслыбы къскин артыр. Оптимал щяраитдя

термик емалдан сонра $\frac{I_f}{I_q} = 10^3$ тяртибиндя олур вя фотощяссаслыбын бу гиймяти 7 – 8 ай

ярзиндя сабит галыр. Термик емалдан сонра назик тябгялярин фотощяссаслыг спектри къскин дйишир (щякил 2). Бу заман, нцмунялярин фотощяссаслыг спектри узун далья тяряфя эенищлянир вя фотощяссаслыг спектриндя $\lambda_2 = 0.95 \div 1.15$ мкм далья узунлуу областында даща бир максимум йараныр. Термик емал мцддятинин $3 \leq \tau \leq 4$ дягигя гиймятляриндя башлайараг λ_1 - максимумун интенсивлийи азалыр, λ_2 - максимумун интенсивлийи ися артыр. $\tau = 7$ дягигя ярзиндя термик емалдан сонра спектрдя биринси максимум итир, бу заман икинси максимумун интенсивлийи юзццн максимал гиймятиня чатыр.

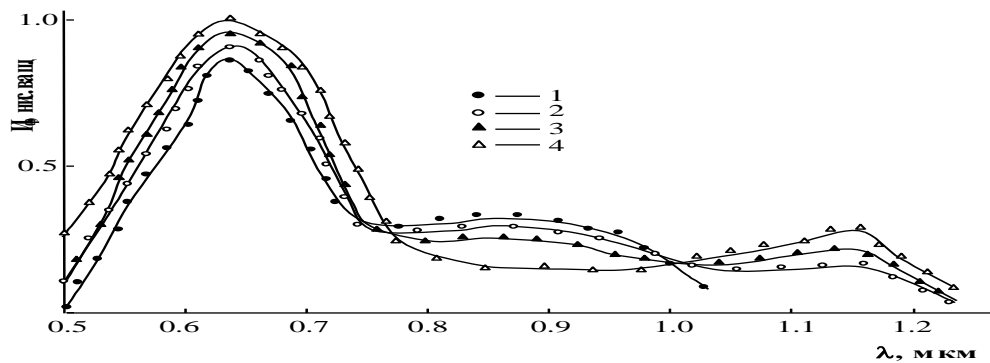
Термик емалдан сонра СдС_{1-й}Се_й назик тябгяляринин фотощяссаслыг спектриндя $\lambda_2 = 0.95 \div 1.15$ мкм далья узунлуу областында йаранан максимумлар йени бир фотоактив мяркъязлярин йарандыбыны эюстярир. Фярз олунур ки, бу мяркъязляр $(V_{cd} - Cd_i)^+$ донор-аксептор сцтляринин парчаланмасы иля ялагядардыр.



Шякил 1. Термик емал олунмамыш $\text{CdS}_{1-x}\text{Se}_x$ назик тябгяляриндя фотосярйанын спектрал пайланмасы.

$T = 300 \text{ K}$.

x : 1 – 0.2, 2 – 0.3, 3 – 0.4, 5 – 0.6, 6 – 0.8



Шякил 2. Термик емалдан яввял (1) вя сонра (2-4) $\text{CdS}_{0.2}\text{Se}_{0.8}$ назик тябгяляриндя фотосярйанын спектрал пайланмасы.

$T_e = 400^\circ \text{ C}$.

τ_e , дяг: 1 – 0, 2 – 2, 3 – 4, 5 – 7.

Йаранмыш йени фотоактив мяркязлярин тябиятини айдынлашдырмаг мягсяди иля назик тябгялярин фототутум спектрляри вя максимумларда фотосярйанын кинетикасы тядгиг едилмишдир. $\text{CdS}_{0.2}\text{Se}_{0.8}$ назик тябгяляриндя $\lambda_1 = 0.86 \text{ мкм}$ вя $\lambda_2 = 1.15 \text{ мкм}$ максимумларында фотосярйанын кинетикасы шякил 3 – дя тясвир олунмушдур. Бу заман щяр ики максимум цчцн фотосярйанын артмасы експоненсиал гануна, азалмасы ися щиперболик гануна (квадратик рекомбинасийа иля ялагядар) табедир. Бу ися ону эюстярир

ки, йаранмыш йени фотоактив мяркъзляр аксептор тябиятлидир. $\lambda_2 = 1.15$ мкм максимумунда ишыьын интенсивлийи артдыгда фотосярйанын артма сцряти йцксялир, азалма сцряти ися демьяк олар ки, дяйишмяз галыр.

Термик емал мцддятини 4 дягигяйя гядяр артдыгда λ_1 максимумунда фотосярйан артыр (йяни $(V_{Cd} - Cd_i)^+$ донор-аксептор сцтляри парчаланыр), лакин λ_2 ццн яксиня сярйанын азалма вя артма сцряти кяскин азалыр (йени мяркъзляр йараныр).

Mo/CdS_{0,2}Se_{0,8} структурлары ццн фототутум спектри термик емалдан яввял вя сонра (T = 380 ÷ 400⁰ C температурда $\tau=0 \div 7$ дягигя ярзиндя термик емалдан сонра) шыкил 4- дя эюстярилмишдир. Фототутум спектриндя мцшащидя олуан биринси пилля ($\lambda_1 = 0.86$ мкм) шаггында мялуматлар чохдур. Лакин фототутум спектриндяки $\lambda_2 = 1.15$ мкм далья узунлуьунда йерляшян икинси максимум йени – даща мцряккяб мяркъзин йарандыьыны тясдигляйир. Фототутум спектриндян бу мяркъзляр ццн ($x = 0,8$ тябягяляри ццн) енерэетик дяринлик щесаблианмышдыр: $\varepsilon = \varepsilon_v + 1.08$ eV.

Мялумдур ки, йарымкечирисидя донор-аксептор сцтляринин йаранмасы, ашаьыдакы кимидир. Кулон гаршылыгы тясир гцввяси иля ялагядар олага донорлар (D_i^+ вя йа D_i^{++}) вя аксепторлар (A_s^-) ясасында донор-аксептор сцтц йараныр (йа $(D_i^+ A_s^-)^0$ вя йа $(D_i^{++} A_s^-)^+$ типли).

Еффекив кцтля ганунуна ясаян бу комплексярин йаранмасы ашаьыдакы дюнян реаксийа иля тясвир олуна биляр:

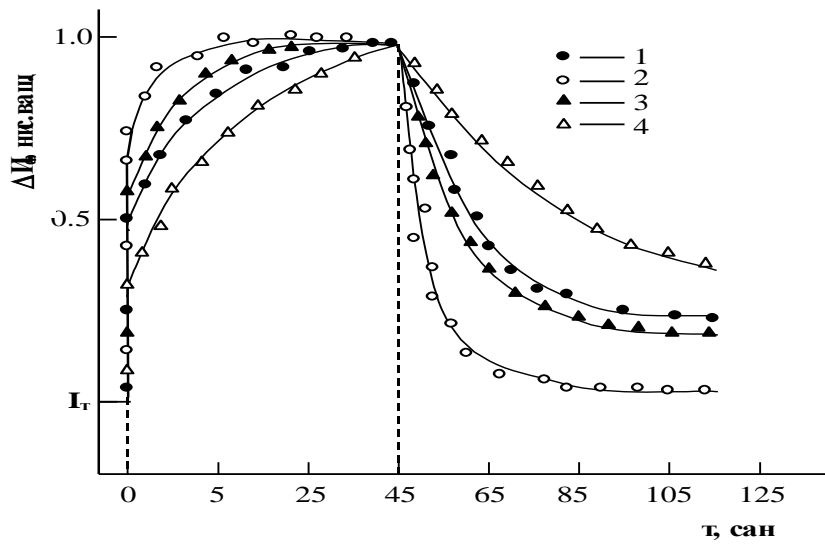


Таразлыг шяраитиндя сцтлярин концентрасийасы $C^0(N_c)$ вя онларын донор-аксептор компонентляри юз араларында ашаьыдакы тянликля ялагядардыр:

$$\frac{N_c}{N_D N_A} = k_e(T) \quad (2) \text{ бурада,}$$

$k_e(T) = \beta \exp\left(-\frac{\Delta\varepsilon_c}{kT}\right)$ - комплекс йарадысы сабитдир, β - D_i^+ вя A_s^- атом сцтляри

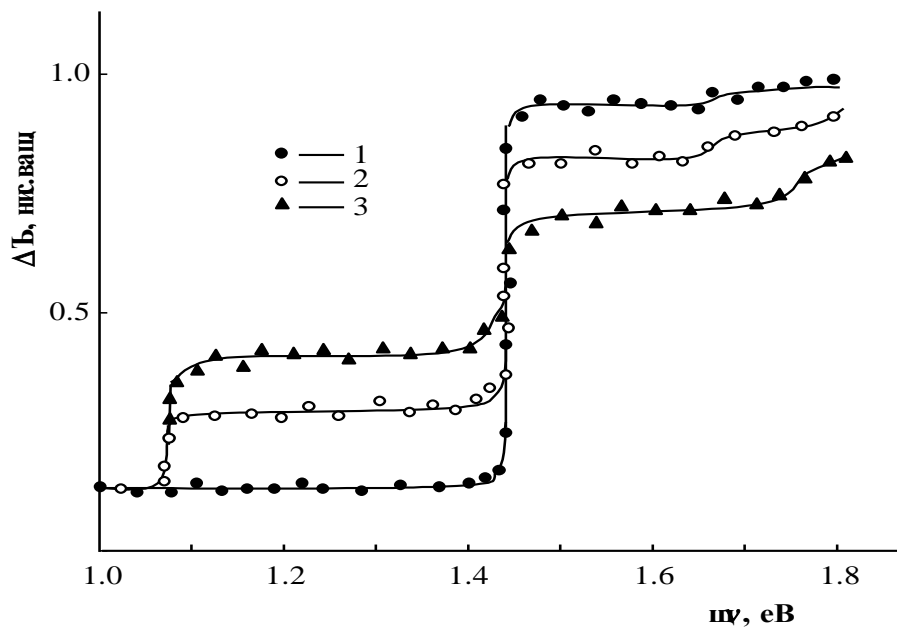
арасындакы ялагядя олмама ещтималыны эюстярир, $\Delta\varepsilon_c$ - $(D_i^+ A_s^-)^0$ донор-аксептор сцтляринин ялагя енержисидир.



Шякил 3. Термик емалдан яввял (1, 3) вя сонра (2, 4) $\text{CdS}_{0.2}\text{Se}_{0.8}$ назик
тябягяляриндя фотосярйанын кинетикасы.

$T_e = 400^\circ \text{C}$, $\tau_e = 7$ дяг

λ , мкм: 1, 4 – 0.78, 2, 3 – 1.15



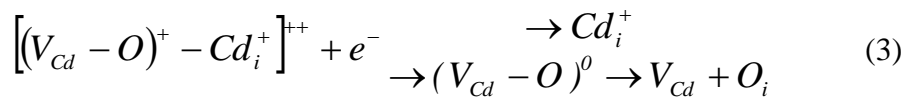
Шякил 4. Термик емалдан яввял (1) вя сонра (2, 3) $\text{Mo}/\text{CdS}_{0.2}\text{Se}_{0.8}$ структурларынын
фототутум спектри.

$T_e = 400^\circ \text{C}$

τ_e , дяг: 1 – 0, 2 – 4, 3 – 7

Бу нүгтейи-нязрядян беля бир фикир йцртмяк олар ки, термик емалдан сонра парчаланан $(V_{Cd} - Cd_i)^+$ ытляри даща дярин комплекс сывийяляри йарадыр. Беля эюруцнцр ки, бу мяркъязляр $(V_{Cd} - O_i)^+$ комплексляриня аиддир. Беля ки, яээр бу мяркъязляр башга мяркъязляря аид олсайды (мясялян, кадмиумун щяр шансы бир дивакансийаларына), онда йцксяк температурлу термик емалдан сонра онлар йох олмалыйды. Тядгигатларымызда бу сцр щадися мщшщидя олунмадыьындан, беля суюлямяк олар ки, термик емалын башланьысында ($T \leq 200^0\text{Ъ}$) O_2 атомлары кадмиум вакансийаларыны тутур, икинси мярщялядя ися ($T \geq 200^0\text{Ъ}$) онлар Cd_i ионлары иля даща мщряккъяб $[(V_{Cd} - O)^+ - Cd_i^+]^{++}$ комплексляриня йарадыр.

Назик тябгялярдя баш верян фотохимйяви реаксийалардан сонра $[(V_{Cd} - O)^+ - Cd_i^+]^{++}$ мщряккъяб донор-аксептор комплексляри ашаьыдакы кими парчаланыр:



СдС_{1-й}Се_й назик тябгяляри ццн селенин мигдарындан асылы олараг бу мяркъязлярин йаранма енержиси $\Delta\varepsilon_c = 0,09 \div 0,12$ еv вя онларын концентрасийасы $W = 2 \cdot 10^{13} \div 10^{14} \text{ см}^{-3}$ щесабланмышдыр.

ABSTRACT

In this article investigation of formation mechanism of deep sensitive (activated) centers in thin layers of CdS_{1-y}Se_y (with no hallogen remain/derivative) obtained by electrochemical precipitation method, in addition, investigation of their nature by methods of photoconductance and photopotential spectroscopy were conducted. Spectral distribution of photosensitivity following photochemical reaction in thin layers of CdS_{1-y}Se_y with no thermal refinement.

Spectral distribution of photocurrent in $T_e = 400^0\text{C}$ in thin layers of CdS_{0.2}Se_{0.8} before and after thermal refinement were given.

In conclusion, it has been suggested that $(V_{Cd} - Cd_i)^+$ pairs splitted after thermal refinement form even deeper complex levels. It seems that these centers belong to $(V_{Cd} - O_i)^+$ complexes.

РЕЗЮМЕ

В статье получены методом электрохимического осаждения раствора CdS_{1-y}Se_y (которые не имеют избыточную халькогена) тонкие слои чувствительных центров механизма, а также их введение в природе методов ФП и fototutum спектроскопии рассмотренных. Fotokomuэvi тонкие слои тепловой элек-тростанции необработанного CdS_{1-y}Se_y fotohəssaslıgın спектрального распределения рассматри-ваемой реакции.

Кроме того, до и после термической обработки $\text{CdS}_{0.2}\text{Se}_{0.8}$ fotosərgəyanın спектральное распределение тонких слоев указаны на $T_e = 400^\circ\text{C}$.

Итоговый пришли к выводу, что такая идея, что yurudulmusdur разрушенной после термической обра-ботки (VCD-Cd_i) + пары создать более глубокие уровни комплекса. По-видимому, эти центры ($\text{V}_{\text{Cd}}\text{-O}_i$)⁺ комплексы.

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)
Məqaləni çapa təqdim etdi:

TEXNİKİ ELMLƏR

MƏMMƏD RƏCƏBOV

Naxçıvan Dövlət Universiteti

UOT: 510

YENİ İNFORMASIYA TEXNOLOGİYALARININ TƏTBİQİ İLƏ CƏBR VƏ ANALİZ KURSLARININ TƏLİMİ PROSESİNDƏ FƏNLƏRARASI ƏLAQƏLƏRİN HƏYATA KEÇİRİLMƏSİNİN ƏSAS İSTİQAMƏTLƏRİ

Açar sözlər: *riyazi analiz və cəbrin tədrisi, informasiya texnologiyaları, kompüter, müəllim hazırlığı, məqsəd və vəzifələr, metodika, fənlərarası əlaqə*

Key words: *inter-subjects communication teaching algebra and mathematical analysis, information technology, computer, teacher training, goals and objectives, methodology, contact with interdisciplinary*

Ключевые слова: *преподавание математический анализ и алгебры, информационные технологии, компьютер, подготовка учителей, цели и задачи, методика, связь между предметами*

Ali pedaqoji məktəblərdə yeni informasiya texnologiyalarının tətbiqi ilə cəbr və riyazi analiz kursunun tədrisinin elmi-nəzəri əsaslarının yaradılması, praktik məsələlərin həllində keyfiyyətli nailiyyətlərin əldə olunmasında rol oynayır.

Riyazi analiz və cəbr kurslarının tədrisində kompüterlərdən istifadə, proqramların və yeni dərslərin variantlığı, bu kursların tədrisinə yanaşmaların müxtəlifliyini meydana çıxarır ki, bu da özünü fənlərarası əlaqələrdə əks etdirir. Bir çox hallarda riyazi analiz və cəbr kurslarının tədrisində əldə olunmuş biliklər fizika, kimya, coğrafiya, texniki fənlər və s. kursların öyrənilməsində tətbiq edilir. Yəni fizika, kimya və s. kurslardakı nəzəriyyələrin tədrisində müvafiq riyazi aparatın, modelin qurulması həmin nəzəriyyələrin nəzəri və praktiki istiqamətlərdə tədrisində bir baza kimi özünü əks etdirir. Ehtimal nəzəriyyəsi və statistikanın elementlərinin kompüterlərlə tədrisində qurulmuş aparata birləşmələrin (kombinatorikanın) daxil olunması mahiyyətə yeni modelin yaranmasına səbəb olur.

Bu problemlər həm də fizikada statistik nəzəriyyələrin qurulması, biologiyada genlərin öyrənilməsi və s. kimi kursların öyrənilməsində geniş imkanlar yaradır.

Riyazi analiz və cəbr kurslarının tədrisində fənlərarası əlaqələrin tətbiqində riyazi məntiq və riyazi danışq dilinin real dillə müqayisəsində onun təlimi prinsipcə mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Tədris prosesində tam dəqiq, qüsursuz və nöqsansız riyazi danışq dili təfəkkürün inkişafına və dilin yüksək səviyyədə mənimsənilməsinə təsir edir. Həm də təbiət və humanitar elmləri arasında danışq dili riyaziyyatın fənlərarası əlaqələrdə tətbiqində keyfiyyətli bilik əldə olunmasında rol oynayır.

Kompüterlərin tətbiqi ilə riyazi analiz və ali cəbr kurslarının fənlərarası əlaqələrdə tətbiqi ilə

bağlı yeni elektron dərsliklərinin vəsaitlərinin yaranması bir problem kimi qarşıda durur. Dərslinin funksiyası digər elektron kitablardan fərqli olaraq özünün interaktivliyində, tələbələrin bilik, bacarıq və vərdislərə yiyələnməklərində özünü göstərməlidir. Bu halda həm də riyazi analiz və ali cəbr kurslarından əldə olunan elmi biliklərin fənlərarası əlaqələrdə diferensiyası və inteqrasiyası prosesi öz müsbət həllini göstərir.

Yeni informasiya texnologiyalarının tətbiqi ilə riyazi analiz və ali cəbr kurslarının tədrisi və fənlərarası əlaqələrində tətbiqində kompüterlərdən istifadə təlimin məqsəd, məzmunu, metod, vasitə və formalarına baxılmasını tələb edir, bu göstəricilər isə yeni metodik sistemin qurulmasını qarşıya qoyur. Bu isə böyük problemlərin yaranmasına səbəb olur. Lakin müasir tələblərə uyğun maddi-texniki baza yaradıldıqda müasir təlim metodlarının inteqrasiyası nəticəsində müəllimin qarşısına çıxan bütün çətinliklər aradan qalxır, bu proses isə riyaziyyat kursunun bir çox istiqamətlərində şagirdlərin kompüterlərlə işləmə vərdislərini möhkəmləndirir və daha da həvəsləndirir. Bu göstərilənlər müasir tələblərə uyğun olduqda, təlimin səmərəliliyi özünü yüksək səviyyədə əks etdirir.

Digər tərəfdən bu proses şagirdlərin təfəkkürünün formalaşmasına, dünyagörüşünün artmasına, onlarda fərdi keyfiyyətlərin meydana gəlməsinə, intellektin inkişafına səbəb olur ki, bu da əldə olunan biliklərin həm də başqa təbiət və humanitar elmlərdə özünü əks etdirir.

Gələcək müəllimlərin riyazi, pədoqoji və psixoloji hazırlığının yüksək səviyyədə olması həm riyaziyyatın və həm də riyaziyyatın fənlərarası əlaqələrində böyük rol oynayır

Elm və texnikanın sürətlə inkişafı həm də riyaziyyat və fizika elmləri ilə bağlıdır. Riyaziyyat və fizikanın bir çox bölmələrini bilmədən onların bir çox nəzəriyyələrindəki məsələlərin həlli kompüterdə mümkün deyil. Digər tərəfdən riyazi analiz və cəbr kursların kompüterlərlə tədrisinin fənlərarası əlaqələrdə tətbiqi gələcək ilkin müəllimlərin keyfiyyətli bilik qazanmalarında rol oynayır və belə bir prosesin modelinin düzgün qurulması həm də tələbələrin peşə hazırlığında, onların gələcəkdə riyazi inkişafında müstəsna rol oynayır.

Son zamanlarda istər ümumi təhsil məktəb riyaziyyatı istərsədə ali pədoqoji məktəblərdə tədris olunan riyazi nəzəriyyələr coğrafiya, iqtisadiyyat, dilçilik, biologiya, psixologiya və s. elmlərə sirayət etmişdir, başqa sözlə həm təbiət elmlərinə həm də humanitar elmlərə sirayət etmişdir. Buna görə də elm və texnikanın sürətlə inkişafı nəticəsində yeni elm sahələrinin yaranması müxtəlif fənlərlə əlaqələri daha da möhkəmləndirir və qarşıya çıxan formalizmin aradan qaldırılmasında rol oynayır.

Riyazi analiz və cəbr kurslarında fənlərarası əlaqədən istifadə digər dəqiq fundamental təbiət və humanitar elmlərdə biliklərin dərinləşməsinə səbəb olur və analogiyadan istifadə etmək, təkrarçılığı aradan qaldırmaq yüksək səviyyədə keyfiyyətli bilik əldə etmək və s. kimi üstünlükləri meydana çıxarır. Fənlərarası əlaqənin nəzəri və praktiki istiqamətlərdə öyrənilməsi digər elmlərin öyrənilməsində keyfiyyətli bilik əldə olunmasına gətirib çıxarır. Və bu əlaqələrin tamlığın da öz təsirini göstərir.

Yeni informasiya texnologiyalarının tətbiqi ilə riyazi analiz və ali cəbr kurslarının tədrisinin metodiki vəsaitlərinin hazırlanması böyük rol oynayır. Birdəyişənli funksiyaların diferensial hesabının tədrisi metodikası, çoxdəyişənli funksiyaların diferensial hesabının tədrisinin metodiki məsələləri, adi diferensial tənliklərin seçimi, sıralar nəzəriyyəsi, çoxdəyişənli funksiyaların inteqral hesabı, kompleksdəyişənli funksiyalar nəzəriyyəsinin elementləri və operasiya hesabı, ehtimal nəzəriyyəsi və riyazi statistikanın elementlərinin yeni informasiya texnologiyalarının tətbiqi ilə tədrisi metodikası hazırlanmalıdır. Bu halda əldə olunan nailiyyətlər gələcək müəllimlərin sənətə marağını daha da gücləndirir və öz peşəsində müsbət təsirini göstərir.

ƏDƏBİYYAT

- 1.Алешии Н.В., Ю.Н. Новое направление подготовки спе-циалистов в университете-С-Петербург. Сборник научных трудов Изд-во СПбГМТУ 1991 г. С.35-41.
- 2.Л.Б.Бреслав, А.И.Гинзбург, Н.В Алешин. Расчет цены подготовки специалиста.
- 3.Материалы международной конфереции «Экономика и управление высшей школой» г. Красногорск 1992 г. С.74-75.
- 4.Müdəfiə Mahmudov. “Riyaziyyatın tədrisi metodikası”. Bakı, “ADPU” mətbəəsi, 2006, 273 səh

ABSTRACT

M.Rajabov

Algebra training courses and analysis of new information technologies in the application of key trends interdisciplinary relations

The article with the introduction of new information technologies in teaching interdisciplinary courses in algebra and mathematical analysis considered the issue of the relationship. Algebra interdisciplinary courses with the use of mathematical analysis and other detailed knowledge of the fundamental sciences of nature and the deepening humanitarian causes and to use the analogy, repetition, and to gain knowledge to overcome the high level of quality unveils advantages. With the introduction of new information technologies in teaching and interdisciplinary courses in mathematical analysis and higher algebra relations training in the application of the use of computers, content, methods, tools and forms to be reconsidered. On the other hand, this process is the formation of students' thinking, the growth outlook, the formation of their individual qualities, leads to the development of intelligence, the nature of knowledge, and the other reflects the sciences and humanities.

РЕЗЮМЕ

М.Раджабов

Алгебра курсы и анализ новых информационных технологий в применении ключевых тенденций междисциплинарные отношений

В статье с введением новых информационных технологий в преподавание курсов алгебры и математического анализа междисциплинарных рассмотрел вопрос о взаимосвязи. Математический анализ и алгебра междисциплинарные курсы с применением силы и гуманитарных наук и другими знаниями о точном характере основных причин углубления аналогии использовать для устранения дубликатов преимуществ, таких как высокий уровень знаний в области качества приводит. С введением новых информационных

технологий в обучении и междисциплинарных курсов математического анализа и высшей алгебры отношений подготовки в области применения с использованием компьютеров, содержание, методы, инструменты и формы, чтобы быть пересмотрены. С другой стороны, этот процесс является формирование мышления учащихся, перспективы роста, формирование их личностных качеств, приводит к развитию интеллекта, характера знаний, а другой отражает и гуманитарные науки.

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)

Məqaləni çapa təqdim etdi:

ALI TAŞDEMİR

Azərbaycan Memarlıq və İnşaat Universiteti

İSTANBUL CAMI MƏSCİDLƏRİNİN MEMARLIQ İNKİŞAFINDA KLASSİK ÜSLUBUN YERİ

Açar sözlər: Osmanlı, Klassik dövr, İstanbul, məscid, Memar Sinan

Keywords: Osmanli, Classic age, Istanbul, Masjid, Memar Sinan

Ключевые слова: Османская, Классический период, Стамбул, мечеть, Зодчий Синан

Fatih Sultan Mehmetin İstanbulu fəth edib Osmanlını şərq və qərbin birləşdiyi nöqtəyə qədər genişləndirməsi ilə dövlət rəhbərliyində şərq və qərbi qucaqlamaq istəyən bir siyasət əhəmiyyət qazandı. Bu sintez axtarışı mədəniyyət incəsənətdə də əks olundu. Şərqli qaynaqlarla yanaşı qərbi qaynaqlardan da (yalnız burada qərb olaraq nəzərdə tutulan Bizansdır, Avropa deyil) bəslənməyə başlandı. Bu vəziyyətin ilk nümunəsini, Səlimiyə Məscidinin tikintisinə qədər şah əsər olaraq qəbul edilən Ayasofya Kilsəsinin araşdırılması təşkil edir(14, s.81).

Bu araşdırma istər estetik, istərsə də texniki baxımdan Osmanlı günbəz memarlığının inkişafını sürətləndirmişdir. Bir çoxları tərəfindən XVI əsri Osmanlının ən parlaq dövrü qəbul edirlər. Siyasi sahədəki gəliirlər baxımından bu mühakimənin nə dərəcə doğru olduğu müzakirə edilə bilər, lakin sənət cəhətdən xüsusi Osmanlı memarlığının ən yetkin dövrünü XVI əsrdə yaşamış olduğu danışıqlıq bir faktır(13, s. 160).

Bu vəziyyətin əsas səbəbləri belə sadalana bilər:

- a- Sərhədlərin sürətlə genişlənməsinə paralel olaraq abadlıq fəaliyyətləri sürət qazandı beləcə arxitekturalarda böyük inkişaf baş verdi.
- b- XVI əsrdə dövrünün ən böyük güclərindən biri halına gələn Osmanlı buna paralel olaraq mədəni sahədə də ən yetkin dövrünü yaşadı. Özündən əvvəlki mədəniyyətləri sintez etməyi tamamlayaraq öz mədəniyyətini meydana gətirdi.
- c- Dövlətin iqtisadi cəhətdən olduqca güclü olması ilə incəsənət işləri dəstəkləndi. Böyük binaların tikintisi memarlığın inkişafı üçün həm məcbur, həm təşviq etdi.
- d- Xüsusilə memarlıq sahəsində bir-birini izləyən monumental xüsusiyyətli abidələrə nəzər yetirildikdə bu dövrdəki yaradıcılıq üslubunda sultanın nə qədər təsirli olduğu ortaya çıxır. Sultanlar Osmanlı Dövlətinin böyüklüyünə uyğun, onu memarlıq sahəsində simvolizə edəcək xüsusiyyətlərə sahib əsərlərin inşasında ilk təşəbbüskar oldular. Bu simvolik əsərlərlə sultanlar Allaha bağlılıqlarını bildirərkən bir tərəfdən öz varlıqlarını duyururdular (bu vəziyyətin dəlili ictimai funksiyası olmasına baxmayaraq külliyyətlərin onu tikdirən sultanın varlığıyla özdeşləşməsi, bu strukturların o sultanın adını daşmasıdır). Bu nəcib və ali məqsədə uyğun olaraq memarlıq sənəti də şah əsərlər yaratmalıydı. Dövrün öndə gələnlərinin də hökmdarın yolunu təqib etməsi arxitekturanın inkişafını sürətləndirdi. Klassik estetik zirvə nöqtəsinə çatdı(14, s.165).

Klassik Osmanlı arxitekturası gündəlik həyatın tələblərini qarşılayacaq strukturlarda ifadəsini

tapır. Yəni başqa bir sözlə klassik anlayış dəyişən çağla birlikdə dəyişən gündəlik həyatın ehtiyaclarını erkən dövr sənətinin qarşılayamaması ilə ortaya çıxmışdır. Bu xüsusiyyətinə görə klassik Osmanlı memarlığında tikilinin ən əhəmiyyətli xüsusiyyəti funksionallığıdır. Memarın məqsədi isə funksionallığı azaltmayacaq ölçüdə yaradıcılıq xüsusiyyəti də olan abidələr inşa edə bilməkdir(2, s.79).

Beləliklə Klassik Dövr strukturlarında şişirtmədən qaçınıldı, sadə və tarazlı kompozisiyalar yaradılmağa başlandı. XV əsrdən XVI əsrə qədər olan dövrdə (memarlıq xalqın ehtiyaclarına cavab verən bir vasitə olaraq ələ alınması və xüsusi mülkiyyət anlayışının var olmamasına görə) ictimai strukturlar ilk planda gəlirdi. Yerləşdiyi yerdə, xalqın bütün ehtiyaclarına cavab verəcək strukturlar kompleksi olan külliylərin inşası sürətini artırdı. Beləliklə həm şəhərləşmə nəzarət altına alınmış oldu, həm də dövlət ictimai öhdəliklərini bir dəfədə yerinə yetirmiş oldu. Həmçinin bu strukturlar vəqflər vasitəsi ilə idarə edildiyinə görə həm dövlətə əlavə yük olmur, həm də strukturu tikdirən bina üzərində haqq iddia edə bilmirdi. Beləliklə də binalar tamamilə xalqın istifadəsinə açıq olurdu(10, s. 274).

Məsələn, klassik anlayışın ortaya çıxdığı ilk abidə olan II Bəyazid Məscidi onun əsəri deyil. Həmçinin Memar Sinanın tikililərində istifadə etdiyi günbəz, yarım günbəz, bir neçə Şərəfəli minarələr, kəmərlər, tonozlar ondan əvvəl dəfələrlə tətbiq olunmuşdur. Sinanın böyüklüyü memarlıq ənənəsinin zəngin təcrübəsini yenidən ələ alıb yeni ölçülər və nisbətlərlə fərqli bir gözəlliyə çatmaq üçün çalışarkən əldə etdiyi müvəffəqiyyətdən qaynaqlanır. O, ölçü və nisbətlər üzərində çalışaraq klassik memarlığın əsas doğrularını aşkara çıxarmış, beləcə "Sinan Məktəbi" deyilən anlayış ortaya çıxmışdır(15, s. 39).

1. Üfüqi və şaquli istiqamətdə gözü narahat etməyəcək bir kompleks kompozisiyasına üstünlük verilməsi, kobud və sərt keçidlərin qarşısının alınmağa çalışılması;
2. Abidə elementlərinin ölçülərinin bir tam ədədin qatları olmasına diqqət edilməsi;
3. Şişirdilmiş və ya həssas dekorasiyadan uzaq durulması, bunun yerinə texniki işlərdə həssas və dəqiq olunması;
4. Günbəz dizaynının davamlı inkişaf etdirilməsi;
5. Abidə elementlərinin çox funksiyalı istifadəsi (məsələn Sinanın əsərlərində günbəzə keçid elementi olaraq istifadə olunan mukarnaların sabit günbəzi saxlaması, estetik gözəlliyə uyğun keçid təmin etmək və akustik səsin dağılmadan əks olunmasını təmin etmək funksiyası vardır).
6. Hörgü Karkas texnikasının istifadə edilməsi (Bu ağırlığın kəmərlərə və ayaqlara verilməsini, divarlara heç yük düşməməsini təmin edən, Sinan tərəfindən tapılmış bir texnikadır. Beləliklə divarlar dağılsa belə günbəz ayaqda qalacaq; həm də divarlar incəldilərək tikilinin görünüşünü zərifləşdirəcəkdir.) Sinan üslubu klassik anlayışın standart xəttini əks etdirir. Klassik dövr ərzində Sinan üslubu qorunmuşdur. Bu arxitekturdə müxtəlif memarların əsərləri arasındakı fərq onların müxtəlif etnik mənşələrinə deyil, ayrı dövrlərdə yaşamalarından irəli gəlir. Mənşə fərqi ümumi memarlığı fərqli bir xəttə istiqamətləndirməmiş, yerli bir çox abidələrdə belə saray üslubunun ağırlığı müşahidə edilmişdir. Bu memarların dövlətin ən ucqar yerlərinə qədər nüfuz edə bilən təşkilat nizamından qaynaqlanır(3, s.55).

Osmanlı Bəyliyinə bir dünya dövlətinə çevrilməsi dünya tarixi baxımından necə yeni dövrlər açmışsa, eyni hadisə memarlıq sahəsində də yeni və orijinal tikinti kompozisiyaları ilə coğrafi ətraf mühiti də dəyişdirmişdir. Osmanlı arxitekturası, Osmanlı Dövlətinin hər cür tikintini əhatə edən fəaliyyət sahəsinin hamısını ifadə edir. Bu memarlıq dövlətin quruluşundan XVI əsrə qədər ümumiyyətlə Səlcuqlu və Bəyliklər dövrü arxitekturasının xüsusiyyətlərini daşımaqla yanaşı, Osmanlıların bu dövrdə meydana gətirdiyi əsərlər, klassik dövr arxitekturasının inkişafında təsirli rol oynamışdır. Bu dövr, eyni zamanda Osmanlı memarlığının zirvədə olduğu bir dövrdür(22, s.23).

Osmanlı arxitekturası, İslam arxitekturasının ümumi xüsusiyyətlərini daşımaqla yanaşı fərqli bir şəxsiyyətlə meydana çıxdığı qəbul edilməkdədir. Belə ki, bu fərqlilik memarisi ən yaxın sayılan Səlcuqlu əsərləri ilə müqayisədə belə, özünü müəyyən edir. Memarlıq tikililərin forma, üslub, plan və bəzəklərdəki diqqət çəkən xüsusiyyətləri uyğun kompozisiyanı əldə etmiş olması Osmanlı arxitekturasını orijinal və özünəməxsus etməkdədir. Xüsusilə Memar Sinana aid olan arxitektura strukturları o qədər qane edicidir ki, bu dövrə aid nümunəyə yeni bir şey əlavə etmək, hər hansı bir detallı gərəksiz hesab edib çıxartmaq mümkün deyil. Qısaca desək bu dövr strukturlarında hiss edilən şey bütövlük duyğusunun verdiyi məmnuniyyət duyğusudur(11, s. 30-36).

İstanbulun fəthi Osmanlı memarlığının yeni, böyük ölçülü və daha zəngin nümunələr verə bilməsi üçün yeni sahələr açmışdır. Yenə bu dövrdə imperiyanın hər tərəfində, memarlıq tarixində xüsusi və əhəmiyyətli yer tutan arxitektura strukturları ard-arda yüksəlməyə başlamış, Osmanlı coğrafiyasının tarixi mühit və mədəni silueti şəkillənərək müsbət istiqamətdə dəyişmişdir. Topqarı sarayı, Fatih, Bəyazid və Süleymaniyyə külliyləri buna ən gözəl nümunədir. Memarlıqdakı bu inkişaf Qərbi Asiya və Şimali Afrikada Şam, Bağdad, Qahirə və Tunis; Şərqi Avropada Selanik, Belqrad, Budapeşt kimi böyük şəhərləri təsiri altına almışdır(7, s.145).

Klassik dövr Osmanlı Memarlığı, başda məscidlər olmaqla digər strukturlarda da material, plan və bəzək cəhətdən böyük bir oxşarlıq təşkil edir. Tikinti materialı olaraq əsasən daş istifadə olunmuşdur. Göstərişdən uzaq və təsir gücünü kompozisiyasından alan üslub hakimdir. Strukturlar daima günbəz ilə örtülü olub, pəncərələr alt mərtəbələrdə düz, üst mərtəbələrdə kəmərlidir. Qədim daş oyma sənəti yerini, içəri hissədə istifadə olunan çini örtmələr, boyalı bəzək, rəngli şüşələr, ağac işləmələr, hüsn-ü xətt yəni gözəl yazı sənətinin nümunələri almışdır. Sütun başlıqlarda da paxlava və sarkıt motivləri istifadə edilmişdir(8, s. 130).

Yeri gəlmişkən bu dövrdə inşa edilən əsas memarlıq strukturlarından olan məscidlərin üslub və formalarından qısaca bəhs etmək istəyirik. Osmanlı məscidlərində minarə nizamı, iki və dörd minarəlilər simmetrikdir. Dörd minarə, Süleymaniyyə məscidi nümunəsində olduğu kimi əsas kütlənin küncələrinə yerləşdirilərkən, yalnız Sultanahmet Məscidində müşahidə edilən altı minarə, əsas kütlə və həyət küncələrinə paylanmış vəziyyətdədir. Mərkəzi planlı məscidlərdəki əsas günbəzin, İslamdakı tövhid düşüncəsindən ilhamlanılaraq inşa edilmişdir. Daxili hissələrin bəzənməsində xətt və çinilər əhəmiyyətli yer tutur. Günbəz-məkan əlaqəsinin uyğunluğu əhəmiyyətlidir. Məscidlərdə böyük həyət və şadırvan vardır. Məscidlərin ətrafında tez-tez mədrəsə, aş evi, kitabxana, hamam və s. strukturlardan mütəşəkkil külliyyə inşa edilərdi (16, s.350).

Heç şübhəsiz ki, bu dövr Osmanlı arxitekturasını zirvə nöqtəsinə çatdıran, dövrünə öz damğasını vuran memar Sinan olmuşdur. Əlbəttə ki, Memar Sinandan əvvəl bir çox memar var idi. Ancaq Memar Sinan Səlcuqlulardan bəri gələn təcrübələrdən ən yaxşı şəkildə faydalanaraq, məhsuldar zəkası ilə bunları inkişaf etdirərək yeni və orijinal əsərlər meydana çıxara bilmişdir. Memar Sinanın Osmanlı arxitekturasına gətirdiyi ən əhəmiyyətli yenilik, günbəz-məkan əlaqəsini ən ideal şəkildə ifadə etməsidir. Memar Sinan 1530-cu ildən 1588-ci ildə qədər davam edən uzun məslək həyatı ərzində dövlətin müxtəlif yerlərində məsciddən körpüyə, karvansaradan hamama qədər bir çox sahədə 300-dən çox əsər vermişdir(4, s.315).

Osmanlı arxitekturası ilə əlaqədar bilinməsi lazım olan bir başqa əhəmiyyətli xüsüs isə memarların yetişdiyi Hassa memarlar ocağıdır. Bu ocaq, rəsmi tikililərin inşaat və təmirilərini həyata keçirən ən əhəmiyyətli qurumdur. Sarayın ən güclü məktəblərindən olan bu müəssisə, eyni zamanda bir mühəndislik məktəbi sayılır, qabiliyyətli gənclər burada yetişdirilirdi. Memar Sinan, Memar Hayreddin, Sədəfkâr Mehmet Ağa, Memar Davud Ağa, Memar Ayas və s. böyük memarlar bu məktəbin yetirmələridir. Burada təlim-təhsil, usta şagird əlaqəsinə görə olurdu. Bir memar, bu

müddətdə tikilinin işləri ilə əlaqədar bir neçə fərqli sənəti də yenə bu məktəbdə öyrənərdi. Təhsil, nəzəri və tətbiqli olurdu(17, s.10-12).

XVIII əsrdən sonra arxitekturalarda möhtəşəm klassik dövr yerini Lalə Dövrü (1703-1730) ilə yanaşı sürətli bir Avropalaşmaya vermiş; arxitekturalarda Avropa tərzli Barok və Rokoko üslubu istifadə edilməyə başlanmış və ehtişamlı klassik Osmanlı arxitekturası davam etdirilməmişdir(18, s.190).

Osmanlı Dövlətinin Yüksəlmə dövrünə paralel olaraq inkişaf edən mədəniyyət və incəsənətin qızıl çağına Klassik Dövr deyilməkdədir. Bir çox tədqiqatçı və mədəniyyət tarixçilərinin fikrincə İstanbulun fəthi (1453) ilə başlayıb Lalə Dövrünə qədər (1718) davam etdiyi qəbul edilən Klassik Osmanlı Sənəti içində, şübhəsiz, arxitekturanın əhəmiyyətli yeri vardır. Çünki 1920-ci ildə siyasi ömrünü başa vuran Osmanlı dövlətinin özünü əks etdirir və şəxsiyyətini təmsil edir. Uç qitə üzərində geniş bir əraziyə yayılan və əksəriyyəti dövrümüzə qədər gəlib çatan bu monumental mədəniyyət abidələri, bəzilərinin xüsusi plan və arxitekturası dəyişsə belə "Osmanlı əsəri" olaraq tanınmaqdadırlar(19, s.97).

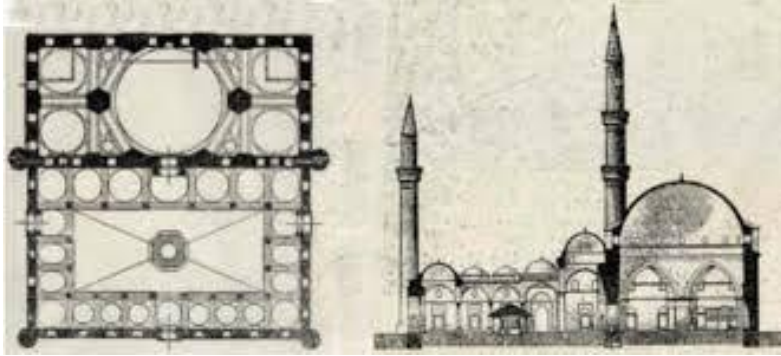
XV əsrin ortalarında müəyyənləşən Klassik Osmanlı arxitekturası, dövlətin sərhədlərinin ən geniş olduğu XVI əsrdə zirvəyə çatmışdır. Klassik dövr, Fatih Sultan Mehmet (1451-1481), Yavuz Sultan Səlim (1512-1520), Qanuni Sultan Süleyman (1520-1566), Sultan I Əhməd (1603- 1617), Sultan IV Murat (1623-1640) kimi iradəli padşahların Sokullu Mehmet Paşa kimi sadrazamlarla dövlət rəhbərliyində təsirli digər vəzifəliyələrin, alimlərin, sərkərdələrin və qazıların ləyaqətli şəxslərdən meydana gəldiyi bir dövrdür(12, s. 195).

Dövlətin sərhədləri Ərəb Yarımadası və Yaxın Şərqdən Qafqazlara Krım, Polşa və bütün Balkanlar üzərindən Serbiyaya, Şimali Afrika sahillərindən Atlantik Okeanına qədər uzanmış, dövlət iqtisadiyyatı, ictimai və mədəni baxımdan ən zəngin nöqtəyə çatmışdır. Bu geniş torpaqların idarəsi üçün mərkəzə bağlı güclü təşkilatlar qurulmuş içində yaşayan çox sayda etnik qrupa mənsub insanlara xüsusiyyətlərinə görə vəzifə və öhdəlik verilmişdir. Hər nə qədər hökmdar mütləq söz sahibi olsa da mərkəzi idarəetmə ümumiyyətlə ədalət və insan hüquqlarına hörmət üzərində qurulmuşdur. Bu müsbət material sayəsində Barbaros Hayreddin, Sokullu Mehmet Paşalar, Memar Sinanlar, şəxsiyyəti bilinməyən çini ustaları, xəttatlar, nəqqaşlar bu dövrdə yetişmiş, çox sayda memarlıq əsər bu dövrdə ortaya qoyulmuşdur. İdarə edənə idarə edilən arasında ortaqlıq bir məxrəc meydana gəlmiş Yaradanı razı etmənin qul haqqını qorumaqdan keçdiyi inancı və davranışı çox vaxt mərkəzi idarəni yönləndirmişdir. Məndən çox mədəniyyət nümunəsi ilə bunları ortaya qoyan memarlıq anlayışını, hazırlayıb tətbiq edən qədər memar, usta və sənətkarı qısa bir çalışma ilə dilə gətirmək, əlbəttə, bəzi məhdudiyətləri özü ilə gətirmişdir. Bu yazıda, Klassik Osmanlı arxitekturası, aparılan işlər əsasında nümunələri ilə yanaşı qısaca nəzərdən keçiriləcəkdir(20, s.28).

Mühiti hazırlayan faktorlarla dövr əvvəli memarlıq anlayışı və Klassik Osmanlı memarlığının əsas xüsusiyyətləri üzərində dayanılıb dövrün memarlarına toxunulacaq, memarlığı əmələ gətirən struktur qrupları əsas başlıqlar altında təqdim edilməyə çalışılacaqdır. Sinan və əsərləri, bu tədqiqatda ayrı bir mövzu başlığı altında təqdim ediləcəyinə görə, burada yalnız digər dövr və strukturlarla bağlı abidələr üzərində dayanılacaqdır (5, s. 221).

Klassik Osmanlı arxitekturasına zəmin hazırlayan əsl inkişaf Sultan II. Murat dövründə baş vermişdir. Ankara müharibəsindən sonra yalnız Anadolunun deyil, bütün Türk və İslam ölkələrinin tək bayraq altında birləşməsi lazım olduğuna inanan II Murat, böyük dövlət olma idealını hər sahədə tətbiq etmişdir. Arxitekturalarda, atası Çələbi Mehmetin ölümü üzərində yarımçıq qalan Yaşıl Külliyyəni tamamlamaqla işə başlamış, Bursa və Ədirnədə çox sayda əsər inşa etdirərək mütərəqqilik fəaliyyətlərini paytaxta layiq bir şəkildə davam etdirmişdir.

Ədirnədə tikdiriyi Üç Şərəfəli Məscid (1437-1447), Klassik Osmanlı arxitekturasının ilk xəbərçisidir. Əsası Artuklular məhrab önü günbəzli yatıq (eninə) düzbucaqlı planlı məscidləri ilə Manisa Ulu Məscidinə qədər uzanan Üç Şərəfəli Məsciddə, əsas kütləni örtən günbəz yanlara doğru daha kiçik iki günbəzlə genişlədilərək mərkəzi plan sxeminə doğru yeni bir addım atılmışdır. Mərkəzi günbəz ikisi müstəqil olan altı ayaq üzərində oturdulmuşdur. Digər tərəfdən harimlə inteqrasiya olunan qapalı daxili həyət, biri üç Şərəfəli dörd minarə olaraq bu tarixə qədərki Osmanlı arxitekturasında görülməyən illərə imza atılmışdır. Daha əvvəl Tirede inşa edilən imarət məscidində (1441) məhrab qarşısını örtən və günbəzlə inteqrasiya olunan yarımçıq günbəz isə, mərkəzi plan sxemini hazırlayarkən, Osmanlı arxitekturasının yalnız Ayasofyanı nümunə almadığını, öz təcrübələri ilə də bir axtarış içində olduğunu göstərməkdədir(1, s.485).(Şəkil 1)



Şəkil 2 Üç Şərəfəli Cami Planı

Klassik Osmanlı arxitekturası, şübhəsiz, universal ölçüdə xüsusi bir mədəniyyət hadisəsidir. Osmanlı memarları, fərqli coğrafiyalardakı mədəniyyət abidələrinin kənarında, öz ü kimlərini də aşaraq yeni bir üslub ortaya qoymuşlar. Monumental ölçüdəki arxitektura əsərləri çoxaldıqca şəhərlərin quruluşu və görünüşü də dəyişmiş, XV əsrə qədər fərqli mənsubiyyətə aid məskunlaşma mərkəzləri artıq bir "Osmanlı şəhəri" halına gəlmişdir. Bu dövrdə xüsusi şəhər planlaması yerinə, məhəllə forması, külliyyə və ya digər memarlıq abidələrinə görə formalaşdırılmışdır. Klassik dövr Osmanlı əsərlərində meydan və prospektlərə açılan monumental ölçüdə fasadlar yox idi. Çox uzaqdan diqqəti çəkdiyi halda, məhəllə içində görünüşləri həyət divarı ilə gizlədilmişdir. Klassik arxitektura dizaynında ölçü, nisbət və üslub fərqlilikləri olsa da, erkən Osmanlı dövründə formalaşan mədrəsə, hamam, xan, bedestan kimi ictimai strukturların sxemlərindən asılı qalmışdır. Ancaq məscidlərdə sərbəst şəkildə dəyişiklik aparıla bilinmişdir. Memar Sinanın eyni plan qrupundakı məscidlərində belə yeni ünsür və ya detalda dəyişiklik görülür. Ancaq klassik arxitektura strukturlarında homogenlik və kompleks içində daima üslub birliyi mövcuddur(21, s.169)

Dini arxitekturada harim məkanın üfüqi istiqamətdə genişləndirməkdən daha çox şaquli istiqamətdə kompleks olaraq ələ alma səyi hakimdir. Böyük proqramlı strukturlarda günbəz ortada kvadrat, altı və ya səkkizbucaqlı ayaq və kəmərlər üzərində oturdulmuşdur. Qalan hissələr günbəzə bağlı yarım və dördü bir günbəzlərlə kiçik künc günbəzlərindən əmələ gələn örtü sistemi ilə bağlanılaraq mərkəzi plan sxemi hazırlanmışdır. Bu örtü forması İslam yaradıcılığında geniş olaraq yalnız Osmanlı arxitekturasında istifadə edilmişdir. Klassik dövrdə məscidlərdə ayaq və kəmərlər üzərində oturan günbəzli orta məkan, həndəsi dizaynında tikilinin modulunu meydana gətirirdi. Mərkəzi plan sxemində xarici arxitekturada günbəz aləmində nöqtələnən pilləli və piramidal fantaziya izlənərkən, daxili arxitekturada dinclik verən sərhədsiz məkan təsiri təmin edilmişdir(21, s. 58).

Klassik arxitekturada infrastruktur düz, örtü sistemi əyri xətlərdən meydana gəlməkdədir.

Ancaq Qərbliləşmə dövründə struktur elementlərində ayrılma və dalğalanmalar meydana gəlmişdir. Örtüdə ən çox günbəz istifadə edildiyindən, Osmanlı arxitekturası "günbəz arxitekturası" ilə eyniləşdirilmişdir. Osmanlı arxitekturası inkişafının son zirvə nöqtəsinə Memar Sinan əliylə çatmış, Sinan sonrasında Qərb təsirləri xaricində klassik üslubda heç bir irəliyə doğru sınaq həyata keçirilməmişdir(6, s. 48).

Cami və Məscidlər Külliylərdəki böyük proqramlı məscidlərin xaricində ölkənin müxtəlif bölgələrində klassik memarlıq üslubu ilə çoxlu cami və məscidlər inşa edilmişdir. Ümumiyyətlə, quruluş dövründə ortaya çıxan və zaman keçdikcə inkişaf etdirilən plan sxemləri istifadə edilmişdir. Memarlıq və mədəniyyət tarixi araşdırmalarında tək günbəzli məscidlər adı altında araşdırılan strukturlar, bəlkə də tətbiq olunması asan, iqtisadi külfəti daha az olduğu üçün, xüsusilə, əyalətlərdə ilk sırada üstünlük verilmişdir. Fatih dövründə sayı 85-ə çatan bu əsərlər, quruluş dövrlərindəki kimi, üzəri tək günbəzlə örtülü kvadrat harim məkanı ilə girişindəki son camaat yerindən ibarətdirlər. Çoxunun şimal-qərb küncündən yüksələn tək Şərəfəli minarəsi vardır. Simvolik funksiya verilən minarələr uzaqlardan diqqəti cəkəcək şəkildə, məscid kütləsinə nisbətən daha uzun nəzərdə tutulmuş və ağ kəsmə daşdan inşa edilmişdir. Sinana qədər əksəriyyətində son camaat yeri revak kəmərlərindən etibarən yüksəldilərək üç açıqlığı olan dəbdəbəli bir fasad düzəldilmişdir(21, s. 71).

Klassik Osmanlı arxitekturasında ən ideal məkan forması mərkəzi plan sxemi ilə əldə edilmişdir. İstanbul Köhnə Fatih və Eyüp Sultan camilərində görülən tək yarım günbəzli mərkəzi plan sxeminə, Atina Fethiye (XV əsrin ortası), Hacı Həməzə az Sinan Paşa (1507) məscidləri kimi dörd yarım günbəzlilər də əlavə olunaraq inkişaf prosesinə daxildir. Memar Sinanla ideal ölçülərə çatan bu məkan və örtü sistemi daha çox böyük kompleksli strukturlarda tətbiq edilmişdir (9, s. 351).

Nəticə olaraq bunları deyə bilərik ki, klassik dövr Osmanlı arxitekturası çağına damğasını vurmuş, Afrikadan Avropaya, Orta şərqdən Balkanlara qədər imperiya ərazilərini bəzəmişdir. Lakin bu memarlıq anlayışı XVIII əsrdən etibarən Qərbliləşmə ilə yanaşı təqlidçi bir zehniyyətə çevrilmiş, yeni addımlara cəhd edilməyərək özünə xas xüsusiyyətlərini itirməyə başlamışdır.

ƏDƏBİYYAT

1. Acun, H. "Manisa'daki Türbe Mimarisi" // *Belleten*, XLIX (195), 479-501, Ankara 1985
2. Akpolat, M. S. "Tanzimat Sonrası Osmanlı Mimarlığından Bir Kesit: Adana - Mersin Demiryolu İstasyon Binaları" // *Hacettepe Üniversitesi Edebiyat Fakültesi Dergisi*, 21 (1), 77-93, Ankara 2004
3. Aksu, Hüsəmettin. *İstanbul yapılarındakı bazı dekoratif Kûfi hatlar*. Eray Tanıtım, 2001, 80 s.
4. Anhegger, R. "Mostar Köprüsü ve Mimar Hayrettin". / *IV. Türk Tarih Kongresi (Ankara, 10-14 Kasım 1948)*, 312-317. Ankara 1952 .
5. Arayan, H. "Mimar Sinan'ın Yaptığı İlk Eser". // *Tarih Hazinesi*, (5), 221-222, İstanbul 1950
6. Arık, R. Anadolu'da Üç Ahşap Cami Batılılaşma Dönemi Türk Mimarisi Örneklerinden. // Ankara Üniversitesi Dil Ve Tarih Coğrafya Fakültesi Yayınları, Ankara 1973, 68 s.
7. Aslanapa, O. "Fatih Zamanındaki Mimari Eserler". // *İstanbul Armağanı, Fetih ve Fatih*, 143-153 s. İstanbul 1995.
8. Ateş, İ. Mimar Sinan Vakfi. İstanbul: Türk Dünyası Araştırmaları Vakfi 1990, 134 s.
9. Ayverdi, E. H. Osmanlı Mimarisinde Fatih Devri(1451-1481). İstanbul: Baha Matbaası 1973. 398 s.

10. Cerasi, M. M. Osmanlı Kenti Osmanlı İmparatorluğu'nda 18. ve 19. Yüzyıllarda Kent Uygarlığı ve Mimarisi. İstanbul: Yapı Kredi Yayınları. 2001, 376 s.
11. Cezar, Y. "16. Yüzyıl'da Osmanlı Devleti'nin Sosyo-Ekonomik Tarihi ve Mimar Sinan". // *Tarih ve Toplum* 1984, 11 (62), 30-36,
12. Cezar, Y. "Onaltıncı Yüzyılda Osmanlı Devletinin Sosyo-Ekonomik Tarihi Ve Mimar Sinan". // *Toplumsal Tarih Dergisi* 1989, (11), 30-36,
13. Dündar, A. "Osmanlı Mimarisinde Şehir Mimarları". // Osmanlı-,Kültür ve Sanat, 227-236. Ankara: Yeni Türkiye Yayınları 1999.
14. Eyice, S. "Atik Ali Paşa Camiinin Türk Mimarî Tarihindeki Yeri (8 Levha)". // İstanbul Üniversitesi Edebiyat Fakültesi Tarih Dergisi 1964, 14 (19), 99-114,
15. Gönülal Ö. "Osmanlı Toplumunda Mimarın Yeri". // Anadolu Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi Dergisi 1988, 2 (1), 225-241,
16. Mümtaz Semih. *Eski İstanbul Konakları*. İstanbul: Kurtuba Kitap 2012, 176 s.
17. Öcal O. "Osmanlı İmparatorluğu Yükselme Devri'nin İmar Faaliyetleri. Mimar Sinan, Kişiliği ve Başlıca Eserleri, Osmanlı Vakıfları".// *Askeri Tarih Bülteni* 1976, 5 (10), 89-97,
18. Önge Y. "Osmanlı Mimarisinde Boyalı Taş Tezyinatı". *Önasya* 1965, 6 (67-68), 8-10,
19. Önge Y. "Mimar Sinan'ın Şadırvanları". // *Mimar Sinan Dönemi Türk Mimarlığı ve Sanatı*, 189-197. İstanbul: Türkiye İş Bankası Yayınları 1988.
20. Sönmez Z. (1989). "Sultan Ahmet Camii ve Mimar Sedefkar Mehmet Ağa". // *Kültür ve Sanat* 1989, 1 (1), 38-45,
21. Tümer Gürhan. "Banarlı, İstanbul ve Mimarlık." // *Mimar.ist* 6, no. 20 (Haziran 2006): 23-30.
22. - Ülgen A. "Türk Mimarisinde Minarenin Gelişimi". // *Prof. Dr. Hakkı Dursun Yıldız Armağanı*, 495-508. Ankara: 1995.

ABSTRACT

Ali Tashdemir

The place of classic style in the architectural development of masjids of Istanbul Jami

Classic Osmanli architecture is special in the meeting daily life requirements. In other words, classic conception appeared because of the early age art did not meet the requirements of speedy changing life. For those peculiarities in the classic Osmanli architecture the functionality is the most important peculiarity of buildings. The first memory of classic conception is the II Bayazid Masjid. Osmanli Architecture of the classic age, mainly in masjids and in other structures there can seem the similarities in materials, plans and in decorations. As the main construction materials used from stones in the buildings. The structures were always covered with the domes, the windows built in the down stairs, and upstairs were with the conduits. The ancient stone sculptural art was replaced with the porcelains covers, coloured decorations, coloured glasses, wooden decorations, and decorated with the manuscript it means, replaced with the beautiful writing samples. Infrastructure in the classic architecture discovered with the straight and, askew lines. But in the periods of inclination towards the West appeared the askew and wave lines in the structure. In the covers used from domes and so that the Osmanli architecture identified with the "Domes architecture".

РЕЗЮМЕ

Али Таштемир

Место классического стиля в развитии архитектуры Стамбульских Джами-мечетей

Классическая Османская архитектура выражалась в структурах, удовлетворявших требования повседневной жизни. Иными словами, понятие классического стиля возникло в результате неспособности зодческого искусства раннего периода удовлетворять повседневные нужды, меняющиеся наряду с происходящими изменениями. Наиболее значимая особенность зданий, построенных в стиле классической Османской архитектуры – функциональность. Первый памятник классического стиля архитектуры – это Мечеть султана Баязида II. Образцы Османской архитектуры классического периода аналогичны с точки зрения плана, отделки и использованных материалов. В основном в качестве строительных материалов использовались камни. Господствовал стиль, характеризующийся отсутствием вычурности и силой воздействия. Структуры всегда состояли из куполов, на нижних этажах окна были прямые, а на верхних – опоясанные. На смену древнему искусству резьбы по камню пришли фарфоровые покрытия, используемые во внутренней части здания, красочные отделки, цветные стекла, деревянные изделия, образцы каллиграфии. В классической архитектуре присутствовала прямая инфраструктура, в системе покрытия использовались кривые линии. Лишь в эпоху господства прозападных тенденций в структурных элементах стали появляться кривизна и волнистость. Так как при покрытии мечетей в основном использовались купола, то Османская архитектура отождествлялась с «купольной архитектурой».

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)

Məqaləni çapa təqdim etdi:

İHSAN GÖKCEN
AMİU

Açar sözlər: *Anadolu, Səlcuq, şəhərsalma, idarəetmə*

Keywords: *Anatolia, Seljuk, city building, administrative.*

Ключевые слова: *Анаadolu, Сельджуq, градостроение, управление*

Anadoluda Səlcuq şəhərlərinin formalaşmasında tətbiq olunan şəhərsalma üsulları

Açar Sözlər: *Anadolu, Səlcuq, şəhərsalma, idarəetmə*

Giriş, Anadolu Səlcuqların min ilə yaxınlaşan tarixinə baxmayaraq abidələri və o cümlədən şəhərləri hələ də ayaqdadır. Burada tətbiq olunan üsul və formalar tədqiqatçıların marağını cəlb edir. Anadolu şəhərlərində aparılmış tədqiqatın nəticəsi olaraq Anadolu Səlcuq şəhərlərinin funksiyaları və buna uyğun olaraq Səlcuq şəhərsalmasının aşağıdakı tətbiqi üsullarını qeyd edə bilərik.

1. İdarəetmə mərkəzləri.

Səlcuqlu dövründə Anadolu torpaqlarının, Orta Asiya dövlətçilik ənənələrinə əsasən ulus sistemində uyğun olaraq xanədan üzvləri arasında alt rəhbərlik mərkəzlərinə ayrıldığı deyilə bilər. Yəni siyasi baxımdan paytaxt Konya rəhbərliyinə tabe olmaqla birlikdə muxtariyyət sistemində bəzi Səlcuq mülkiyyət mərkəzləri vardır. Bu məlumat Səlcuq dövründə bəzi şəhərlərin inzibati mərkəz funksiyasını yerinə yetirdiyini bilməmiş baxımdan əhəmiyyətlidir. Bu mərkəzlər arasında; Aksaray, Amasya, Ankara, Əlbistan, Ərəqli, Kayseri Koyulhisar, Malatya, Niğde, Sivas, Tokat və Uluborlu qeyd etmək olar [4, s. 213-259].



Şəkil 1 Səlcuq dövrü Ankara qalası və şəhristanı (Rijksmuseum-Hollandiya)

2. Hərbi mərkəzlər.

Səlcuq dövründə tikilən Konya, Alanya və Sinop qalalarının kitabələrində şəhərlərin funksional xüsusiyyətlərini əks etdirən əhəmiyyətli məlumatlar yerləşir. Bu kitabələrdə qeyd edilən, fəth sonrasındakı abadlıq fəaliyyətləri ilə qalanın inşasına aid məlumatlardan hərbi-strateji mərkəz funksiyasını görmək olar. Səlcuqların Orta Asiyada qurduqları hərbi şəhərlər Anadoluda da bənzər

şəkildə formalaşdırılmışdır. Bu baxımdan, aparılmış təhlillər göstərir ki, bu dövrdə hərbi mərkəzlər üç fərqli şəkildə qurulmuşdur:

Bunlardan birincisi subaşılıq mərkəzləri kimi tanınır və subaşı termini Səlcuq ordusundakı komandirlərin ümumi adıdır. Səlcuqlu dövəründə Anadolu şəhərlərinə verilən ünvanlar və müəyyən sayda daim hərbi qüvvə saxlanılan və subaşılıq mərkəzləri olaraq bilinən şəhərlər Kayseri-Darul fəth, Aksaray-Dârüz zəfər, Ankara-Darul hisni, Niğde-Darul pəhləvan, Alanya-Darul eman kimi sıralana bilər [2, s. 421-446].

İkinci hərbi formalı şəhər tipi Dərbənddir. Əslində ticarət mərkəzi funksiyasına sahib kimi görünsə də dərbəndlər müdafiə qalaları olaraq Səlcuq şəhərsalma sisteminə daxil edilmişdir. Akça Dərbənd, Yunus Dərbəndi və Göksu Dərbəndi həmin bu funksiyaya aid edilirlər [1, s. 125-135].

Səlcuqların Anadoluda şəhərsalma və nəqliyyat sisteminin strateji keçid nöqtələrində, sarp və əlçatmaz qayalıqlar üzərinə inşa etdikləri üçüncü tipli şəhərlər qarahisarlar, Roma-Bizans dövəründən miras olan Castro (qala şəhərlər) xüsusiyyətindəki yerləşmələr idi. Anadolu müdafiə sisteminin hərbi və strateji baxımdan hərəkət mərkəzi kimi istifadə olduqları təyin olunmuşdur. Bu yerləşmələr arasında qarahisarı təkə, qarahisarı dəvəli, qarahisarı osmancık sayıla bilər.

3. İstehsal və ticarət mərkəzləri.

Səlcuq hakimiyyətindəki Anadolu torpaqlarında, beynəlxalq ticarətə və nəqliyyat sisteminə bağlı olaraq dəniz, çay və ya dağ silsilələri kimi coğrafi və siyasi sərhəd nöqtələrində, ümumiyyətlə şəhər yerləşmələrinə uzaq geniş səhralarda, kənd təsərrüfatı məhsulları və sənətkarlıq məhsullarının ticarətinin edildiyi bazar və yarmarkalar qurulmağa başlanmışdır. Bazar və yarmarkaların coğrafi mövqe üstünlükləri, təbii sərvətlərin çoxluğu ya da nəqliyyat imkanlarına görə formalaşmışdır. Bu şəkildə ilkin olaraq müvəqqəti yerləşmələr xüsusiyyətindəki bazar və yarmarkalar, bir müddət sonra beynəlxalq və regional ticarət potensialına söykənən ticarət mərkəzlərinə çevrilmişdir. Anadolu Səlcuqlarında Yabanlu yarmarkası, Ziyarət bazarı, Alameddini bazarı kimi bazar və yarmarka yerləşmələrinin varlığını göstərmək mümkündür. Bu dövrə aid digər iqtisadi yerləşmələri mədəncilik mərkəzləri kimi qiymətləndirmək mümkündür. Bu yerləşmələr arasında Bayburt, Gümüşxana, Mədənbazar yerləşmələri sayıla bilər.

Səlcuqlu dövəründə dəniz ticarəti də inkişaf etmişdi. Xüsusilə Aralıq dənizi və Qara dəniz sahillərindəki liman şəhərlərinin ticarətdə əhəmiyyətli rol aldıklarını söyləmək mümkündür. Aralıq dənizi sahilindəki Antalya ilə Qaradəniz sahilindəki Sinop limanları müsəlman, xristian və yəhudi tacirlərin mərkəzi sayılırdı. Səlcuqlar tərəfindən inşa edilən dar-us-sına (liman) və zəngin meşə ticarəti nəticəsində gəmi istehsal mərkəzləri bu şəhərlərdə yerləşirdi [3, s. 69-77].

4. Mədəniyyət mərkəzləri.

Səlcuqlu dövəründə şeyx və dərviş kimi dini liderlər təkə və zaviyə deyilən məkanlarda fəaliyyət göstərirdilər. Bunlar, Səlcuqlu dövəründə Orta Asiyadan Anadoluya gələn Hacı Bektaş Vəli kimi şeyx və dərvişlərin, Anadolu-Türk şəhərlərinin məkan formasındakı yeniliklərindən biri idi. Nevşəhər kimi yaşayış yerləri Türk-İslam mədəniyyətinin Anadoludakı təbliğət mərkəzləri funksiyasını boynuna götürmüşdür [8, s. 25].

Anadoluda peşə həmrəylik təşkilatı mərkəzi olaraq Əxilik təşkilatının qurucusu Əxi Əvranın yerləşdiyi Kırşehir, Kızılırmak Vadisində əhəmiyyətli bir Əxilik mərkəzindəki kimi istehsal və sənətkarlıq fəaliyyətlərində ixtisaslaşan tacirlərin mərkəzi funksiyasını qazanmışdır [5, s. 87].

5. Kənd təsərrüfatı mərkəzləri.

Səlcuqların Anadoludan əvvəlki Türk-İslam dövlət ənənəsinin təsiri ilə köçəri və yarı köçəri türk tayfalarını siyasi sərhədlərindəki yaylaq və qışlaq sahələrini verərək oturaq həyata istiqamətləndirməsi siyasətini, Anadolunun Türk- İslam hakimiyyət dövəründə öz həllini tapmışdır.

Türk fəthləri dövründə Anadoludakı türk edilmiş kənd və səhra yerlərini bu şəkildə ticari inkişafı mümkün olmuş və bu torpaqlar əkinçilik və heyvandarlıq mərkəzləri kimi istifadə olunmuşdur. Bozok, Üçok, Bayat, Kınık, Kayı, Yürük kimi həm türk tayfalarının adı həm də şəhər adı olan yerlər bu cür mərkəzləşmişdir.

Səlcuqların Anadolunu fəth etmələri ilə Anadoluda olan xristian - Bizans şəhərsalma mədəniyyəti yerli Türk-İslam şəhərsalmasına öhdəsinə buraxmışdır. Bu baxımdan, Səlcuqlar Orta Asiya və İslam mədəniyyətinin təsiri ilə meydana gətirdikləri şəhərsalma prinsiplərini Bizans şəhərsalması ilə sintez edərək Anadolunun özünəməxsus coğrafi şərtlərinə uyğun şəhər modellərini yaratdılar.

Xristian-Bizans şəhərsalma mədəniyyəti mirasının müsəlman Türk xalqlarının ehtiyaclarına və ənənəvi həyat tərzlərinə uyğunlaşdırılması nəticəsində meydana gələn yeni şəhərlər Anadolu-Səlcuq şəhərləri kimi adlanır. Şəhərsalmadakı bu təsirlənmə və sintez olunma Anadolu memarlığına da öz təsirini göstərmişdir. Səlcuq şəhərlərindəki məkanların yeni bir kompozisiya daxilində yerləşdirilməsi şəhərsalmanın memarlığa təsirinin göstəricisidir. Belə ki, Anadolu Səlcuq şəhərləri məscidlərin mərkəzdə yerləşdirilməsi və şəhərin məhəllələrə ayrılması ilə formalaşdırılmışdır. Bunun yanında qala, xəndək kimi müdafiə qurğuları Səlcuq mədəniyyətinin təsiri ilə şəhərlərə yerləşdirilmiş və qədim Bizans şəhərləri Səlcuq şəhərsalma anlayışına əsasən tezdən həll edilmişdir.

Mənbələrə əsasən erkən dövr Səlcuq şəhərlərinin qapalı şəhər kimi tanınan qala şəhərlər olduğu məlumdur. Məsələn, Ələddin Keyqubat (1220-1237) dövründə beynəlxalq ticarətdəki inkişafı ilə bağlı olaraq Konya, Kayseri, Sivas və Ərzincan şəhərlərinin Bizans dövründəki mövcud qalaların kənara çıxması ilə yeni bir qala ilə əhatə olunması bizə qapalı şəhər tipinin geniş istifadəsini bildirir [6, s. 99-100].

İlkin dövrlərdə Səlcuqların qapalı şəhər sistemini mənimsəməsində şübhəsiz Monqol təhdidinin də təsirli olmuşdur. Səlcuqlarda qala xaricində yerləşmələr XII əsrin axırında qurulmaya başlanılsa da ancaq XIII əsrin axırlarında qala xaricində əhəmiyyətli abidələrin tikilməsinin şahidi oluruq. Buna misal Konya Sahib Ata məqbərəsi (1283) və Ankara Arslanxana məscidi (1290) kimi nümunələri sadalamaq olar. Ancaq Anadolu Səlcuq şəhərlərinin hamısı qapalı şəhər kimi formalaşdı demək də düzgün deyildir. Anadolu Səlcuqlarına aid Danişmənt (Kayseri mərkəz olmaqla) əyaləti kimi bölgələrdə cəmiyyətin həyat tərzinə, ərazi şərtlərinə və təhlükəsizliyə bağlı səbəblərə görə fərqli tipologiyalarda şəhərlərdə formalaşmışdı.

Zaman keçdikcə Anadoluda siyasi sabitliyin təmin edilməsi, beynəlxalq ticarətin inkişafı, Türk tayfalarının Anadoluya köçləri və şəhərlərin ətraf mühitində məskunlaşmaları qala daxilində şəhərlərin sıxlaşmasını və qala xaricinə çıxmasına səbəb olmuşdur. Qala xaricinə tikilən böyük məscidlərin ətrafına yerləşən xalq, yeni məhəllələr quraraq şəhərlərin sistemli bir şəkildə böyüməsinə imkan yaratdı. Beləliklə, Türk-İslam şəhərlərinin qədim formaları Anadolu şəhərlərində də eynilə görülməyə başlandı. Yuxarıdakı araşdırmalara əsasən Anadolu-Türk şəhərsalmasında qapalı, açıq və uc (sərhəd) şəhər olmaqla üç tipologiya bölmək olar;

1. Qapalı şəhərsalma sistemi. Qapalı şəhərlər dedikdə ətrafı qala ilə əhatə olunmuş şəhərlər başa düşülür. İlkin dövrlərdə Anadolu Səlcuq şəhərləri Bizansdan miras qalan və Castron adlanan qalalarda yerləşirdi. Əhalinin çoxalması nəticəsində inkişaf edən bəzi şəhərlərin mövcud qalaların kənarına çıxması ilə Bizansdan qalan bu sistem dağıldı. Ancaq qalaların içindəki yerləşmə olduğu kimi saxlandı və qala idarəetmə mərkəzi halını aldı. Bu baxımdan, Konya, Kayseri və Ərzurum kimi şəhərlər bu şəhərsalma sisteminə aid edilir. Beynəlxalq ticarətin və idarəetmənin mərkəzi olan bu şəhərlər Orta Asiyadan sonradan gələn Türk tayfalarının məskəni halını aldı.

Digər tərəfdən sərt qayalar üzərində qurulan və qarahisar adlanan bəzi şəhərlər

Anadolu Səlcuq dövlətinin axırına kimi qapalı qala şəhərlər olaraq qalmışdır. İscə qarahisar və Osmaniçq qarahisarı bu tipli şəhərlərin nümunələridir. Sahil şəhərləri olan Sinop, Antalya və Alanya da Səlcuqlar dövründə qapalı şəhər formalarını qoruyub saxladılar. Bu şəhərlər dəniz ticarət mərkəzləri olsalar da coğrafi şərtlər qala xaricində şəhər salınmasına imkan verməmişdir.

2. Açıq şəhərsalma sistemi. Qırşəhər (Kırşehir), Ziyarət Bazarı və Yabanlu Bazar kimi beynəlxalq yolların coğrafi keçid nöqtələrində ticarət və qonaqlama məqsədi ilə qurulan şəhərlər açıq şəhərlər olaraq adlanır. Bu şəhərlərdə ortağ xüsusiyyət çoxlu karvansaraların olmasıdır.

Açıq şəhərsalma tipologiyasına bir də castron adlanan və Bizansdan miras qalan qala-şəhərlərdəki qalaların tamam dağıdılması ilə qurulan şəhərləri daxil etmək mümkündür. Amasiya və Tokat şəhərləri fiziki inkişafı bağlı olaraq qala daxilinə yerləşməmiş və qala divarları xaricinə daşmışdır. Bu şəhərlərə də hərbi təhlükəsizliyin təmin edilməsində qalanın əhəmiyyətini itirməsi ilə qala divarları dağıdılmış və həmin şəhərlər açıq şəhərsalma modelinə görə formalaşdırılmışdır.

3. Uc (sərhəd) şəhərsalma sistemi. Uc şəhərsalma modelində bir şəhər daxilində iki şəhər yerləşirdi. Bir tərəfdə Bizans qalalarının yerləşdiyi qədim şəhər, digər tərəfdə isə köçəri həyatı tərk edərək qala divarları xaricindəki bir nöqtədə oturmaq həyatı mənimsəmiş əhalisi Türk tayfalarından ibarət təzə şəhərdir. Uc şəhərlərində iki fərqli etnik və dini xalq vardır və bu iki xalq ticarət vasitəsi ilə əlaqə də qururdular. Şəhərin ticarət mərkəzində yaşayan bizanslılar qala şəhərin içində yerləşmişdilər. Türk əhali kənd təsərrüfatı və heyvandarlıq məhsullarını bu bazarlarda satmaqla həyatlarını davam etdirirdilər. Ankara, Əskişəhər və Kütahya kimi şəhərlər Anadolu Səlcuqlarında uc şəhərsalma modelində formalaşan şəhərlərə daxildirlər [7, s.129].

Nəticə, Anadoluda siyasi sabitliyin təmin edilməsi, beynəlxalq ticarətin inkişafı, Türk tayfalarının Anadoluya köçləri və şəhərlərin ətraf mühitində məskunlaşmaları qala daxilində şəhərlərin sıxlaşmasını və qala xaricinə çıxmasına səbəb olmuşdur. Qala xaricinə tikilən böyük məscidlərin ətrafına yerləşən xalq, yeni məhəllələr quraraq şəhərlərin sistemli bir şəkildə böyüməsinə imkan yaratdı. Beləliklə, Türk-İslam şəhərlərinin qədim formaları Anadolu şəhərlərində də eynilə görülməyə başlandı. Yuxarıdakı araşdırmalara əsasən Anadolu-Türk şəhərsalmasına aid olan qapalı, açıq və uc (sərhəd) şəhər olmaqla üç tipologiya haqqında geniş məlumat verildi.

ƏDƏBİYYAT

1. 24 Aksarayî. Anadolu Selçuki Devletleri Tarihi. Ankara: Recep Ulusoglu Yayınevi, 1943, 374 s.
2. 36 Artuk İ. ve Artuk C. Bazı İslâm Şehirlerinde Hangi Devletler Sikke Kesmiş ve Bu Şehirlere Ne Gibi İsimler Verilmiş. TTK Belleteni LXVII(249), Ankara, 2003, s.419-448.
3. 41 Aslanapa Oktay. Türk Denizciliği ve Selçuklu Tersaneleri, Türk Kültürü 146, 1974, s. 69-77.
4. 80 Cenâbî. Cenâbî'ye Göre Anadolu Selçukluları, İ.Ü. Edebiyat Fakültesi Tarih Dergisi 36, İstanbul, 2000, s. 213-259.
5. 82 Çağatay N. Bir Türk Kurumu Olan Ahilik. TTK Yayınları, Ankara: 1997, 272 s.
6. 119 İbn-i Bibi. El Evamirul Alaiyye Fil Umuril Alaiyye (çev. Mürsel Öztürk) cild I, TTK Yayınları, Ankara: 1996 s. 568.
7. 136 Karpuz Haşim. Konyanın Selçuklu Kent Dokusu ve Son Yıllarda Yok Olan Anıtları. I.

Uluslararası Selçuklu Kültür ve Medeniyeti Kongresi, cilt II, Konya: 2001, s.1-6.

8. 186 Özcan Koray. Anadolu'da Selçuklu Kentler Sistemi Ve Mekânsal Kademelenme (1). METU JFA 2006/2. (23:2). s. 21-61.

ABSTRACT

Ihsan Ergun Gokjen

Applied city building methods in formation of Seljuk's cities in Anatolia

Instead of Seljuk's of Anatolia have near thousands years old, their monments and cities exist even at the present-day. Here applied methods and forms have always attracted the researchers' attention. In the scientific article being as the conclusion of carried out investigations in the cities of Anatolia, we could note applied methods of Seljuk's city building according to the city building functions of Anatolia's Seljuk.

РЕЗЮМЕ

Ихсан Гекджен Эргюн оглы

Методы градостроения, использованные в формировании сельджукских городов в Анadolу

Несмотря почти на тысячелетнюю историю Сельджуков в Анadolу, их памятники, в том числе города сохранились по ныне. И использованные здесь методы и формы вызывают исследовательский интерес. По результатам исследования, проведенного в городах Анadolу, можно отметить функции сельджукских городов в Анadolу и в соответствии этому нижеследующие прикладные методы градостроения Сельджуков.

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)
Məqaləni çapa təqdim etdi:

METODİKA

SEYFƏDDİN CƏFƏROV

e-mail:Rekmarmara1@gmail.com

Naxçıvan Dövlət Universiteti

AYŞƏ HƏSƏNOVA

UOT:

MƏKTƏB FİZİKA KURSUNUN TƏDRİSİNİN MÜASİR METODOLOJİ ƏSASLARI

Açar sözlər: *Məktəb, fizika, metodologiya*

Key words: *School, physics, methodology*

Ключевые слова: *школа, физика, методология*

Мягальдя цмумтяцсил орта мяктябляринин 7-11-ъи синифляри цццн физикадан йени програм вя дярсликлярин методолоји əsasları тьяцлил олунур. Физика тядрисинин нязяри вя методики мясяляляринин цстцн вя фяргли ъяцятляри ачыгланьыр.

Ейни заманда физиканын тядрисинин тьящили вя идаря олмасынн методоложи имканлары тядгиг олунараг тятбиги йоллары эюстярилир

Texniki-tərəqqinin sürətli inkişafı, siyasi və iqtisadi böhranların yaratdığı qlobal problemlər və bütövlükdə kainatda baş verən kataklizmlər insanların müvafiq nəticələr əldə etmələri üçün səmərəli fəaliyyət istiqamətində təxirəsalınmaz işlərin yerinə yetirilməsini tələb edir.

Cəmiyyət üçüncü minilliyin keçidində ekoloji, sosial və iqtisadi problemlərin həllində təhsilin üstünlüyünü və həlledici rolunu daha yaxından hiss etməyə başlamışdır. Dünyanın inkisaf etmiş ölkələrində təhsilə, onun məzmununa, məqsəd və vəzifələrinə və texnologiyalarına olan münasibətlərə yenidən baxdı. Humanist prinsiplərə söykənən, hərtərəfli inkişaf etmiş sosialyönlü insanın formalaşdırılmasında təhsilin aparıcı funksiyaya malik olması bir daha əsas şərt kimi müəyyənləşdirildi. Şəxsiyyətin formalaşmasında təkcə bilik, bacarıq, vərdiş, müəyyən fəaliyyətlə bağlı funksional hazırlıq deyil, həm də onun şəxsi keyfiyyətləri: ictimai fəallığı, yaradıcılıq qabiliyyəti, bacarığı və s. xüsusiyyətlərə malik bəşəri insan kimi yetişdirilməsi əsas tələblərdən birinə çevrildi. XX əsrdə görkəmli Amerika psixoloqu D.Dyüi yazırdı: “Uşaq hər şeyin mərkəzi, başlanğıcı və sonudur. Onun şəxsiyyəti və xarakterinin xüsusiyyətləri tədris fənninin məzmunundan daha önəmlidir. Təhsilin kəmiyyət və keyfiyyətini proqram deyil, uşaq müəyyənləşdirməlidir”[1, 9, 11].

Respublikamız müstəqillik qazandıqdan sonra, qarşılaşdığımız problemlərdən biri də təhsilin məqsədlərinin dəyişməsi ilə yanaşı, həm də onun humanist, şəxsiyyətyönlü konsepsiyaya yönəldilməsi idi. Burada əsas məqsəd və vəzifə gənclərimizin bilik, bacarıq və vərdislərə yiyələnmələri ilə yanaşı, həm də onların insani, şəxsi keyfiyyətlərinin inkişafı və təsdiqi, sosial və peşəyönlümlüyü, cəmiyyət və dövlət üçün yararlı olunmaları idi.

Bu prinsiplər zaman-zaman öz əksini «Azərbaycan Respublikasının təhsil sahəsində İslahat Proqramı»nın əsas müddəalarında, Təhsil Haqqında Azərbaycan Respublikası Qanununda tapdı. Təhsil haqqında dövlət siyasətinin əsas prinsiplərindən olan humanistlik, demokratiklik, bərabərlik, millilik, dünyəvilik və s. məqsədləri həyata keçirməklə yanaşı, Azərbaycan dövləti qarşısında öz məsuliyyətini dərk edən, xalqının milli ənənələrinə, ideyalarına, demokratiya prinsiplərinə, insan hüquqlarına, azadlıqlarına hörmət edən, vətənpərvər və ölkəsinə sadıq olan, müstəqil, yaradıcı düşünən vətəndaş və şəxsiyyət yetişdirmək kimi vəzifələr müəyyənləşdirildi [2, 9].

Hazırda Azərbaycan özünün təhsil sistemini dünyanın ən qabaqcıl ölkələrinin təhsil sistemlərində bərqərar olan ümumbəşəri dəyərlərdən istifadə etməklə təkmilləşdirir, məzmun və struktur dəyişiklikləri aparır.

Təhsil sahəsində aparılmış islahatların davamı olaraq, fizika elminin tədqiqi və tədrisində, gənc müəllim nəslinin yetişdirilməsində, xüsusi əməyi və təcrübəsi olan professor Mirzəli Murquzovun elmi rəhbərliyi ilə fəaliyyət göstərən işçi qrup 2003-cü ildə, “Ümumtəhsil orta məktəblərinin VII-XI sinifləri üçün fizikadan yeni proqram və dərsliklərin konsepsiyası”nı (Təhsil Nazirliyinin 05.07.2002-ci il tarixli 729 sayılı qərarına əsasən təsdiq edilmiş proqrama uyğun olaraq tərtib edilmişdir) hazırlamışdır [6].

Bu konsepsiya uzun illər orta məktəb fizikasının məzmun və strukturunda kök salmış, fiziki hadisə, qanun və nəzəriyyələrin tamlığına və onların şərhində çətinliklər yaradan bir sıra anlaşılmazlıqlara son qoydu, orta məktəblərin fizika proqramlarının, dərsliklərin yeni ideya və məzmununda təkmilləşdirmələrə önəm verdi.

Təqdim olunan yeni proqram indiyədək qüvvədə olan fizika proqramlarından əsaslı şəkildə fərqlənir. Respublikamızda aparılan təhsil islahatının tələblərinə uyğun olaraq proqramın quruluşu, məzmunu əhəmiyyətli dərəcədə yeniləndirilmiş və elmi səviyyəsi yüksəldilərək inkişaf etmiş ölkələrin tədris proqramlarına uyğunlaşdırılmışdır [7].

Yeni konsepsiyada şəxsiyyətin maraq və ehtiyaclarını, arzu və istəklərini əsas götürməklə təhsil alanların mənafeyinə xidmət göstərilməsi ön plana çəkilmiş, məktəb fizika kursunun quruluşu, məzmunu və tədrisi metodikası aparıcı ideyalar əsasında yeniləndirilmiş, fizika fənninin elmi səviyyəsi yüksəldilmiş, şagirdlərdə yeni dünyagörüşünün formalaşdırılması və onlara verilən biliklərin keyfiyyətcə artırılması yolları müəyyənləşdirilmişdir. İşçi qrup tərəfindən konsepsiyaya uyğun fizika kursunun dövlət standartı, iki pilləli fizika (birinci pillə 7-9-cu siniflər, ikinci pillə 10-11-ci siniflər üçün) proqramı və 7-11-ci siniflər üçün fizika dərslikləri hazırlanmışdır.

Konsepsiyada təbii proseslərin fiziki mənzərəsi üç əsas ideya əsasında qruplaşdırılmışdır:

- Təbii proseslərin istiqamətliliyi.
- Təbii proseslərin təkrarlanan olması.
- Təbii proseslərin saxlanma ideyaları.

Fizika kursunun məzmununun əsasını 4 müddənin təşkil etdiyi əsaslandırılmışdır:

- bizi əhatə edən aləm qarşılıqlı təsirdədir;
- qarşılıqlı təsir aləminin hərəkət növlərinin vahid ölçüsü enerjidir;
- qarşılıqlı təsir enerjiləri istiqamətlidir və bu istiqamət enerjinin azalması istiqamətinə yönəlmişdir (enerjinin minimumluq şərtinin ödənilməsi);
- bizi əhatə edən aləm qanunauyğunluqlar aləmidir.

Fizikanın müasir dövrdə tədrisinin metodoloji əsasında fiziki nəzəriyyələrin, qanun və hadisələrin dialektik inkişafı və vəhdəti durur. Fizikanın tədrisinin metodoloji əsaslarını aşağıdakı kimi qruplaşdırmaq məqsədəmüvafiq hesab edilmişdir:

1. Materiyanın məkan və zamanın qarşılıqlı təsiri və hərəkətin ilkin fəlsəfi anlayışları kimi formalaşdırılması.

2. Dünyanın dərk edilə bilən olması və dərk etmə prosesinin dialektik xarakter daşması.

3. Dünyanın maddi vəhdəti.

4. Fiziki nəzəriyyələr, qanun və hadisələrin dialektik xarakteri, onların səbəb-nəticə əlaqələrinin obyektivliyi.

5. Maddi aləmin xassələrinin və təzahür formalarının tükənməzliyi, dərk etmə prosesinin sonsuzluğu.

Fizikanın tədrisinin əsas təlim vəzifələri aşağıdakı kimi müəyyənləşdirilmişdir:

- fundamental fiziki nəzəriyyələrə, qanunauyğunluqlara dair eksperimental faktlar və elmi praktik nəticələr əsasında fiziki hadisələrin şüurlu mənimsənilməsinə təmin etmək üçün şagirdlərə fizikanın əsaslarına (mexanika, molekulyar fizika, istilik, elektrik, işıq hadisələri, atom və atom nüvəsi) aid sistemətilik biliklər vermək;

- Şagirdləri fizika elminin əsas nəzəri və eksperimental tədqiqat metodları ilə tanış etmək;

- şagirdlərdə insanın əməli fəaliyyətində mühüm əhəmiyyəti olan ölçü cihazları və laboratoriya avadanlıqları ilə işləmək, fizikadan müxtəlif hesablamalar aparmaq üçün eksperimental və tədqiqi düşüncə bacarıqlarını formalaşdırmaq;

- şagirdlərə fiziki, məişət və təbiət hadisələrini müşahidə və izah etmək, müstəqil biliyə yiyələnmək bacarıqlarını aşılamaq;

- şagirdlərin təfəkkürünü, texniki yaradıcılığını və tədqiqatşılığını müstəqil əmək fəaliyyətində məhsuldar inkişaf etdirməklə, onların bilik keyfiyyətlərinin yüksəldilməsinə və bununla da fənnə marağın artırılmasına nail olmaq;

- fizika elminin və texnikanın inkişafında Azərbaycan və Dünya alimlərinin rolunun aşkar edilməsi ilə şagirdlərin vətənpərvərlik və ümumbəşəri ruhda tərbiyə olunması.

Fizikanın tədrisinin tərbiyəvi məsələləri aşağıdakı kimi müəyyənləşdirilmişdir:

• respublikamızın inkişaf etmiş müstəqil dövlət kimi formalaşmasının maddi-texniki bazasının yaradılmasında fizikanın rolunu müəyyən edərək, şagirdlərdə elmə, xüsusilə də fizika elminə marağın artırılmasına nail olmaq;

• böyüən nəslin sağlam, əqidəli, təmiz mənəviyyətli şəxslər kimi yetişmələrinə yardım etmək;

• ölkəmizin müxtəlif sənaye, kənd təsərrüfatı, energetika, hərbi, kosmonavtika və s. sahələrinin perspektiv istiqamətlərinin inkişaf etdirilməsində fizikanın əhəmiyyətli rolu ilə şagirdləri tanış etməklə, onların gələcəkdə peşə seçimi işinə əməli kömək göstərmək.

Araşdırmalar göstərir ki, yeni konsepsiyaya əsaslanmış ümumtəhsil məktəbinin fizika kursunun proqram və dərsləkləri, özündən əvvəlki proqram və dərsləklərlə müqayisədə aşağıdakı əlamətlərinə görə fərqlənir:

• yeni konsepsiyada canlı təbiətə tez-tez müraciət olunmuş, təkamül ideyası əsas götürülərək canlı və cansız təbiətin ən ümumi cəhətlərinə istinad edilmiş, dünyanın vahid fiziki mənzərəsi ön plana çıxarılmamışdır;

• dünyanın müasir təbii-elmi mənzərəsini təsvir etmək üçün onun müxtəlif təzahürlərinin fundamental vəhdəti əsas götürülmüşdür;

• bizi əhatə edən aləm (materiya) mürəkkəblik dərəcəsinə görə fərqlənən müəyyən, ardıcıl quruluş formalarına, obyektlərin əlaqəli sistemlərinə bölünmüşdür;

• mikro obyektədən makro obyektə doğru öyrənilmə prosesi nəzərdə tutulmuş, ən kiçik materiya formasından ən böyük materiya formasına doğru ardıcılıq müəyyən edilmişdir;

- tədris proqramları, dərsliklər və dərs vəsaitləri elmi məntiqliklə yanaşı tarixilik ideyasına söykənmişdir;

- məkan və zaman, zamanın istiqamətliliyi anlayışları daxil edilmiş, təbiətin fundamental saxlanma qanunlarının fəza-zaman simmetriyası ilə əlaqəli şəkildə öyrənilməsinin təməli qoyulmuşdur;

- təbii proseslərin istiqamətliliyi, dövriliyi və saxlanma qanunları hərəkətin dövriliyi, istiliyin və zamanın istiqamətliliyində öz əksini tapmışdır;

- daxili enerjinin halın, iş və istilik miqdarının isə termodinamik prosesin funksiyası olması, enerjinin istiqamətliliyi və minimumluq prinsipi ideyası əsasında ona uyğun tədris materallarının mərhələlər üzrə aşağıdakı istiqamətdə formalaşdırılması nəzərdə tutulmuşdur:

- molekulların irəliləmə hərəkətlərinin kinetik enerjisi;

- molekulların qarşılıqlı təsirlərinin potensial enerjisi;

- “Termodinamik sistem modeli” çərçivəsində makrocismlərin xassələrinin və istilik hadisələrinin öyrənilməsi;

- İstilik tarazlığı, istilik tutumu və maddənin aqrekat hallarının dəyişməsi;

- atomdakı elektronların nüvə ilə qarşılıqlı təsirlərinin potensial enerjisi və elektronun tam enerjisi;

- nüvə daxili enerjisi;

- əlaqəli sistemlərdə rabitə enerjisi;

- qravitasiya sahəsindəki cismin potensial enerjisi.

- **orta məktəbin 7-9-cu və 10-11-ci siniflərində biliklər aparıcı didaktik prinsipə-generalizasiya prinsipinə istinad olunur, enerji, sahə, qüvvə, zaman-məkan, hərəkət və digər fundamental anlayışlar həmin prinsipə uyğun məzmununda verilir;**

- ilk dəfə olaraq materiyanın ilk növünün (maddə və sahə) əlaqəli şəkildə öyrənilməsinə şərait yaradılmış, onların ümumi və xüsusi cəhətləri dərsliyə gətirilmişdir;

- “Qravitasiya sahəsi” fəslində ilk dəfə olaraq əsas fiziki kəmiyyətlərdən biri “g” (sərbəstdüşmə təcili)-nin qravitasiya sahəsinin intensivliyi kimi xarakterizə olunması göstərilmişdir; saxlanma qanunları, mexaniki rəqslər və dalğalar, istilik hadisələri və maddənin aqrekat halının dəyişməsi mövzularının “Qravitasiya sahəsi” ideyası əsasında tədris olunması planlaşdırılmışdır;

- yeni konsepsiyada ilk dəfə olaraq elementar yük və onun dünyəvi sabit kimi formalaşdırılması təklif edilmişdir;

- maqnit sahəsinin mənşəyinin daha dərinədən öyrənilməsi təklif olunmuş, elektrik və maqnit sahələrinin qarşılıqlı müqayisəsi verilərək, vahid sahə nəzəriyyəsi haqqında ilkin təsəvvürlər formalaşdırılmış, didaktikanın təlimdə vahidlik prinsipi rəhbər tutulmuşdur;

- “Elektromaqnit sahəsi” mövzusu altında 7-9-cu siniflər üçün yeni olan bəzi mühüm məsələlər: elektromaqnit sahəsi, elektromaqnit dalğaları, elektromaqnit dalğaları şkalası, radiorabitə və radiolakasiyanın tədrisi təklif edilmişdir. Bu fəsildən sonra “Sabit cərəyan qanunları”, “Müxtəlif mühitlərdə elektrik cərəyanı” mövzularının məntiqi ardıcılıqla tədrisi nəzərdə tutulmuşdur;

- əvvəlki fizika proqramından fərqli olaraq yeni fizika kursu üç nəzəriyyənin: molekulyar-kinetik, elektron və sahələr nəzəriyyələrinin təsəvvürləri əsasında qurulmuşdur;

- **daxili enerji anlayışının geniş mənada şərhinin mümkünüyü göstərilmiş və bunu reallaşdırmaq məqsədilə yeni mövzular təklif olunmuşdur;**

- təbiətdə baş verən proseslərin ehtimal və statistik xarakterli olması ilk dəfə orta məktəbə gətirilmişdir;

- fiziki hadisələrin dərk edilməsində müşahidələrin, təcrübə və nəzəriyyələrin rolu əsaslandırılmış, məkan, fəza və zaman anlayışlarına vahid yanaşma prinsipləri müəyyən edilmişdir;

- ümumi orta məktəbin fizika kursunun (7-9-cu siniflər) ilk dəfə olaraq sahələr haqqında fizikanın əldə etdiyi klassik və ən müasir elmi nəticələr ətrafında məntiqi inkişafı istiqamətində tədris olunması tövsiyə olunmuş, bu siniflərdə öyrədilməsi nəzərdə tutulan bütün tədris materialları qravitasiya, elektrik, maqnit və elektromaqnit sahələri ətrafında qruplaşdırılmışdır;

- tədris materialları: mexanika, elektrodinamika, relyativistik fizika və kvant fizikası inteqrativ yanaşma istiqamətində verilmişdir. Məs: Maksvelə görə elektrik, maqnit və optik hadisələrin birləşdirilməsi, Eynşteynin xüsusi nisbilik nəzəriyyəsi ilə fəza və zaman anlayışları, kvant mexanikasına görə maddə ilə sahənin, zərrəciklə dalğanın, atom fizikası ilə kimyanın əlaqələndirilməsi ideyası ön plana çəkilmişdir;

- Azərbaycanda fizikanın tədrisi tarixində ilk dəfə olaraq fizika kursu iki səviyyədə: A və B səviyyələrində verilmişdir. A səviyyəsində 10-11-ci siniflər üçün fizika kursları tamamilə yeni quruluşda verilmiş, elmi səviyyəsi xeyli yüksəldilmişdir;

- ilk dəfə olaraq "Dinamikanın əsasları" fəslindəki tədris materiallarının hamısı: dinamika qanunları, onlardan çıxan nəticələr mexaniki hərəkətin səbəbiyyət prinsipi ilə əlaqəli verilmişdir;

- "Saxlanma qanunları" fəslində isə əvvəlki proqramlardan fərqli olaraq, enerjinin saxlanma qanunu və zamanın bircinsliliyi anlayışları əlaqəli şəkildə, enerjinin saxlanması qanununun axan qazlara və mayələrə tətbiqinin öyrənilməsi şəklində planlaşdırılmışdır;

- impulsun saxlanma qanununun fəzanın bircinsliliyi ideyası ilə əlaqəli tədrisi nəzərdə tutulmuşdur;

- fizikanın tədrisi tarixində ilk dəfə olaraq 10-cu sinfin fizika kursuna "Relyativistik mexanika" elementləri mexanika kursunun quruluşuna daxil edilmişdir. Dünyanın klassik və relyativistik mexaniki mənzərələrinin əlaqələri və sərhədləri göstərilmişdir;

- molekulyar fizika bölməsində qaz, maye və bərk cisimlərin xassələrinin molekulyar-kinetik nəzəriyyə əsasında tədrisi nəzərdə tutulmuşdur;

- "Termodinamikanın əsasları" adlandırılmış fəsildə termodinamikanın I, II və III qanunları enerjinin saxlanması və çevrilməsi qanununun təzahür formalarından biri kimi öyrənilməsi əsaslandırılmışdır;

- 7-9-cu siniflərdə molekulyar-kinetik nəzəriyyə, elektron nəzəriyyəsi, sahələr nəzəriyyəsi barədə ən ümumi məlumat əldə etmək məqsədilə, fiziki hadisə, anlayış və qanunlar həmin nəzəriyyələrə uyğun şərh edilmişdir;

- "Bərk cisimlərin xassələri" fəsinə yeni mövzular; kristallik qəfəslər, rabitəyə görə qəfəslərin təsnifatı (metallik, atom, ion və molekulyar) xassələrinin formalaşmasında rabitələrin rolu, gərginlik diaqramı və s. daxil edilmişdir;

- "Termodinamikanın əsasları" iki yeni anlayışın-termodinamikda ehtimal və entropiya öyrənilməsi təklif olunmuşdur;

- elektrodinamika bölməsinə sahələrin çevrilməsi, elektrik sahəsində yüklü zərrəciyin hərəkəti, maqnit sahəsində yüklü zərrəciyin hərəkəti, Lorens qüvvəsinin tətbiqi, biopotensiallar, elektrik cərəyanının və sahə enerjisinin sıxlığı adlı fiziki anlayış və hadisələr daxil olunmuşdur;

- nəzəri materiallar uyğun nümayiş təcrübələri və frontal laboratoriya işləri ilə müşayət olunması əsaslandırılmışdır. Belə ki, 7-9-cu siniflərdə 125 nümayiş təcrübəsi, 28 frontal laboratoriya işi və 16 tədris filmi, 10-11-ci siniflərdə isə 107 (A səviyyəsi üçün 52) nümayiş təcrübəsi 25 (7) frontal laboratoriya işi və 19 tədris filminin nümayişi nəzərdə tutulmuşdur;

• 7-9-cu siniflərdə 14 qanunun öyrədilməsi nəzərdə tutulmuşdur:

- Nyutonun I, II, III qanunu.
- Paskal qanunu.
- Birləşmiş qablar qanunu.
- Arximed qanunu.
- Ümumdünya cazibə qanunu.
- Impulsun saxlanması qanunu.
- Enerjinin saxlanması qanunu.
- Elektrik yüklərinin saxlanması qanunu.
- Kulon qanunu.
- Dövrə hissəsi üçün Om qanunu.
- Işığın düz xətt üzrə yayılması qanunu.
- Işığın qayıtması qanunu.
- Işığın sınması qanunu.
- Nüvələrin yerdəyişməsi qanunu.

• 10-11-ci sinif proqramı mexanika, elektrodinamika, relyativistik və kvant-statistik nəzəriyyələri əsasında integrativ yanaşma istiqamətində hazırlanmışdır. Elektrik, maqnit və optik hadisələr Maksvellin tədqiqatlarına əsaslanmaqla, birləşmiş şəkildə təqdim olunmuş, fəza və zaman anlayışları Eynşteynin xüsusi nisbilik nəzəriyyəsinə uyğun şərh olunmuş, maddə ilə sahənin, zərrəciklə dalğanın qarşılıqlı əlaqəsi Kvant mexanikası əsasında izah edilmiş, Atom fizikasında fiziki-kimyə və kimyəvi fizikadan götürülmüş ideyalar üstünlük təşkil etmişdir;

• 10-11-ci siniflərin proqramı iki variantda verilmişdir: hamı üçün icbari "A" variantı, maraqlara görə tərtib olunmuş və xeyli dərinləşdirilmiş məzmununda "B" variantı: Əsas məzmun hər iki variantda aşağıdakı ardıcılıqla verilmişdir:

- Kinematikanın əsasları.
- Dinamikanın əsasları.
- Saxlanma qanunları.
- Termodinamika qanunları.
- Qravitasiya qüvvələri.
- Molekulyar fizika.
- Bərk cisimlərin xassələri.
- Termodinamikanın əsasları.
- Elementar zərrəciklər.

"A" variantının öyrənilməsinə 10-cu sinifdə 68, 11-ci sinifdə 34 saat vaxt ayrılmışdır.

"B" variantında isə uyğun olaraq 136 və 173 saat nəzərdə tutulmuşdur [1, 3, 6 - 8].

Konsepsiyanın məqsəd və vəzifələri, quruluşu cəmiyyətimizin ehtiyac və tələbləri nəzərə alınmaqla, pedaqoji elmin tələbləri gözlənilməklə tərtib edilmiş, ümumtəhsil məktəblərində fizika fənninin tədrisinin müasir tələblərə uyğunluğunu təmin edən, aşağıdakı bir sıra üstün metodiki tələbləri özündə cəmləşdirmişdir:

1. Fizika fənni konsepsiyasının məzmunu:

- fizika elminə və fənninə aid olan xüsusi bilik və bacarıqların formalaşdırılması və inkişafı;
- fizikadan qazanılmış biliklər sistemi əsasında sərbəst bilik əldə etmə və yeni bilikləri sintez etmə bacarığının aşılması.

- tədris prosesinin gedişində şagirdlərin ümumi-intellektual və şəxsi inkişafını təmin edən, dövlət və cəmiyyətin mənəvi dəyərlərini özündə cəmləşdirən sosial və şəxsiyyətyönümlü tərbiyənin formalaşdırılması və inkişafı.

2. Fizika fənn konsepsiyasının məqsədi:

- şagirdlərin sosial-iqtisadi şəraitə uyğun müasir tələblərə cavab verən həyata hazırlanması;
- şagirdlərin sağlam həyat tərzinin və vətəndaşlıq mövqeyinin üstünlüyü, respublika iqtisadiyyatının tələbləri nəzərə alınmaqla düşünülmüş peşə seçiminə hazır olması;
- şagirdlərin təhsillərini davam etdirməyə hazır olması.

3. Fizika dərslinin məzmunu və quruluşunun metodoloji prinsipləri:

- materiyanın xassələri və onun müxtəlif formalarda hərəkətinin fizika elminin əsaslarına daxil edilməsi;

- fundamental fiziki nəzəriyyələr və elmi fikirlərin formalaşdığı dövrlərə əsasən, materiyanın hərəkət formasının mürəkkəbləşməsinə uyğun ardıcılıqla quruluşun öyrənilməsi;

- fizikanın hadisə və prosesləri, onlara aid qanunauyğunluqları öyrənən elmdən daha fundamental elm olması haqqında təsəvvürlərin yaradılması;

- fizikanın müasir texnika və innovasion texnologiyanın inkişaf istiqamətlərini müəyyənləşdirən elm kimi təbliğ edilməsi;

- bütün şagirdlər tərəfindən mənimsənilə bilən, eksperimental faktlara əsaslanan, fiziki anlayış, fundamental fiziki nəzəriyyələr və onlardan təcrübədə istifadə olunması ilə bağlı tədris məlumatlarının minimumluq prinsipinə əməl olunması;

- hər bir şagirdin şəxsi təhsil alma imkanının həyata keçirilməsini (o cümlədən fakültativ və stimullaşdırıcı məşğələlərin köməyi ilə) təmin edən şəraitin yaradılması;

- elmin və pedaqoji təcrübənin müasir səviyyəsinə uyğunlaşan, metodoloji baxımdan vahid mövqe üç əsas məzmununda mərkəzləşmişdir:

I. Təbiət hadisələrinin fiziki metodlarla tədqiqi.

II. Fiziki sahələr və onlar arasındakı qarşılıqlı təsirin qanunauyğunluğu.

III. İnsanın həyat fəaliyyətində fizikanın yeri.

4. Fizika dərslinin əsas məqsəd və vəzifələri:

- müxtəlif məlumat və informasiya texnologiyalarından istifadə etməklə fizikaya dair biliklərin əldə olunması prosesində intellektual və yaradıcı bacarıqların inkişafının təmin olunması, şagirdlərin üstün həyata hazırlanması;

- şagirdlərdə bəşər mədəniyyətin yaranmasında fizikanın rolu və ictimai tərəqqidə onun əhəmiyyəti, fizika elminin ideyaları və metodları, fiziki nəzəriyyə və qanunların tətbiq olunma sərhədləri, fizikanın inkişafında rolu olan tanınmış alim- fiziklər haqqında təsəvvürlərin inkişafı;

- şagirdlərin dünyanın fiziki mənzərəsinin əsasında duran fundamental fiziki qanun və prinsipləri özündə birləşdirən texnika və texnologiyaların inkişafına təsir göstərən, fizika sahəsində edilmiş daha vacib kəşflərlə bağlı biliklər sisteminin mənimsəməsi;

- şagirdlərin dünyagörüşünün əsaslarının, mənəvi keyfiyyətləri, mədəni səviyyəsinin, estetik zövqün formalaşdırılması;

- şagirdlərə texnikanın, istimai-tərəqqinin, insan və təbiət arasında harmoniyanın yaradılmasında fizikanın əhəmiyyətinin şərh olunması;

- şagirdlərdə müşahidə aparmaq üçün tədqiqatçılıq bacarığının və fiziki eksperimentin planlaşdırılması, yerinə yetirilməsi və nəticəsinin qiymətləndirilməsi, fərziyyələr irəli sürmək, qurğular qurmaq, fizikadan alınmış biliklərin müxtəlif fiziki hadisə və maddələrin xassələrinin şərhində tətbiq etmək bacarığının formalaşdırılması;

- şagirdlərdə təbiətlə bağlı elmi məlumatların doğruluğuna inamın yaradılması;
- şagirdlərdə təbiətdən və ətraf aləmdən məqsədyönlü istifadə, həyat fəaliyyətinin təhlükəsizliyini təmin etmək məqsədilə fizikadan qazanılmış biliklərin təcrübədə tətbiq etmək bacarığının formalaşdırılması.

5. Fizika dərslisinin məzmununun quruluşunun əsas prinsipləri:

- fizikadan dərslinin məzmunu müəyyənləşdirilərkən ilk növbədə anlayış, fakt, metodlar əsas götürülməli, bir elm kimi fizikanın şagirdlərin təhsil və praktik fəaliyyətinin davam etdirilməsində gərəkli olaraq qalması;

- fizikanın məzmununu müəyyənləşdirilərkən onun inkişafetdirici funksiyasına, mənimsəmə üçün məlumatın minimum həcmnin müəyyən edilməsinə və müxtəlif formalarda ümumiləşdirmə aparılmasına üstünlüyün verilməsi;

- fizika dərslisinin məzmunu inkişafetdirici təlimin didaktik əsaslarına, elmilik, sistemlilik və ardıcılıq, nəzəriyyə və təcrübənin əlaqəsinə uyğun olaraq qurulmuşdur.

6. Fizikanın tədrisinin quruluşuna verilən əsas tələblər:

- ümumi orta təhsilin müxtəlif pillələrində fizikanın öyrədilməsinin didaktik prinsiplərinin quruluşu və təşkili ümumi prinsiplər nəzərə alınmaqla vahid məzmunun formalaşmasına yönəldilmişdir;

- fizikanın məzmunu şagirdlərin maraq və tələblərini təmin etməlidir;

- ümumi orta təhsilin ikinci pilləsində fizikanın məzmunu xətti prinsipə görə qurulmuş, burada hər bir bölmə özündən əvvəlkinin məntiqi davamı kimi götürülmüşdür. Bu, özlüyündə tədris materialının quruluşunda məzmunun və fasiləsiz öyrətmə sisteminin davam etdirilməsinə şərait yaradır.

- ümumi orta təhsilin üçüncü pilləsində (10-11-ci siniflər) fizika dərslisinin məzmununda fundamental fiziki nəzəriyyələrin daha da dərinləşdirilməsi ilə öyrədilməsi nəzərdə tutulmuşdur. Eyni zamanda alınmış biliklər müasir həyatla əlaqələndirilmiş, tətbiq olunma imkanları açıqlanmış və şagirdlərə dünyanın kvant-sahə mənzərəsini dərk etmələrində fənn və metodoloji biliklər sistemi formalaşdırmışdır;

- fizika kursunun məzmunu hər bir pillədə fizika elminin nailiyyətlərini insan cəmiyyətinin ətraf mühitlə qarşılıqlı münasibəti və əlaqəsində özünü göstərir;

- yeni və qismən dəyişən şəraitdə şagirdlərin fizikadan aldıkları bilikləri nəzəri və təcrübə məsələlərin həllində tətbiq etmə, bunların riyaziyyat və digər elmlərlə əlaqələndirmə bacarıqlarının formalaşdırılmasına üstünlük verilmişdir;

- proqram materiallarının sistem xarakterli olması, fizikanın məzmununun quruluşunda milli təhsil ənənələrinin saxlanması məqsədmüvafiq hesab edilmişdir;

- ümumtəhsilin bütün pillələrində tədris-təlim prosesinin bütün forma və metodları pedaqoji cəhətdən əsaslandırılmış, şagirdlərin yaş xüsusiyyətləri və qavrama qabiliyyətləri nəzərə alınmışdır;

- fizikanın tədrisinin təşkilati-metodiki təminatı müasir innovasiyalar hesabına yenilənmişdir;

- tədris prosesinin təşkilində fakültativ məşğələ, məsləhətvermə, ekskursiya-seminar, mühazirə, laboratoriya işi, eksperimental tədqiqatlar və sairə istifadə əsaslandırılmışdır.

7. Fizika dərslisi üzrə tədris-metodiki kompleksin tərkibi və strukturu:

Tədris-metodiki kompleksə əsas təlim vasitələri kimi dərslük (dərs vəsaiti), məsələlər toplusu, didaktik materiallar və müəllim üçün kitablar aiddir. Eyni zamanda buraya komputer proqramlarını, elektron dərslükleri, iş dəftərlərini, kino filmləri, cədvəlləri və s. aid etmək olar.

8. Əsas və əlavə təhsil sistemində fizikanın yüksək səviyyədə öyrədilməsi imkanları:

- əsas təhsil müəssisələrində dərs prosesində, əlavə təhsil isə fakültativ məşğələlər, sinifdaxaric, məktəbdənkənar fəaliyyətdə, həmçinin məktəbdənkənar tərbiyə müəssisələrində aparıla bilər;

- fizikanın öyrədilməsi əsas təhsil standartlarına, tədris planına və müxtəlif xarakterli ümumtəhsil məktəblərinin tədris plan və proqramına uyğun olaraq təmin olunmalıdır;

- fizikadan fakültativ məşğələlərlə həyata keçirilir. 10-11-ci siniflərdə xüsusi təyinatlı lisey və gimnaziyalarda fizikanın öyrədilməsinə ayrılan saatların miqdarının artırılması, şagirdlərdə nəinki minimum səviyyənin mənimsənilməsinə, həm də məzmunun yüksək səviyyəli təlim xüsusi təyinatlı gimnaziyalarda, liseylərdə və məktəblərdə digələrində isə dərinləşməsinə və müxtəlif tipli məsələlərin həllinə də köməklik göstərir, tədqiqatçılığa imkan yaradır;

- fizikadan aparılan fakültativ məşğələlərin əsas məqsədi əsas təhsil proqramı ilə müəyyənləşdirilmiş məzmunun dərinləşdirilməsinə və fənnə marağın yaradılması yönəldilməlidir;

- əlavə təhsil orta ümumtəhsilin bütün pillələrində həyata keçirilə bilər [10, 12].

ƏDƏBİYYAT

1. Abaszadə A.A. "Azərbaycanda fizika-riyaziyyat və təbiət elmlərinin tədrisi metodikasının inkişafına dair", Azərbaycan məktəbi Bakı, 1960, № 4.

2. Azərbaycan Respublikasının Təhsil Sahəsində İslahat Proqramı, Bakı, Çarşıoğlu, 1999.

3. Qaralov Z.İ. Fizika qanunlarının tədrisi. Bakı., Elm, 1997, 320 s.

4. İmanov S.Ş. "Orta məktəbdə fizika tədrisi metodlarının seçilmə prinsipi və təsnifi", Bakı, API, 1987.

5. Mehrabov A.O. *Azərbaycan təhsilinin müasir problemləri*. Bakı, Mütərcim 2007.

6. Murquzov M.İ., Abdullayev S.Q., Abdurazaqov R.R., Əliyev N.A. *Ümumtəhsil orta məktəblərinin 7-11-ci sinifləri üçün fizikadan yeni proqram və dərsliklərin konsepsiyası*. Bakı, Qamma-S, 2003.

7. *Ümumtəhsil orta məktəblərinin 7-11-ci sinifləri üçün fizika və astronomiya proqramları (M.İ. Murquzovun ümumi redaktorluğu ilə), (Təhsil Nazirliyinin 05.07.2002-ci il tarixli 729 sayılı əmri ilə təsdiq edilmişdir)*, Bakı, Nigar-Ə, 2002.

8. Murquzov M.İ., Mehrabov A.O., Abdullayev S.Q., Abdurazaqov R.R., Əliyev N.A., *Fizika. 7-11-ci sinif. Ümumtəhsil orta məktəbləri üçün dərslik*. Bakı, Bakınəşr, Qamma-S, 2004.

9. Təhsil Haqqında Azərbaycan Respublikasının Qanunu. Bakı, Qanun, 2010.

10. Усова А.Б. *Теория и методика обучения физики*. Санкт-Петербург, Медуза, 2002.

11. <http://www.disszakaz.com/>

12. <http://www.mologiya2007.ru>

ABSTRACT

Jafarov Seyfaddin

Hasanova Aysha

The modern conception of school physics course

The article investigates the methodological foundation for new programs and textbooks in physics for secondary school in grades 7-11. We consider excellence and distinction of new theoretical and methodological problems of teaching physics.

РЕЗЮМЕ

Современная концепция школьного курса физики

В статье исследуются методологические основы новых программы и учебников по физике для средней общеобразовательной школы в 7-11 классах. Рассматривается превосходства и различие новых теоретических и методических задач преподавания физики.

Одновременно рассматриваются методологические возможности организации и управления обучения физики пути их применения в учебном процессе.

NDU-nun Elmi Şurasının 24 dekabr 2015-ci il tarixli qərarı ilə çapa
tövsiyə olunmuşdur (protokol № 05)

Məqaləni çapa təqdim etdi:

MÜNDƏRİCAT

RİYAZİYYAT

1. **Məhəmməd Hacıyev.** Riyazi anlayış, təkliflər və isbatlar. Riyazi mühakimə.....3
2. **Ягуб Мамедов.** Потенциал Бесселя порожденный оператором Данкля в $L_{p,\alpha} (R)$ пространствах.....13
3. **Тофиг Наджафов, Аида Гулиева.** Общие решение однородной краевой задачи римана в классах морри-харди.....21
4. **Nailə Namazova.** Təkrar xarakteristikali 4-cü tərtib tənlik üçün bir qarışıq məsələnin tədqiqi...32
5. **Famil Məmmədov.** Anizotrop elliptik hissəli, qeyri xətti dissipasiyalı üç ölçülü hiperbolik tənliyin global həlləri.....40
6. **Р.А.Гасанов.** Обучение теоретическим материалам в процессе решения задач и упражнений в курсе алгебры.....46

FİZİKA

7. **К.Ə.Əliyev, М.Ə.Nuriyev, S.Н.Аллахвердийев.** Buxarlanabilən yüklərə görə hesabat.....53
8. **Дж. И. Зейналов.** Применение нейронных сетей к решению задачи оптимального управления относительно множества.....58
9. **Fərman Qocayev, Aygün Sultanova, Elgün Tağıyev.** Yarımkeçirici $CuFeS_2$ təbəqəsində yunq modulunun tədqiqi.....63
10. **Şəmsəddin Kazimov, Validə Hacıyeva, Sevinc Novruzova.** Günəş elektrik stansiyası.....67
11. **M.I. Ismailov.** Dynamics of the moving load acting on a metal elastic plate under compressible viscous fluid loading.....70
12. **Qulu Bağirov, Tofiqə Nadirova.** Torpaq nəmliyini ölçən elektron cihazı.....79

KİMYA

13. **Həsən Həsənlі.** СдС₁-йСey назик тябгяляриндя фотокимйяви реаксийалар.....83

TEXNİKİ ELMLƏR

14. **Məmməd Rəcəbov.** Yeni informasiya texnologiyalarının tətbiqi ilə cəbr və analiz kurslarının təlimi prosesində fənlərarası əlaqələrin həyata keçirilməsinin əsas istiqamətləri.....89
15. **Ali Taşdemir.** İstanbul Cami məscidlərinin memarlıq inkişafında klassik üslubun yeri.....93
16. **İhsan Gökçen.** Anadoluda Səlcuq şəhərlərinin formalaşmasında tətbiq olunan şəhərsalma üsulları.....101

METODİKA

17. **Seyfəddin Cəfərov, Aysə Həsənova.** Məktəb fizika kursunun tədrisinin müasir metodoloji əsasları.....106

