

ISSN 2222-940X



NAXÇIVAN DÖVLƏT UNIVERSİTETİ

ELMİ ƏSƏRLƏR

*FİZİKA-RİYAZİYYAT VƏ TEXNİKA
ELMLƏRİ SERİYASI*

SCIENTIFIC WORKS

*SERIES OF PHYSICAL, MATHEMATICAL
AND TECHNICAL SCIENCES*

НАУЧНЫЕ ТРУДЫ

*СЕРИЯ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИХ
И ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК*

NAXÇIVAN, NDU, "QEYRƏT" - 2018

№ 4 (93)

RİYAZİYYAT

MƏHƏMMƏD HACIYEV

Naxçıvan Dövlət Universiteti

mamedhaciye16@yahoo.com

UOT: 5801.01; 517.2; 517.3; 514.02

RİYAZİ TƏLİMDƏ "ANALİZ VƏ SİNTEZ" ÜSULLARININ TƏTBİQİ

Açar söz: riyaziyyat, metodika, analiz, sintez, təlim üsulu**Key words:** mathematics, methodology, analysis, synthesis, teaching method**Ключевые слова:** математика, методика, анализ, синтез, метод обучения

Müasir riyazi təlim elə formalaşmış, elə inkişaf səviyyəsinə çatmışdır ki, şagirdlərin və eləcə də tələbələrin yalnız nəzəri biliklərinə əsaslanmaqla keçilən dərslər, öyrənilən təlim materialları çox da səmərəli təşkil olunan dərslər olmaz, məqbul hesab oluna bilməz. Onların diqqətçillik, müstəqillik və nəticə çıxarma kimi fərdi keyfiyyətləri öyrənmə üçün əsas və zəruri şərtlərdəndir. Elə bu baxımdan da təlim üsullarının tətbiqi təlim prosesində bu kimi keyfiyyətlərin formalaşması baxımından əvəzolunmaz bir xüsusiyyəti əks etdirən məsələdir.

İşdə analiz və sintez üsullarının mahiyyəti, tədrisi məsələləri ilə bağlı olaraq ətraflı məlumatlar verilmişdir ki, bu araşdırmaların da əsasında analiz və sintez üsullarının tətbiqinin əsas xüsusiyyətləri metodiki olaraq dəyərləndirilmişdir.

İşdə təlim üsulları haqqında yığcam məlumatlar verilməklə yanaşı əsas araşdırma müasir təlim üsullarının tərkib hissəsi olan analiz və sintez üsullarına həsr edilmişdir ki, bunu müasir dövrün xüsusiyyətləri tələb edir.

Analiz-hər bir hissə təmin hissəsi kimi ayrılıqda araşdırılır, tədqiq olunur.

Sintez-ayrı-ayrı elementlər bu üsulun köməyi ilə bir tam kimi birləşdirilir.

Riyazi məsələlərin həllində analiz və sintez üsulu çox geniş şəkildə tətbiq olunan təlim üsullarındandır. Qeyd edək ki, analiz –bu üsul axtarılandan verilənə doğru yönəlmiş bir mükəmməl üsuldur. Sintez –üsulu da mahiyyət etibarilə mükəmməl üsuldur, lakin analiz üsulunun əksinə, bu üsul veriləndən axtarılanə doğru yönəlmiş mühakimə üsuludur. Məsələ həllində bu iki ayrı-ayrı kimi xarakterizə olunan üsullar adətən birgə şəkildə, qarşılıqlı əlaqədə tətbiq olunur.

Analiz və sintez üsulu hər bir növə, tipə aid olan məsələlərin hər birinin həllində praktiki olaraq geniş şəkildə tətbiq olunur [4. səh.107-112; 155-165].

a) İsbat xarakterli məsələlərin həllində analiz və sintez üsulu.

Məsələ 1. a ton yük daşımaq üçün avtomobillər ayrılmışdır. İkisi başqa işlə istifadə olunduğundan hər avtomobili nəzərdə tutulduğundan 1 ton artıq yükləmək lazım gəldi. a ton yükün daşınması üçün neçə avtomobil məşğul idi?

Həlli. Məsələnin şərtindən aydındır ki, avtomobillərin hamısı eyni yükləmə qabiliyyətinə malikdir.

Fərz edək ki, yükün daşınması üçün x sayda avtomobil məşğul idi, onda əvvəlcədən nəzərdə tutulan maşınların sayı $(x+2)$ olar. Onda təbiidir ki, əvvəlcə hər avtomobilə yükləmək üçün nəzərdə tutulan yük $\frac{a}{x+2}$ ton, sonrakı halda isə $\frac{a}{x}$ ton olmalıdır.

Məsələnin şərtini nəzərə alsaq, aşağıdakı kimi tənlik qura bilirik:

$$\frac{a}{x} - \frac{a}{x+2} = 1. \quad (1)$$

Məsələnin şərtini nəzərə alaraq a və x qçqn onları belə müəyyən edə bilirik: $a > 0, x \in \mathbb{N}$.

$\frac{a}{x} - \frac{a}{x+2} = 1$ tənliyinin üzərində çevirmələr apararaq onu bu şəkildə gətiririk:

$$x^2 + 2x - 2a = 0. \quad (2)$$

$x^2 + 2x - 2a = 0$ kvadrat tənliyini həll edərək, onun köklərini tapırıq:

$$x_1 = -1 - \sqrt{1+2a}, \quad x_2 = -1 + \sqrt{1+2a}.$$

Ayındır ki, x_1 məsələnin həlli ola bilməz, çünki məsələnin mənasına görə

Həll mənfi olmayan tam ədəd olmalıdır; x_2 isə məsələnin və (1) tənliyinin həlli ola bilər, bu şərtlə ki, a -nın aldığı qiymətlər aşağıdakı şərtləri ödəsin:

$$1+2a \geq 0, \quad -1+1+2a \geq 0; \quad -1+1+2a \neq 0, \quad -1+1+2a \neq -2.$$

İndi isə x_2 -nin məsələnin həlli olub-olmamasını aydınlaşdıraraq.

Şərtə görə x -in qiyməti ya natural ədəd, və $a > 0$ olmalıdır.

$x = -1 + \sqrt{1+2a}$ bərabərliyinə əsasən, belə bir nəticəyə gəlmək olar ki, $(1+2a)$ -nin qiyməti 1 -dən fərqli tam ədədlərin kvadratı olmalıdır:

$$1+2a = n^2 \quad \text{və ya} \quad a = \frac{n^2 - 1}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad n \neq 1.$$

Cavab: a -nın hər bir qiymətində ($a = \frac{n^2 - 1}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}, \quad n \neq 1.$) məsələnin yeganə həlli

vardır: $x = -1 + \sqrt{1+2a}$.

Məsələ 2. Aralarındakı məsafə 360 km olan iki şəhərdən iki qatar yola çıxaraq, qarşı-qarşıya hərəkət etdilər. Əgər ikinci qatar stansiyadan birinci qatardan 1,5 saat əvvəl yola çıxmış olarsa, onda onlar yolun ortasında görüşə bilərlər. Əgər onlar stansiyalardan eyni vaxtda yola çıxsalar, onda 5 saatdan sonra onların arasındakı məsafə 90 km olacaqdır. Hər qatarın sürətini tapmalı.

Həlli: İkinci qatarın sürətini x km/saatla işarə etsək, onda onun yolun yarısına sərf etdiyi vaxt $\frac{180}{x}$ saat olar.

Məsələnin şərtini nəzərə alsaq, birinci qatarın yolun yarısına sərf etdiyi vaxt $(\frac{180}{x} - 1,5)$ saat olar. Onda birinci qatarın sürətini tapa bilərik:

$$\frac{180}{\frac{180}{x} - 1,5} = \frac{180x}{180 - 1,5x} \quad \text{km/saat.}$$

Birinci qatarın 5 saatda getdiyi yol $5 \cdot \frac{180x}{180 - 1,5x} = \frac{180x}{36 - 0,3x}$ km/saat, ikinci qatarın 5 saatda getdiyi yol $5x$ km olar.

Məsələnin şərtini nəzərə alaraq, aşağıdakı kimi tənlik qura bilərik:

$$\frac{180x}{36 - 0,3x} + 5x = 270. \quad (3)$$

(3) tənliyinin üzərində çevirmələr apardıqdan sonra onu aşağıdakı şəkildə gətiririk:

$$x^2 - 294x + 6480 = 0. \quad (4)$$

(4) kvadrat tənliyini həll edib, onun köklərini tapırıq: $x_1 = 24, \quad x_2 = 270$.

Yoxlama nəticəsində müəyyən edirik ki, tapılan köklərin hər ikisi (3) tənliyini ödəyir. Lakin $x_1 = 24$ məsələnin mənasına uyğun olduğu halda $x_2 = 270$ kökünü ikinci qatarın sürəti olaraq götürə bilmərik, çünki məntiqi olaraq $x_2 = 270$ kökü həllə uyğun deyil. Deməli, $x_1 = 24$ kökünü ikinci qatarın sürəti olaraq götürə bilərik.

İndi isə birinci qatarın sürətini tapaq:

$$x = 24 \quad \text{olduqda,} \quad \frac{180x}{180 - 1,5x} = \frac{36x}{36 - 0,3x} = \frac{36 \cdot 24}{36 - 0,3 \cdot 24} = 30. \quad x_2 = 30$$

Cavab: 30 km/saat, 24 km/saat.

b) Mətnli məsələlərin həllində analiz və sintez üsulu.

Burada mətnli məsələ dedikdə elə məsələlər nəzərdə tutulur ki, belə məsələlərin məzmunu yalnız riyazi məna kəsb etməyib, məsələnin məzmununda başqa süjetlər də vardır (fabul). Mətnli məsələlərin həllini analiz üsulunun, daha doğrusu analiz hesab əməliyyatının köməyi ilə yerinə yetirərkən biz məsələnin həllini plana bağlamış oluruq [4, səh.110]. Sonra isə məsələ sintez yolu ilə həll olunur.

Məsələ. Teploxod çayın axarına qarşı 15 saat gedərək, 13 saata çayın axını ilə getdiyi qədər yol getdi. Əgər teploxodun sürəti 70 km/saat olarsa, çayın axma sürətini tapın.

Həlli (analiz üsulu): Çayın axma sürətini tapmaq üçün teploxodun öz sürətini (70 km/saat), teploxodun çayın axın ilə və çayın axınına qarşı olan sürətlərini bilmək kifayətdir. Əgər çayın axma sürəti V km/saat olarsa, onda teploxodun çayın axını ilə sürəti $V + 70$ km/saat, teploxodun çayın axınına qarşı sürəti isə $70 - V$ km/sat olar. Teploxodun müəyyən zamanda qət etdiyi yolu zamanla ifadə edərək tənlik qura bilərik və şərtə verilənlərə görə məsafənin eyni olmasından, zamanlardan və sürətlərdən istifadə edərək tənlik quraq:

$$15(70 - V) = 13(70 + V).$$

Tənlik qurduqdan sonra məsələni sintez yolu ilə həll edək (sintez üsulu):

$$15(70 - V) = 13(70 + V) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 15 \cdot 70 - 15 \cdot V = 13 \cdot 70 + 13 \cdot V \Leftrightarrow \text{Paylama qanunu.}$$

$$\Leftrightarrow 28V = (15 - 13) \cdot 70 \Leftrightarrow \text{Hədədlərin bərabərliyin bir tərəfindən digər tərəfinə keçirilməsi və işarələrin nəzərə alınması. Paylama qanunu.}$$

$$\Leftrightarrow 28B = 2 \cdot 70 \Leftrightarrow B = 5 \quad \text{Bərabərliyin hər tərəfini 28-ə bölmək.}$$

Qeyd edək ki, istər cəbr, istər həndəsə, istərsə də analizin başlanğıcı kursuna analiz və sintez üsulunun tətbiqi mahiyyətcə dəyişməz.

İndi də analiz və sintez üsullarının riyazi analizlə bağlı olan məsələlərindən birinə baxaq:

Teorem. 1) $[a, b]$ parçasında törəməsi olan $f(x)$ funksiyası həmin parçada artandırırsa, onda $[a, b]$ parçasında onun törəməsi mənfi deyil, yəni, $f'(x) \geq 0$;

2) Əgər $f(x)$ funksiyası $[a, b]$ parçasında kəsilməz, (a, b) intervalında isə diferensiallana biləndirsə və $f'(x) > 0$ olarsa, onda həmin funksiya $[a, b]$ parçasında artandır.

İsbatı (analiz üsulu ilə). Əvvəlcə teoremin birinci hissəsini isbat edək. Tutaq ki, $f(x)$ funksiyası $[a, b]$ parçasında artır. x arqumentinə Δx artımı verib

$$\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (1)$$

nisbətini düzəldək. $f(x)$ artan funksiya olduğundan $\Delta x > 0$ olduqda $f(x + \Delta x) > f(x)$ və $\Delta x < 0$ olduqda isə $f(x + \Delta x) < f(x)$.

Hər iki halda

$$\frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} > 0 \quad (2)$$

və deməli, $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \geq 0$, yəni $f'(x) \geq 0$ olur.

İndi teoremin ikinci hissəsini isbat edək. Tutaq ki, arqumentin (a, b) intervalından götürülmüş ixtiyarixqiymətində $f'(x) > 0$.

$[a, b]$ parçasında yerləşən istənilən x_1 və x_2 ($x_1 < x_2$) götürək. Laqranjın sonlu fərqlər teoreminə görə

$$f(x_2) - f(x_1) = f'(\xi)(x_2 - x_1), \quad x_1 < \xi < x_2.$$

Şərtə görə $f'(\xi) > 0$ olduğundan $f(x_2) - f(x_1) > 0$. Bu isə o deməkdir ki, $f(x)$ artan funksiyadır.

Azalan funksiya üçün də oxşar teorem doğrudur [6, səh.77-79].

Teorem. Əgər $f(x)$ funksiyası $[a, b]$ parçasında azalandırsa, onda həmin parçada $f'(x) \leq 0$. Əgər (a, b) intervalında $f'(x) < 0$ olarsa, onda $f(x)$ funksiyası $[a, b]$ parçasında azalandır.

Roll teoremi. Əgər $f(x)$ funksiyası $[a, b]$ parçasında kəsilməzdirsə, həmin parçanın bütün daxili nöqtələrində diferensiallana biləndirsə və parçanın uclarında sıfıra çevrilirsə ($f(a) = f(b) = 0$), onda $[a, b]$ parçasının daxilində heç olmasa elə bir $x = c$ nöqtəsi var ki, həmin nöqtədə $f'(x)$ törəməsi sıfıra çevrilir, yəni $f'(c) = 0$, $a < c < b$.

İsbatı (analiz üsulu ilə): $f(x)$ funksiyası $[a, b]$ parçasında kəsilməz olduğu üçün, onun həmin parçada ən böyük M və ən kiçik m qiymətləri var.

Əgər $M = m$ olarsa, $f(x)$ sabitdir, yəni arqumentin bütün qiymətlərində funksiya eyni bir qiymət alır. Belə olduqda isə parçanın bütün nöqtələrində $f'(x) = 0$ olar və teorem isbat olunur.

İndi fərz edək ki, $M \neq m$. Onda bu ədədlərdən heç olmasa biri sıfır deyil. müəyyənlik üçün $M > 0$ olduğunu və funksiyanın bu qiyməti $x = c$ nöqtəsində aldığını qəbul edək, yəni $f(c) = M$. Qeyd edək ki, c ədədi nə a və nə də b ədədinə bərabər deyildir (çünki şərtə əsasən $f(a) = f(b) = 0$).

$f(c)$ ədədi funksiyanın ən böyük qiyməti olduğundan, istər $\Delta x > 0$ və istərsə $\Delta x < 0$ olduqda $f(c + \Delta x) - f(c) \leq 0$ olmalıdır. Buradan $\Delta x > 0$ olduqda

$\frac{f(c + \Delta x) - f(c)}{\Delta x} \leq 0$, (1') $\Delta x < 0$ olduqda $\frac{f(c + \Delta x) - f(c)}{\Delta x} \geq 0$ (1'') alınır. Teoremin şərtinə əsasən

$x = c$ nöqtəsində törəmə vardır, ona görə də $\Delta x \rightarrow 0$ şərtində limitə keçsək $\Delta x > 0$ olduqda

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(c + \Delta x) - f(c)}{\Delta x} \leq 0, \quad \Delta x < 0 \text{ olduqda } \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(c + \Delta x) - f(c)}{\Delta x} \geq 0 \text{ alırıq.}$$

Digər tərəfdən $f'(c) \leq 0$ və $f'(c) \geq 0$ münasibətləri yalnız $f'(c) = 0$ olduqda uyuşa bilirlər. Deməli, $[a, b]$ parçasında elə c nöqtəsi var ki, həmin nöqtədə $f'(x)$ sıfıra bərabərdir. Teorem isbat olundu.

Qeyd. $[a, b]$ parçasının uclarında sıfıra çevrilməyən, lakin bərabər qiymətlər alan ($f(a) = f(b)$) diferensiallana bilən funksiyalar üçün də isbat etdiyimiz teoremin hökmü doğrudur [6, səh. 86-91].

Laqranj teoremi. Əgər $f(x)$ funksiyası $[a, b]$ parçasında kəsilməz və bu parçanın bütün daxili nöqtələrində diferensiallana biləndirsə, onda $[a, b]$ parçasının daxilində ən azı elə bir c nöqtəsi tapılar ki,

$$f(b) - f(a) = f'(c)(b - a), \quad a < c < b. \quad (2)$$

İsbatı (sintez üsulu ilə): $[a, b]$ parçasında

$$F(x) = f(x) - f(a) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a) \quad (3)$$

bərabərliyi ilə təyin olunmuş köməkçi $F(x)$ funksiyasına baxaq. Asanlıqla görmək olar ki, $F(x)$

funksiyası: 1) $[a, b]$ parçasında kəsilməzdir (kəsilməz $f(x)$ və xətti $f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)$

funksiyaların fərqi kimi); 2) $[a, b]$ parçasının daxilində diferensiallanandır :

$$F'(x) = f'(x) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a};$$

3) parçanın uclarında sıfıra çevrilir, yəni $F(a)=0, F(b)=0$.

Deməli, $F(x)$ funksiyasına Roll teoremini tətbiq etmək olar. Bu teoremə əsasən parça daxilində elə bir $x = c$ nöqtəsi var ki, $F'(c) = 0$, yəni

$$f'(c) - \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = 0. \quad \text{Buradan alırıq ki, } f(b) - f(a) = f'(c)(b - a).$$

Koşi teoremi. Tutaq ki, $f(x)$ və $g(x)$ funksiyaları $[a, b]$ parçasında kəsilməz və onun bütün daxili nöqtələrində diferensiallana biləndirlər, bundan başqa $g'(x)$ törəməsi parçanın heç bir daxili nöqtəsində sıfıra çevrilmir. Onda $[a, b]$ parçasının daxilində elə bir c nöqtəsi tapılar ki,

$$\frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} = \frac{f'(c)}{g'(c)}, \quad a < c < b \quad \text{olar.} \quad (4)$$

İsbatı (sintez üsulu ilə): Əvvəlcə qeyd edək ki, $g(b) - g(a) \neq 0$, çünki əks halda $g(b)$ və $g(a)$ bərabər olar, onda Roll teoreminə əsasən parçanın daxilində elə bir c nöqtəsi var ki, $g'(c) = 0$. Bu isə teoremin $g'(x) \neq 0$ şərtinə ziddir.

$$\text{Köməkçi funksiya düzəldək: } F(x) = f(x) - f(a) - \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)}(g(x) - g(a)).$$

Asanlıqla görmək olar ki, $F(x)$ funksiyası $[a, b]$ parçasında Roll teoreminin bütün şərtlərini ödəyir. Doğrudan da, $F(x)$ $[a, b]$ -da kəsilməzdir, (a, b) -da diferensiallanandır və $F(a) = F(b) = 0$. Ona görə də a və b arasında elə bir $x = c$ nöqtəsi var ki, $F'(c) = 0$ ($a < c < b$). Digər tərəfdən

$$F'(x) = f'(x) - \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} g'(x). \text{ Deməli, } F'(c) = f'(c) - \frac{f(b) - f(a)}{g(b) - g(a)} g'(c) = 0.$$

$g'(c) \neq 0$ olduğunu nəzərə alaraq hər tərəfi $g'(c)$ -yə bölsək (4) düsturunu alırıq.

Qeyd edək ki, istər **Lagranj**, istərsə də **Koşi teoremlərinin** isbatında sintez üsulundan istifadə edilmişdir. Bu üsulun əsas xüsusiyyəti ondan ibarətdir ki, burada teoremin sonu ilə bağlı olan hökm müəyyən mənada əvvəlcədən götürülür.

ƏDƏBİYYAT

1. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика, Учеб. пособие для ст. пед. ин-тов. Составители: Р.С.Черкасов, А.А.Столяр.–М.; Просвещение, 1985. 336 с.
2. Quliyev Ə. A. Riyaziyyatın tədrisində ümumiləşdirmə, Bakı, 2009, Azərbaycan Milli Kitabxanası. www.anl.az/el/q/qe_rtu.pdf.
3. Tahirov B.Ö., Namazov F.M., Əfəndi S.N., Qasimov E.A., Abdullayeva Q.Z. Riyaziyyatın tədrisi üsulları. Bakı. 2007. Mechmath. Bsu. Edu. Az/.../riyaziyyat və onun tədrisi metodikası kafedrası
4. M.Ş.Наси́ев. Riyaziyyatın tədrisi metodikası (ümumi metodika, bakalavr pilləsi-riyaziyyat və riyaziyyat-nformatika ixtisasları üçün), Dərs vəsaiti, Naxçıvan, 2017, 178 s.
5. Методика преподавания математики в средней школе. Общая методика. Составители: Р.С.Черкасов, А.А.Столяр. – М., «Просвещение», 1985.
6. Əzizov O. Q. Ali riyaziyyatdan mühazirələr, Metodiki vəsait, Bakı, 2007. 245 s.

ABSTRACT

M. Hacıyev

APPLICATIONS OF THE "ANALYSIS AND SYNTHESIS" METHODS FOR TRAINING

Here are the endless iminution, (lessening; reduction) infinitely small and infinitely large quantities, Comparison iminutions endless, endless iminutions issues related to the application of methodical investigations, as well as consistency, series types, collected and destroyed ardıcılıqlqr their learning characteristics, consistency and methodological point of view, fundamentally different approaches to the limit and kimitlə investigated were for the whole factory. Also in relation to the limit point to give special praise form the description given methodical. The explanations given in the form of custom illustrations.

РЕЗЮМЕ

М. Гаджиев

ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ «АНАЛИЗА И СИНТЕЗА» ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ

В современном математической подготовки, научные знания и умения формируется таким образом, чтобы она достигла уровня развития учеников, а также студентов. На основе теоретические знания проходимых уроках, уроки и учебные материалы не будет очень эффективной, не может считаться приемлемым.

Таким образом, их внимательность, независимость и личные качества считается основой изучение и необходимым для усвоении. Таким образом, с точки зрения методов обучения в учебном процессе формирования этих качеств, отражающих незаменимую особенность этого вопроса.

В работе дана краткая информация современными методами обучения, которые и методы анализа и синтеза и составляет составной частей.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

SAHİB ƏLİYEV*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

sahibali60@yahoo.com

ELŞAD AĞAYEV*Naxçıvan Dövlət Universiteti*

agayev.elshad@gmail.com

SƏFA ƏLİYEV*Naxçıvan Universiteti***NUBAR QOCAYEVA***Naxçıvan Dövlət Universiteti***UOT: 517****NÖVBƏLƏŞƏN DÜZ VƏ EYNİFAZALI DÖVRÜ ƏYRİ LAYLARIN KOMPOZİT
MATERİALLARDA GƏRGİNLİK VƏZİYYƏTİNİN TƏDQIQI**

Açar sözlər: *kompozit material, tarazlıq, tənlik, normal və toxunan qüvvə, bircins muhit, Teylor sırası*

Key words: *composite materiale, balans, equation, normal and touching force, ordinary environment, Teylor series*

Ключевые слова: *композитные материалы, баланс, уравнение, нормальное и прикасаю, однородное среда, ряды Тейлора*

Laylı kompozit materiallarda gərginlik – deformasiya vəziyyətinin tədiqi bir çox müəlliflərin, o cümlədən əsasən [1] və [2] işlərində daha çox rast gəlinir. Ümumiyyətlə məsələnin ümumi qoyuluşu [3]-də var. İşdə bu tip kompozit materiallarda gərginlik-deformasiya vəziyyəti tədqiq olunur. Burada istifadə etmək üçün aşağıdakı kimi xüsusi məsələyə baxaq.

Sonsuz sayda növbələşən düz və eynifazalı periodik əyri laylardan ibarət kompozit materiala baxaq. Yanlardan OX_1 oxu istiqamətində müntəzəm yayılmış $\prec p \succ$ intensivli normal qüvvələr təsir etsin. Fərz edək ki, baxılan layın əyilməsi X_3 -dən asılı deyil.

OX_2 oxu istiqamətində $[4(H^{(2)}+H^{(2)})]$ dövrülüyü nəzərə alaraq baxılan kompozitdən 4 lay ayıraq və bütün həll prosesini bu laylara tətbiq edək. Periodik əyri laya baxaq. Aparıcı əyri layın orta səthinin tənliyini

$x_{22}^{(2)} = L \sin(2\pi x_{12}^{(2)} / l)$ şəklində götürək. L -əyilmənin qalxma hündürlüyü, l -əyilmə formasının dalğa dövrüdür. $L \prec l$ olsun. $\varepsilon = \frac{L}{l}$ götürək.

Yuxarıda qeyd etdiyimiz [3] və [8]-dən istifadə etməklə baxılan cisimdə gərginlik vəziyyətini tədqiq edək.

Əvvəlcə 0-cı yaxınlaşmanı müəyyənləşdirək. Əyilmədən asılı deyil.

$\varepsilon_{33} = 0$ $\sigma_{33} = \gamma(\sigma_{11} + \sigma_{22})$ ona görə də $\prec p \succ$ intensivli qüvvələr Ox_1 oxu istiqamətində təsir etdiyindən

$$\sigma_{22} = 0 \quad \sigma_{33} = \gamma\sigma_{11} \quad \text{Huk qanununa görə}$$

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{E}[\sigma_{11} - \nu(\sigma_{22} + \sigma_{33})] = \frac{1}{E}[\sigma_{11} - \nu\sigma_{33}] = \frac{1}{E}(\sigma_{11} - \nu^2\sigma_{11}) = \frac{1-\nu^2}{E}\sigma_{11}$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{E} [\sigma_{22} - \nu(\sigma_{11} + \sigma_{33})] = \frac{1}{E} (-\nu\sigma_{11} - \nu^2\sigma_{11}) = -\frac{\nu(1+\nu)}{E} \sigma_{11} \quad 0\text{-cı yaxınlaşma üçün,}$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11}^{(1)0} &= \frac{1 - (\nu^{(1)})^2}{E^{(1)}} \sigma_{11}^{(1)0}; & \varepsilon_{22}^{(1)0} &= -\frac{\nu^{(1)}(1 + \nu^{(1)})}{E^{(1)}} \sigma_{11}^{(1)0} \\ \varepsilon_{11}^{(2)0} &= \frac{1 - (\nu^{(2)})^2}{E^{(2)}} \sigma_{11}^{(2)0}; & \varepsilon_{22}^{(2)0} &= -\frac{\nu^{(2)}(1 + \nu^{(2)})}{E^{(2)}} \sigma_{11}^{(2)0} \end{aligned}$$

Kontaktlıq şərtini nəzərə alsaq,

$$\begin{aligned} \sigma_{22}^{(1)0} &= \sigma_{22}^{(2)0}; & u_1^{(1)0} &= u_1^{(2)0} \\ \sigma_{12}^{(1)0} &= \sigma_{12}^{(2)0}; & u_2^{(1)0} &= u_2^{(2)0} \\ \varepsilon_{11}^{(1)0} = \varepsilon_{11}^{(2)0} &\Rightarrow \frac{1 - (\nu^{(1)})^2}{E^{(1)}} \sigma_{11}^{(1)0} = \frac{1 - (\nu^{(2)})^2}{E^{(2)}} \sigma_{11}^{(2)0} \\ \sigma_{11}^{(2)0} &= \frac{E^{(2)}}{E^{(1)}} \frac{1 - (\nu^{(1)})^2}{1 - (\nu^{(2)})^2} \sigma_{11}^{(1)0} \end{aligned}$$

Məlumdur ki,

$$\begin{aligned} H^{(1)} \sigma_{11}^{(1)0} + H^{(2)} \sigma_{11}^{(2)0} &= (H^{(1)} + H^{(2)}) < p > \\ \frac{H^{(1)}}{H^{(1)} + H^{(2)}} \sigma_{11}^{(1)0} + \frac{H^{(2)}}{H^{(1)} + H^{(2)}} \sigma_{11}^{(2)0} &= < p > \\ \eta_1 \sigma_{11}^{(1)0} + \eta_2 \sigma_{11}^{(2)0} &= < p > \\ \eta_2 &= \frac{H^{(1)}}{H^{(1)} + H^{(2)}}; & \eta_2 &= \frac{H^{(2)}}{H^{(1)} + H^{(2)}} \\ \sigma_{11}^{(2)0} &\text{-- nəzərə alsaq,} \\ \eta_1 \sigma_{11}^{(1)0} + \eta_2 \frac{E^{(2)}}{E^{(1)}} \cdot \frac{1 - (\nu^{(1)})^2}{1 - (\nu^{(2)})^2} \sigma_{11}^{(1)0} &= < p > \\ \sigma_{11}^{(1)0} < p > &= \eta_1 + \eta_2 \frac{E^{(2)}}{E^{(1)}} \cdot \frac{1 - (\nu^{(1)})^2}{1 - (\nu^{(2)})^2})^{-1} \\ \frac{\delta u_1^{(1)0}}{\delta x_1^{(1)}} &= \varepsilon_{11}^{(1)0} = \frac{1 - (\nu^{(1)})^2}{E^{(1)}} \sigma_{11}^{(1)0} \\ u_1^{(k)0} &= \frac{1 - (\nu^{(k)})^2}{E^{(1)}} \sigma_{11}^{(k)0} x_1^{(k)} + C_k \quad k = 1, 2 \end{aligned}$$

Anoloji qaydada,

$$u_2^{(k)0} = \frac{\nu^{(k)}(1 + \nu^{(k)})}{E^{(2)}} \sigma_{11}^{(k)0} x_2^{(k)} + C_k$$

Nəticədə 0-cı yaxınlaşma üçün gərginlik və yerdəyişmə komponentlərini almış olarıq.

$$\sigma_{11}^{(1)0} = \langle P \rangle \cdot (\eta^{(1)} + \eta^{(2)} \frac{E^{(2)}}{E^{(1)}} \cdot \frac{1 - (\nu^{(1)})^2}{1 - (\nu^{(2)})^2})^{-1}$$

$$\sigma_{11}^{(1)0} = \frac{\langle p \rangle}{\left(\eta^{(1)} + \eta^{(2)} \frac{E^{(2)}}{E^{(1)}} \cdot \frac{1 - (\nu^{(1)})^2}{1 - (\nu^{(2)})^2} \right)}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{11}^{(2)0} &= \frac{E_2}{E_1} \cdot \frac{(1 - \nu^{(2)})^2}{E^{(2)}} \cdot \frac{\langle p \rangle}{\left(\eta^{(1)} + \eta^{(2)} \frac{E^{(2)}}{E^{(1)}} \cdot \frac{1 - (\nu^{(1)})^2}{1 - (\nu^{(2)})^2} \right)} = \frac{1 - (\eta^{(1)})^2}{1 - (\nu^{(2)})^2} \cdot \frac{\langle p \rangle E^{(1)} [1 - (\nu^{(2)})^2]}{\eta^{(1)} E^{(1)} [1 - (\nu^{(2)})^2] + \eta^2 E^{(1)} [1 - (\nu^{(1)})^2]} = \\ &= \langle p \rangle \frac{E^{(2)} [1 - (\nu^{(1)})^2]}{\eta^{(1)} E^{(1)} [1 - (\nu^{(2)})^2] + \eta^{(2)} E^{(2)} [1 - (\nu^{(1)})^2]} \end{aligned}$$

$$\sigma_{12}^{(k),m,0} = \sigma_{22}^{(k),m,0}, \quad U_1^{(k),m,0} = \frac{1 - (\nu^{(k)})^2}{E^{(k)}} \sigma_{11}^{(k),m,0} x_{1m}^{(k)}$$

$$U_2^{(1)m,0} = -\frac{\nu^{(1)}(1 + \nu^{(1)})}{E^{(1)}} \sigma_{11}^{(1)m,0} x_{2m}^{(k)} + C_1$$

$$U_2^{(2),m,0} = -\frac{\nu^{(2)}(1 + \nu^{(2)})}{E^{(2)}} \sigma_{11}^{(2),m,0} + x_{2m}^{(2)} + C_2$$

$$\eta_1 = \frac{H^{(1)}}{H^{(1)} + H^{(2)}}; \quad \eta_2 = \frac{H^{(2)}}{H^{(1)} + H^{(2)}}$$

Aşağıdakı işarələmələri qəbul edirik.

$$\sigma_{11}^{(1),0} = \sigma_{11}^{(1),1,0} = \sigma_{11}^{(1),2,0}; \quad \sigma_{11}^{(2),0} = \sigma_{11}^{(2),1,0} = \sigma_{11}^{(2),2,0} \quad x_{1m}^{(1)} = x_{1m}^{(2)} \quad \alpha = \frac{2\pi}{l}$$

Parkoviç – Neyberin təklif etdiyi metoddan istifadə etməklə birinci yaxınlaşmanı təyin etmək olar.

$$2GU_1 = -\frac{\partial \phi_0}{\partial x_1} - x_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial x_2}$$

$$GU_2 = \frac{1}{2} \cdot \left[(3 - 4\nu) \phi_2 - \frac{\partial \phi_0}{\partial x_1} - x_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial x_2} \right]$$

Burada $\phi_0(x_1, x_2)$, $\phi_2(x_1, x_2)$ harmonik funksiyalardır. Ümumi formalardan istifadə etməklə birinci yaxınlaşma üçün kontaktlıq şərtlərini yazmaq olar.

$$\begin{aligned} \sigma_{i2}^{(2)1,1}(t_1 - H^2) &= \sigma_{i2}^{(1)1,1}(t_1, H^{(1)}) \\ u_i^{(2),1,1}(t_1 - H^2) &= u_i^{(1)1,1}(t_1, H^{(1)}) \\ \sigma_{i2}^{(2)1,1}(t_1, H^2) &= \sigma_{i2}^{(1)1,1}(t_1 - H^{(1)}) + 2\pi \cos \alpha_1 (\sigma_{11}^{(2),0} - \sigma_{11}^{(1),0}) \delta_{i1} \\ u_i^{(2),2,1}(t_1, H^2) &= u_i^{(1)1,1}(t_1 - H^{(1)}) + 2\pi H^2 \cos \alpha_1 \left(\frac{1 - \nu^{(2)}}{E^{(2)}} \right) \sigma_{11}^{(2),0} - \frac{1 - \nu^{(1)}}{E^{(1)}} \sigma_{11}^{(1),0} \delta_{i1} + \\ &+ \ell \sin \alpha_1 \left(\frac{\nu^{(2)}(1 + \nu^{(2)})}{E^{(2)}} \sigma_{11}^{(2),0} - \frac{\nu^{(1)}(1 + \nu^{(1)})}{E^{(1)}} \sigma_{11}^{(1),0} \right) \delta_{i2} \end{aligned}$$

Anoloji qaydada digər kontaktlıq şərtlərində almaq olar. Bu kontaktlıq şərtlərindən görünür ki, $\phi_0(x_1, x_2)$, $\phi_2(x_1, x_2)$ - aşağıdakı kimi seçmək olar.

$$\phi_0(x_1, x_2) = (C_{01} \operatorname{ch} \alpha x_2 + C_{02} \operatorname{sh} \alpha x_2) \sin \alpha x_1$$

$$\phi_2(x_1, x_2) = (C_{21} \operatorname{ch} x_2 + C_{22} \operatorname{sh} \alpha x_2) \sin \alpha x_1$$

Yuxarıdakı münasibətlərdən istifadə etməklə $C_{01}, C_{02}, C_{21}, C_{22}$ üçün qeyri biricins xətti tənliklər sistemini almış olarıq. Bu sabitlərin təyini birinci yaxınlaşmanı tam təyin edir.

Anoloji qaydada digər yaxınlaşmalarında təyin etmək olar

ƏDƏBİYYAT

1. Акбаров С.Д., Алиев С.А. О распределении самоуравновешенных напряжений в слоистом композитном материале с частичными искривлениями в структуре // Тр. XI науч.конф. молодых ученых Ин –та механики АН УССР . Киев, 1986.С. 428–433. –Деп. в ВИНТИ 30.05.86, № 5507– В 86 Деп.
2. Акбаров С.Д., Гузь А.Н. К механике композитных материалов с искривлениями структурами.-Прикл. Механика, 1984, 20, № 4, с.3-9
3. Алиев С.А. Влияние реологических параметров материала матрицы на распределение самоуравновешенных напряжений в композитном материале с частичными искривлениями в структуре // Изв. АН Аз. ССР. Сер. Физ. –техн. и матем. наук. – 1991, № 1.

ABSTRACT

**Sahib Aliyev, Elşad Ağayev,
Safa Aliyev, Nubar Kochaeva**

STRESS CONDITION IN LAYERED COMPOSITE MATERIALS WITH PARTIAL DEFORMATIONS IN STRUCTURE

On the basis of the model of piecewise homogeneous body in limits of the linear theory of elasticity it is investigated a stress condition in layered composite material with partial deformations in the structure under the loading “in infinity” uniformly distributed by normal efforts in the direction of lamination. The investigation is conducted for layered composite materials with alternating through a one uncurved layers. It is assumed that the materials of layers of a matrix and a filler are homogeneous and isotropic.

РЕЗЮМЕ

**Сахиб Алиев, Эльшад Агаев,
Сафа Алиев, Нубар Кочаева**

СОСТОЯНИЕ СТРЕССА В СЛОИСТЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛАХ ЧАСТИЧНЫЕ ДЕФОРМАЦИИ В СТРУКТУРЕ

Напряженное состояние в слоистом композитном материале с чередующимися через один неискривленными и однофазно-периодически искривленными слоями.

На основе модели кусочно-однородного тела в рамках линейной теории упругости исследуется напряженное состояние в слоистом композитном материале с частичными с искривлениями в структуре при нагружении «в бесконечности» равномерно распределенными нормальными усилиями в направлении слоистости.

Исследование проводится для слоистых композитных материалов с чередующимися через один не искривленными однофазно-периодически искривленными слоями и для слоистых композитных материалов с чередующимися через один неискривленными слоями. Предполагается, что материалы слоев матрицы и наполнителя являются однородными и изотропными.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

ƏBÜLFƏZ MƏMMƏDOV
Naxçıvan Dövlət Universiteti

UOT 517.957

**BEŞ TƏRTİBLİ KƏSİLƏN ƏMSALLI OPERATOR DİFERENSİAL
TƏNLİK ÜÇÜN QOYULMUŞ BİR SƏRHƏD
MƏSƏLƏSİNİN HƏLL OLUNMASI**

Açar sözlər: *normal operator, hilbert fəzası, operator-diferensial tənlik, requlyar həll, requlyar həll olunanlıq, sərhəd məsələsi*

Key words: *normal operator, hilbert space, operator-differential equation, regular solution, regular solvability, boundary problem*

Ключевые слова: *нормальный оператор, гильбертово пространство, операторно-дифференциальное уравнение, регулярное решение, регулярная разрешимость, граничная задача*

Separabel H hilbert fəzasında

$$\frac{d^5 u(t)}{dt^5} + \rho(t) A^5 u(t) = f(t), \quad t \in R_+ = (0, +\infty) \quad (1)$$

operator – diferensial tənliyinin

$$u(0) = u'(0) = u''(0) = 0 \quad (2)$$

sərhəd şərtini ödəyən həllinin tapılması məsələsinə baxaq, burada $f(t)$, $u(t)$ R_+ -da sanki hər yerdə təyin olunmuş, qiymətləri isə H fəzasından olan vektor – funksiyalardır, törəmələr ümumiləşmiş funksiyalar mənada başa düşülür [1] və A operatoru ilə $\rho(t)$ əmsalı aşağıdakı kimi təyin olunur:

1) A tamamilə kəsilməz A^{-1} tərsinə malik və spektri $S_\varepsilon = \left\{ \lambda : |\arg \lambda| \leq \varepsilon; \quad 0 \leq \varepsilon < \frac{\pi}{10} \right\}$ bucaq

sektorunda yerləşən normal operatorudur ;

2) $\rho(t) = \begin{cases} \alpha^5, & t \in (0, 1) \\ \beta^5, & t \in [1, \infty) \end{cases}$, burada $\alpha > 0$, $\beta > 0$ və $\alpha \neq \beta$.

Hilbert fəzasında normal operatorların spektral nəzəriyyəsiindən məlumdur ki, 1) şərtini ödəyən A operatorunu $A = UC$ şəklində göstərmək olar, burada ki, U unitar, C isə müsbət müəyyən və özü – özünə qoşma operatorudur.

$\gamma \geq 0$ olmaqla H_γ ilə A operatorunun doğurduğu hilbert fəzalarının şkalasını işarə edək, yəni $H_\gamma = D(A^\gamma)$ və H_γ -da skalyar hasil $(x, y)_\gamma = (A^\gamma x, A^\gamma y)$ kimi təyin olunub. Hesab edəcəyik ki, $H_0 = H$ və $(x, y)_0 = (x, y)_H$.

Aşağıdakı kimi təyin olunan və $L_2(R_+; H)$, $W_2^5(R_+; H)$, $W_2^5(R_+; H; 0; 1; 2)$ ilə işarə olunan hilbert fəzalarına baxaq [1]:

$$L_2(R_+; H) = \left\{ f : \|f\|_{L_2(R_+; H)} = \left(\int_0^\infty \|f(t)\|_H^2 dt \right)^{1/2} < +\infty \right\};$$

$$W_2^5(R_+; H) = \left\{ u : \frac{d^5 u}{dt^5}, A^5 u \in L_2(R_+; H), \|u\|_{W_2^5(R_+; H)}^2 = \left\| \frac{d^5 u}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+; H)}^2 + \|A^5 u\|_{L_2(R_+; H)}^2 \right\};$$

$$W_2^5(R_+; H; 0; 1) = \{ u : u \in W_2^5(R_+; H), u(0) = u'(0) = u''(0) = 0 \}$$

Məlumdur [1] ki, $W_2^5(R_+; H; 0; 1; 2)$ hilbert fəzası $W_2^5(R_+; H)$ fəzasının tam alt fəzasıdır.

Tərif 1. Əgər $u \in W_2^5(R_+; H)$ vektor – funksiyası (1) tənliyini R_+ - da sanki hər yerdə və (2) şərhəd şərtlərini isə

$$\lim_{t \rightarrow +0} \|u(t)\|_{9/2} = \lim_{t \rightarrow +0} \|u(t)\|_{7/2} = \lim_{t \rightarrow 0} \|u(t)\|_{5/2} = 0$$

mənada ödəyirsə, onda ona (1) – (2) şərhəd məsələsinin requlyar həlli deyilir.

Tərif 2. Əgər istənilən $f \in L_2(R_+; H)$ üçün (1) – (2) şərhəd məsələsinin

$$\|u\|_{W_2^5(R_+; H)} \leq \text{const} \|f\|_{L_2(R_+; H)}$$

bərabərsizliyini ödəyən requlyar həlli varsa, onda ona requlyar həll olunan şərhəd məsələsi deyilir.

Teorem : Əgər A operatoru 1) şərtini və $\rho(t)$ ədədi funksiyası isə 2) şərtini ödəyirsə, onda (1) – (2) şərhəd məsələsi requlyar həll olunandır.

İsbatı : Funksiyanın Furiye çevirməsini tətbiq etsək alarıq ki, istənilən $f \in L_2(R_+; H)$ üçün

$$u_1(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (i\xi^5 E + \alpha^5 A^5)^{-1} \left(\int_0^\infty f(s) e^{i(t-s)\xi} ds \right) d\xi,$$

və

$$u_2(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} (i\xi^5 E + \beta^5 A^5)^{-1} \left(\int_0^\infty f(s) e^{i(t-s)\xi} ds \right) d\xi$$

funksiyaları R_+ - da sanki hər yerdə uyğun olaraq

$$\frac{d^5 u}{dt^5} + \alpha^5 A^5 u = f(t)$$

və

$$\frac{d^5 u}{dt^5} + \beta^5 A^5 u = f(t)$$

operator-diferensial tənliklərini ödəyirlər. Göstərək ki, $u_1(t), u_2(t) \in W_2^5(R_+; H)$.

Aşkardır ki, $u_1(t), u_2(t)$ vektor – funksiyalarının Furiye çevirmələri uyğun olaraq

$$u_1^\wedge(\xi) = (i\xi^5 E + \alpha^5 A^5)^{-1} f^\wedge(\xi)$$

və

$$u_2^\wedge(\xi) = (i\xi^5 E + \beta^5 A^5)^{-1} f^\wedge(\xi)$$

şəklindədir, harada ki, $f^\wedge(\xi)$ $f(t)$ vektor – funksiyasının Furiye çevirməsidir.

Plənşerel teoreminə görə alarıq ki,

$$\|u_1\|_{w_2^5(R_+;H)}^2 = \left\| \frac{d^5 u_1}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 + \|A^5 u_1\|_{L_2(R_+;H)}^2 = \|\xi^5 u_1^\wedge(\xi)\|_{L_2(R_+;H)}^2 + \|A^5 u_1^\wedge(\xi)\|_{L_2(R_+;H)}^2.$$

$\lambda = |\lambda|e^{i\varphi}$ üstlü yazılışını nəzərə alsaq, A operatorunun spektral ayrılışından alınır ki, istənilən $\xi \in R_+$ üçün

$$\begin{aligned} \|A^5(i\xi^5 E + \alpha^5 A^5)^{-1}\| &= \sup_{\lambda \in \sigma(A)} \left| \lambda^5 (i\xi^5 + \alpha^5 \lambda^5)^{-1} \right| \leq \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \left| \mu^5 (i\xi^5 + \alpha^5 \mu^5 e^{5i\varphi})^{-1} \right| = \\ &= \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \left| \mu^5 (i\xi^5 + \alpha^5 \mu^5 (\cos 5\varphi + i \sin 5\varphi))^{-1} \right| = \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \left| i(\xi^5 + \alpha^5 \mu^5 \sin 5\varphi) + \alpha^5 \mu^5 \cos 5\varphi \right|^{-1} = \\ &= \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \mu^5 \left[\alpha^{10} \mu^{10} \cos^2 5\varphi + (\xi^5 + \alpha^5 \mu^5 \sin 5\varphi)^2 \right]^{-1/2} \leq \\ &\leq \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \mu^5 \left(\xi^{10} - 2\xi^5 \alpha^5 \mu^5 \sin 5\varphi + \alpha^{10} \mu^{10} \sin^2 5\varphi + \alpha^{10} \mu^{10} \cos^2 5\varphi \right)^{-1/2} \leq \\ &\leq \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \mu^5 \left(\xi^{10} - \xi^{10} - \alpha^{10} \mu^{10} \sin^2 5\varphi + \alpha^{10} \mu^{10} \right)^{-1/2} = \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \mu^5 \left(\alpha^{10} \mu^{10} - \alpha^{10} \mu^{10} \sin^2 5\varphi \right)^{-1/2} \leq \frac{1}{\alpha^5 \cos 5\varepsilon} \end{aligned}$$

alırıq. Bu sonuncu bərabərsizliyi nəzərə alsaq

$$\begin{aligned} \|A^5 u_1^\wedge(\xi)\|_{L_2(R_+;H)} &= \|A^5 (i\xi^5 E + \alpha^5 A^5)^{-1} f^\wedge(\xi)\|_{L_2(R_+;H)} \leq \\ &\leq \|A^5 (i\xi^5 E + \alpha^5 A^5)^{-1}\| \cdot \|f^\wedge(\xi)\|_{L_2(R_+;H)} \leq \frac{1}{\alpha^5 \cos 5\varepsilon} \|f(t)\|_{L_2(R_+;H)} \end{aligned}$$

olar ki, bu da $A^5 u_1^\wedge(\xi) \in L_2(R_+;H)$ olduğunu göstərir.

İndi göstərək ki, $\xi^5 u_1^\wedge(\xi) \in L_2(R_+;H)$.

$$\begin{aligned} \|\xi^5 u_1^\wedge(\xi)\|_{L_2(R_+;H)} &= \|\xi^5 (i\xi^5 E + \alpha^5 A^5)^{-1} f^\wedge(\xi)\|_{L_2(R_+;H)} \leq \\ \sup_{\xi} \|\xi^5 (i\xi^5 E + \alpha^5 A^5)^{-1}\| \cdot \|f^\wedge(\xi)\|_{L_2(R_+;H)} &= \sup_{\xi} \|\xi^5 (i\xi^5 E + \alpha^5 A^5)^{-1}\| \cdot \|f(t)\|_{L_2(R_+;H)} \end{aligned} \quad (3)$$

olduğundan $\|\xi^5 (i\xi^5 E + \alpha^5 A^5)^{-1}\|$ normasını qiymətləndirək. A operatorunun spektral ayrılışından istənilən $\xi \in R_+$ üçün alırıq:

$$\begin{aligned}
& \left\| \xi^5 (i \xi^5 E + \alpha^5 A^5)^{-1} \right\| = \sup_{\lambda \in \sigma(A)} \left| \xi^5 (i \xi^5 + \alpha^5 \lambda^5)^{-1} \right| = \sup_{\lambda \in \sigma(A)} \left| \xi^5 (i \xi^5 + \alpha^5 |\lambda|^5 (\cos 5\varphi + i \sin 5\varphi))^{-1} \right| \leq \\
& \leq \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \left| \xi^5 (i \xi^5 + \alpha^5 \mu^5 (\cos 5\varphi + i \sin 5\varphi))^{-1} \right| = \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \xi^5 \left| \alpha^5 \mu^5 \cos 5\varphi + i (\xi^5 + \alpha^5 \mu^5 \sin 5\varphi) \right|^{-1} \leq \\
& \leq \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \xi^5 \left(\alpha^{10} \mu^{10} \cos^2 5\varphi + \xi^{10} - 2 \xi^5 \alpha^5 \mu^5 \sin 5\varphi + \alpha^{10} \mu^{10} \sin^2 5\varphi \right)^{-1/2} = \\
& = \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \xi^5 \left(\xi^{10} + \alpha^{10} \mu^{10} - 2 \xi^5 \alpha^5 \mu^5 \sin 5\varphi \right)^{-1/2} \leq \sup_{\substack{\mu > 0 \\ |\varphi| \leq \varepsilon}} \xi^5 \left(\xi^{10} + \alpha^{10} \mu^{10} \right)^{-1/2} (1 - \sin 5\varphi)^{-1/2} \leq (1 - \sin 5\varepsilon)^{-1/2}.
\end{aligned}$$

Bu sonuncunu (3)-də nəzərə alsaq

$$\left\| \xi^5 u_1^{\wedge}(\xi) \right\|_{L_2(R_+; H)} \leq \frac{1}{(1 - \sin 5\varepsilon)^{1/2}} \cdot \|f(t)\|_{L_2(R_+; H)}$$

olar ki, bu da $\xi^5 u_1^{\wedge}(\xi) \in L_2(R_+; H)$ olduğunu göstərir.

Bütün bunları nəzərə aldıqda $u_1(t) \in W_2^5(R_+; H)$ alırıq.

Anoloji qayda ilə isbat olunur ki, $u_2(t) \in W_2^5(R_+; H)$.

$u_1(t)$ vektor – funksiyasının $(0,1]$ yarımintervalına sıxılmasını $\psi_1(t)$ ilə, $u_2(t)$ vektor – funksiyasının isə $[1, \infty)$ yarımintervalına sıxılmasını $\psi_2(t)$ ilə işarə etsək, aşkardır ki, $\psi_1(t) \in W_2^5((0,1]; H)$, $\psi_2(t) \in W_2^5([1, \infty); H)$ olar. İzlər haqda teoremə görə [1] $\psi_1^{(i)}(0) \in H_{5-i-\frac{1}{2}} = H_{9/2-i}$, $\psi_i^{(j)}(1) \in H_{5-j-\frac{1}{2}}$, $i = 1, 2$; $j = \overline{0, 4}$.

$$U(t) = \begin{cases} \theta_1(t) = \psi_1(t) + e^{\alpha \lambda_1 (t-1)A} \varphi_1 + e^{\alpha \lambda_2 tA} \varphi_2 + e^{\alpha \lambda_3 tA} \varphi_3 + e^{\alpha \lambda_4 tA} \varphi_4 + e^{\alpha \lambda_5 (t-1)A} \varphi_5, & t \in (0,1) \\ \theta_2(t) = \psi_2(t) + e^{\beta \lambda_1 (1-t)A} \varphi_6 + e^{\beta \lambda_3 (t-1)A} \varphi_7 + e^{\beta \lambda_5 (1-t)A} \varphi_8, & t \in [1, \infty) \end{cases}$$

vektor – funksiyasını quraq, burada

$\lambda_k = \cos \frac{2(k+1)\pi}{5} + i \sin \frac{2(k+1)\pi}{5}$, $k = \overline{1, 5}$, ədədləri $\lambda^5 = -1$ tənliyinin kökləridir, φ_k - lar isə $(k = \overline{1, 8})$ $H_{9/2}$ hilbert fəzasından olan və hələlik məlum olmayan vektorlardır ki, onları $u(t) \in W_2^5(R_+; H; 0; 1; 2)$ şərtindən təyin edəcəyik. Bunun üçün $\theta_1^{(i)}(0) = 0 (i = 0, 1, 2)$ və $\theta_1^{(j)}(1) = \theta_2^{(j)}(1)$ ($j = \overline{0, 4}$) şərtlərindən istifadə edəcəyik. Bu şərtlərdən $\varphi_k (k = \overline{1, 8})$ vektorlarına nəzərən aşağıdakı tənliklər sistemini almış olarıq:

$$\left\{ \begin{aligned} e^{-\alpha\lambda_4 A} \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 + e^{-\alpha\lambda_5 A} \varphi_5 &= -\psi_1(0) \\ \alpha\lambda_1 e^{-\alpha\lambda_4 A} \varphi_1 + \alpha\lambda_2 \varphi_2 + \alpha\lambda_3 \varphi_3 + \alpha\lambda_4 \varphi_4 + \alpha\lambda_5 e^{-\alpha\lambda_5 A} \varphi_5 &= -A^{-1} \psi_1'(0) \\ \alpha^2 \lambda_1^2 e^{-\alpha\lambda_4 A} \varphi_1 + \alpha^2 \lambda_2^2 \varphi_2 + \alpha^2 \lambda_3^2 \varphi_3 + \alpha^2 \lambda_4^2 \varphi_4 + \alpha^2 \lambda_5^2 e^{-\alpha\lambda_5 A} \varphi_5 &= -A^{-2} \psi_1''(0) \\ \varphi_1 + e^{\alpha\lambda_2 A} \varphi_2 + e^{\alpha\lambda_3 A} \varphi_3 + e^{\alpha\lambda_4 A} \varphi_4 + \varphi_5 - \varphi_6 - \varphi_7 - \varphi_8 &= \psi_2(1) - \psi_1(1) \\ \alpha\lambda_1 \varphi_1 + \alpha\lambda_2 e^{\alpha\lambda_2 A} \varphi_2 + \alpha\lambda_3 e^{\alpha\lambda_3 A} \varphi_3 + \alpha\lambda_4 e^{\alpha\lambda_4 A} \varphi_4 + \alpha\lambda_5 \varphi_5 + \beta\lambda_1 \varphi_6 - \beta\lambda_3 \varphi_7 + \beta\lambda_5 \varphi_8 &= \\ = A^{-2} (\psi_2'(1) - \psi_1'(1)) \\ \alpha^2 \lambda_1^2 \varphi_1 + \alpha^2 \lambda_2^2 e^{\alpha\lambda_2 A} \varphi_2 + \alpha^2 \lambda_3^2 e^{\alpha\lambda_3 A} \varphi_3 + \alpha^2 \lambda_4^2 e^{\alpha\lambda_4 A} \varphi_4 + \alpha^2 \lambda_5^2 \varphi_5 - \beta^2 \lambda_1^2 \varphi_6 - \beta^2 \lambda_3^2 \varphi_7 - \beta^2 \lambda_5^2 \varphi_8 &= \\ = A^{-2} (\psi_2''(1) - \psi_1''(1)) \\ \alpha^3 \lambda_1^3 \varphi_1 + \alpha^3 \lambda_2^3 e^{\alpha\lambda_2 A} \varphi_2 + \alpha^3 \lambda_3^3 e^{\alpha\lambda_3 A} \varphi_3 + \alpha^3 \lambda_4^3 e^{\alpha\lambda_4 A} \varphi_4 + \alpha^3 \lambda_5^3 \varphi_5 + \beta^3 \lambda_1^3 \varphi_6 - \beta^3 \lambda_3^3 \varphi_7 + \beta^3 \lambda_5^3 \varphi_8 &= \\ = A^{-3} (\psi_2'''(1) - \psi_1'''(1)) \\ \alpha^4 \lambda_1^4 \varphi_1 + \alpha^4 \lambda_2^4 e^{\alpha\lambda_2 A} \varphi_2 + \alpha^4 \lambda_3^4 e^{\alpha\lambda_3 A} \varphi_3 + \alpha^4 \lambda_4^4 e^{\alpha\lambda_4 A} \varphi_4 + \alpha^4 \lambda_5^4 \varphi_5 - \beta^4 \lambda_1^4 \varphi_6 - \beta^4 \lambda_3^4 \varphi_7 - \beta^4 \lambda_5^4 \varphi_8 &= \\ = A^{-4} (\psi_2^{iv}(1) - \psi_1^{iv}(1)) \end{aligned} \right.$$

Bu tənliklər sistemini A operatorundan asılı

$$\Delta_0(A) \tilde{\varphi} = \tilde{\psi}$$

kimisi matris tənliyi şəklində yazmaq, burada $\tilde{\varphi} = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6, \varphi_7, \varphi_8)$,

$$\tilde{\psi} = (-\psi_1(0), -A^{-1} \psi_1'(0),$$

$$-A^{-2} \psi_1''(0), \psi_2(1) - \psi_1(1), A^{-1} (\psi_2'(1) - \psi_1'(1)), A^{-2} (\psi_2''(1) - \psi_1''(1)), A^{-3} (\psi_2'''(1) - \psi_1'''(1)),$$

$$A^{-4} (\psi_2^{iv}(1) - \psi_1^{iv}(1)))$$

səkkiz ölçülü sütun matrislərdirlər, $\Delta_0(A)$ isə səkkiz ölçülü kvadrat matrisdir və

$$\Delta_0(A) = \begin{bmatrix} e^{-\alpha\lambda_4 A} & E & E & E & e^{-\alpha\lambda_5 A} & 0 & 0 & 0 \\ \alpha\lambda_1 e^{-\alpha\lambda_4 A} & \alpha\lambda_2 E & \alpha\lambda_3 E & \alpha\lambda_4 E & \alpha\lambda_5 e^{-\alpha\lambda_5 A} & 0 & 0 & 0 \\ \alpha^2 \lambda_1^2 e^{-\alpha\lambda_4 A} & \alpha^2 \lambda_2^2 E & \alpha^2 \lambda_3^2 E & \alpha^2 \lambda_4^2 E & \alpha^2 \lambda_5^2 e^{-\alpha\lambda_5 A} & 0 & 0 & 0 \\ E & e^{\alpha\lambda_2 A} & e^{\alpha\lambda_3 A} & e^{\alpha\lambda_4 A} & E & -E & -E & -E \\ \alpha\lambda_1 E & \alpha\lambda_2 e^{\alpha\lambda_2 A} & \alpha\lambda_3 e^{\alpha\lambda_3 A} & \alpha\lambda_4 e^{\alpha\lambda_4 A} & \alpha\lambda_5 E & -\beta\lambda_1 E & -\beta\lambda_3 E & \beta\lambda_5 E \\ \alpha^2 \lambda_1^2 E & \alpha^2 \lambda_2^2 e^{\alpha\lambda_2 A} & \alpha^2 \lambda_3^2 e^{\alpha\lambda_3 A} & \alpha^2 \lambda_4^2 e^{\alpha\lambda_4 A} & \alpha^2 \lambda_5^2 E & -\beta^2 \lambda_1^2 E & -\beta^2 \lambda_3^2 E & -\beta^2 \lambda_5^2 E \\ \alpha^3 \lambda_1^3 E & \alpha^3 \lambda_2^3 e^{\alpha\lambda_2 A} & \alpha^3 \lambda_3^3 e^{\alpha\lambda_3 A} & \alpha^3 \lambda_4^3 e^{\alpha\lambda_4 A} & \alpha^3 \lambda_5^3 E & -\beta^3 \lambda_1^3 E & -\beta^3 \lambda_3^3 E & \beta^3 \lambda_5^3 E \\ \alpha^4 \lambda_1^4 E & \alpha^4 \lambda_2^4 e^{\alpha\lambda_2 A} & \alpha^4 \lambda_3^4 e^{\alpha\lambda_3 A} & \alpha^4 \lambda_4^4 e^{\alpha\lambda_4 A} & \alpha^4 \lambda_5^4 E & -\beta^4 \lambda_1^4 E & -\beta^4 \lambda_3^4 E & -\beta^4 \lambda_5^4 E \end{bmatrix}$$

şəklindədir. Göstərək ki, $\Delta_0(A)$ operator matrisi H^8 -də tərsləşənəndir. Bunun üçün $\Delta_0(A)$ operator matrisində A operatorunun yerinə λ kompleks dəyişənini yazıb $\Delta_0(\lambda)$ -nin istənilən $\lambda \in S_\varepsilon$ üçün tərsləşən olduğunu göstərməliyik. Aşkardır ki, $|\lambda| \rightarrow \infty$ olmaqla $\lambda \in S_\varepsilon$ olsa

$$\det \Delta_0(\lambda) = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha\lambda_2 & \alpha\lambda_3 & \alpha\lambda_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha^2\lambda_2^2 & \alpha^2\lambda_3^2 & \alpha^2\lambda_4^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ \alpha\lambda_1 & 0 & 0 & 0 & \alpha\lambda_5 & \beta\lambda_1 & -\beta\lambda_3 & \beta\lambda_5 \\ \alpha^2\lambda_1^2 & 0 & 0 & 0 & \alpha^2\lambda_5^2 & -\beta^2\lambda_1^2 & -\beta^2\lambda_3^2 & -\beta^2\lambda_5^2 \\ \alpha^3\lambda_1^3 & 0 & 0 & 0 & \alpha^3\lambda_5^3 & \beta^3\lambda_1^3 & -\beta^3\lambda_3^3 & \beta^3\lambda_5^3 \\ \alpha^4\lambda_1^4 & 0 & 0 & 0 & \alpha^4\lambda_5^4 & -\beta^4\lambda_1^4 & -\beta^4\lambda_3^4 & -\beta^4\lambda_5^4 \end{vmatrix} + 0(\lambda)$$

olar, burada $|\lambda| \rightarrow \infty$ olduqda $|0(\lambda)| \rightarrow 0$ olur. Vandermond determinantının hesablanması üsulunu tətbiq etsək alırıq ki, $|\lambda| \rightarrow \infty$ və $\lambda \in S_\varepsilon$ olduqda $\det \Delta_0(\lambda) \neq 0$ olur.

İndi göstərək ki, istənilən $\lambda \in S_\varepsilon$ üçün $\det \Delta_0(\lambda) \neq 0$. Doğrudan da, əgər belə deyilsə, onda elə $\mu \in S_\varepsilon$ ($\operatorname{Re} \mu > 0$) var ki, $\det \Delta_0(\mu) = 0$. Bu isə o deməkdir ki, elə sıfırdan fərqli $\xi = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8) \in C^8$ vektoru var ki, $\Delta_0(\mu)\xi = 0$ olur, burada C kompleks ədədlər meydanıdır. Onda aşkardır ki, həmin $\mu \in S_\varepsilon$ ədədlərinin hər biri üçün

$$\frac{d^5 x(t)}{dt^5} + \rho(t)\mu^5 x(t) = 0 \quad (4)$$

$$x(0) = x'(0) = x''(0) = 0 \quad (5)$$

sərhəd məsələsinin həlli

$$x(t) = \begin{cases} e^{\alpha\lambda_1\mu(t-1)}x_1 + e^{\alpha\lambda_2\mu t}x_2 + e^{\alpha\lambda_3\mu t}x_3 + e^{\alpha\lambda_4\mu t}x_4 + e^{\alpha\lambda_5\mu(t-1)}x_5, & t \in (0,1], \\ e^{\beta\lambda_1\mu(1-t)}x_6 + e^{\beta\lambda_3\mu(t-1)}x_7 + e^{\beta\lambda_5\mu(1-t)}x_8 & t \in [1, \infty) \end{cases}$$

şəklində axtarılmalıdır. Göstərək ki, $x(t) \equiv 0$ olur.

Doğrudanda, (4) – dən

$$0 = \left\| \rho^{-1/2} \frac{d^5 x(t)}{dt^5} + \rho^{1/2} \mu^5 x(t) \right\|_{L_2(R_+)}^2 = \left\| \rho^{-1/2} \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+)}^2 + \left\| \rho^{1/2} \mu^5 x(t) \right\|_{L_2(R_+)}^2 + 2 \operatorname{Re} \bar{\mu}^5 \left(\frac{d^5 x(t)}{dt^5}, x(t) \right)_{L_2(R_+)}$$

(6) alırıq ki, $x(0) = x'(0) = x''(0) = 0$ şərtini nəzərə alıb hissə - hissə inteqrallamadan sonra

$$\left(\frac{d^5 x(t)}{dt^5}, \mu^5 x(t) \right)_{L_2(R_+)} = -\bar{\mu}^5 \left(x(t), \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right)_{L_2(R_+)}$$

olar. Onda

$$\begin{aligned}
2 \operatorname{Re} \bar{\mu}^5 \left(\frac{d^5 x(t)}{dt^5}, x(t) \right)_{L_2(R_+)} &= 2 \operatorname{Re} \int_0^\infty \left(\frac{d^5 x(t)}{dt^5}, \mu^5 x(t) \right) dt = \bar{\mu}^5 \int_0^\infty \left(\frac{d^5 x(t)}{dt^5}, x(t) \right) dt + \mu^5 \int_0^\infty \left(x(t), \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right) dt = \\
&= \mu^5 \int_0^\infty \left(x(t), \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right) dt - \bar{\mu}^5 \int_0^\infty \left(x(t), \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right) dt = (\mu^5 - \bar{\mu}^5) \int_0^\infty \left(x(t), \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right) dt = \\
&= 2|\mu|^5 i \sin 5\varphi \int_0^\infty \left(\rho^{1/2} x(t), \rho^{-1/2} \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right) dt \geq -2|\mu|^5 \sin 5\varphi \left\| \rho^{1/2} x(t) \right\|_{L_2(R_+)} \left\| \rho^{1/2} \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+)}
\end{aligned}$$

alırıq ki, bunu (6)-da nəzərə alsaq

$$\begin{aligned}
0 &\geq \left\| \rho^{-1/2} \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+)} + |\mu|^{10} \left\| \rho^{1/2} x(t) \right\|_{L_2(R_+)} - \\
&- 2|\mu|^5 \sin 5\varphi \left\| \rho^{1/2} x(t) \right\|_{L_2(R_+)} \left\| \rho^{-1/2} \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+)}^2 \geq \\
&\geq (1 - \sin 5\varepsilon) \left(|\mu|^{10} \left\| \rho^{1/2} x(t) \right\|_{L_2(R_+)}^2 + \left\| \rho^{-1/2} \frac{d^5 x(t)}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+)}^2 \right)
\end{aligned}$$

olar. $0 \leq \varepsilon < \frac{\pi}{10}$ olduğundan, axırıncı bərabərsizlikdən alırıq ki, R_+ - da sanki hər yerdə $x(t) = 0$ olur. Buradan isə $\xi = 0$, yəni $x_1 = x_2 = \dots = x_7 = x_8 = 0$ olduğu alınır.

Beləliklə, biz aldığımız ki, $\Delta_0(\mu)\xi = 0$ matris tənliyi yalnız sıfır həllinə malikdir. Buna görə də $\Delta_0(\mu)$ matrisi $\operatorname{Re} \mu \geq \mu_0 > 0$ olan istənilən $\mu \in S_\varepsilon$ üçün tərsləşənəndir. Onda aşkardır ki, istənilən $\lambda \in S_\varepsilon$ üçün $|\det \Delta_0(\lambda)| \geq \sigma_0 > 0$. $\lambda \in \sigma(A) \subset S_\varepsilon$ olduqda A operatorunun spektral ayrılışından alırıq ki, $\Delta_0(A)$ operator matrisi H^8 fəzasında tərsləşənəndir. Onda biz $H_{9/2}$ hilbert fəzasından olan $\varphi_i (i = \overline{1,8})$ vektorlarını yuxarıda aldığımız tənliklər sisteminin həlli kimi birqiymətli olaraq tapa bilərik. $\varphi_j \in H_{9/2} (i = \overline{1,8})$ olduğundan $u(t) \in W_2^5(R_+; H; 0; 1; 2)$ olar.

$\Delta_0(A)$ operator matrisi tərsləşən olduğundan

$$\begin{cases} \frac{d^5 u}{dt^5} + \rho(t) A^5 u = 0 \\ u(0) = u'(0) = u''(0) = 0 \end{cases}$$

sərhəd məsələsi yalnız sıfır həllinə malikdir. Odur ki, $P_0 \cdot = \frac{d^5 \cdot}{dt^5} + \rho(t) A^5 \cdot$ operatoru $W_2^5(R_+; H; 0; 1; 2)$ hilbert fəzasını $L_2(R_+; H)$ hilbert fəzası üzərinə qarşılıqlı birqiymətli inikas etdirir.

İstənilən $u \in W_2^5(R_+; H)$ üçün

$$\begin{aligned}
\|P_0 u\|_{L_2(R_+;H)}^2 &= \left\| \frac{d^5 u}{dt^5} + \rho(t) A^5 u \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 \leq 2 \left(\left\| \frac{d^5 u}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 + \left\| \rho(t) A^5 u \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 \right) \leq \\
&\leq 2 \left(\left\| \frac{d^5 u}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 + \max \rho^2(t) \|A^5 u\|_{L_2(R_+;H)}^2 \right) \leq 2 \left(\left\| \frac{d^5 u}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 + \max(\alpha^{10}, \beta^{10}) \|A^5 u\|_{L_2(R_+;H)}^2 \right) \leq \\
&\leq \text{const} \left(\left\| \frac{d^5 u}{dt^5} \right\|_{L_2(R_+;H)}^2 + \|A^5 u\|_{L_2(R_+;H)}^2 \right) = \text{const} \|u\|_{W_2^5(R_+;H)}^2
\end{aligned}$$

olduğundan $P_0 : W_2^5(R_+; H; 0; 1; 2) \rightarrow L_2(R_+; H)$ operatoru məhduddur .

Beləliklə alırıq ki, $P_0 \cdot = \frac{d^5}{dt^5} \cdot + \rho(t) A^5 \cdot$ operatoru məhduddur və $W_2^5(R_+; H; 0; 1; 2)$ hilbert fəzasını $L_2(R_+; H)$ hilbert fəzası üzərinə biyektiv inikas etdirir. Onda, tərs operator haqda Banax teoreminə görə

$$P_0^{-1} : L_2(R_+; H) \rightarrow W_2^5(R_+; H; 0; 1; 2)$$

tərs operatoru var və o $L_2(R_+; H)$ üzərində məhduddur, yəni

$$\|u\|_{W_2^5(R_+;H)} = \|P_0^{-1} f\|_{W_2^5(R_+;H)} \leq \text{const} \|f\|_{L_2(R_+;H)}$$

olur. Onda, tərifə görə, (1) – (2) sərhəd məsələsi quyruq həll olunandır. **T.i.o.**

ƏDƏBİYYAT

1. Ж.-Л.Лионс, Э.Мадженес. Неоднородные граничные задачи и их приложения. Изд. «Мир», Москва, 1971, 361 ст.
2. Мирзоев С.С. Об условиях корректной разрешимости краевых задач для операторно – дифференциальных уравнений. ДАН СССР, 1983, т.273, № 2, с.282-295.
3. Алиев А.Р. О разрешимости краевой задачи для операторно-дифференциальных уравнений третьего порядка с разрывным коэффициентом. // Труды ИММ АН Азерб., т.7 (15), 1997, ст. 18- 25.
4. Sabir S. Mirzoev, Abulfaz M.Mamedov. On an initial boundary – value problem for operator – differential equations of third order in Hilbert space. // Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun əsərləri //, XXIX c., Bakı – 2008.
5. Mamedov A.M. On regular solvability of a class of operator- differential equations Of fifth order with a continuous coefficient on the aris. Riyaziyyat və Mexanika İnstitutunun “ƏSƏRLƏRİ”, XXXVIII c., BAKU-2013, “Elm”

ABSTRACT

SOLUTION OF ONE BOUNDARY VALUE PROBLEM GIVEN FOR OPERATOR-DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE FIFTH ORDER WITH A CONTINUOUS COEFFICIENT

In this work the definition of regular solution and regular solvability of boundary problem for one ordinary operator-differential equation of fifth order with a continuous coefficient in $R_+ = (0, \infty)$ has been given and the regular solvability of that problem has been proved.

РЕЗЮМЕ

РЕШЕНИЕ ОДНОЙ ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧИ ПОСТАВЛЕННОГО ДЛЯ ОПЕРАТОРНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЯТОГО ПОРЯДКА С РАЗРЫВНЫМ КОЭФФИЦИЕНТОМ

В работе дано определение регулярного решения и регулярной разрешимости граничной задачи, поставленного для одного простого операторно-дифференциального уравнения пятого порядка с разрывным коэффициентом в полуоси и доказано теорема о регулярной разрешимости той задачи.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

ABDULLA HƏSƏNOV

VƏFA HƏSƏNOVA

Naxçıvan Dövlət Universiteti

hesen.1955@mail.ru

UOT: 517.2; 517.3; 514.02

**CƏBRİ MƏSƏLƏLƏRİN HƏLLİNDƏ
TRİQONOMETRİK ƏVƏZLƏMƏ ÜSULU****Açar söz:** *cəbr, triqonometrik əvəzləmə, qeyri-standart məsələ, dəyişən***Keywords:** *algebra, trigonometric substitutions, non-standard issue, changing***Ключевые слова:** *алгебра, тригонометрическая подстановка, нестандартные задачи, переменные*

Cəbrî məsələlərin həlli şagird yaradıcılıq qabiliyyətlərinin və onların məntiqi təfəkkürünün inkişafının mühüm nailiyyətidir. Belə ki, şagirdlər bu prosesdə riyazi nəzəriyyəni mənimsəyir və təfəkkürünü inkişaf etdirir. Yuxarı sinif şagirdlərinin riyazi yaradıcılıq qabiliyyətlərinin inkişaf etdirilməsi aşağıdakıları nəzərə alaraq daha səmərəli yerinə yetirilir.

1. Verilmiş konkret məsələ müəyyən sinfin məsələsidir.
2. Həllin müxtəlif variantlarının tapılması. Daha rəşional həll üsulunun seçilməsi məqsədi ilə həll üsullarının səmərəli və səmərəsiz tərəflərinin müəyyən edilməsi.
3. Məlum üsulların müstəqil müəyyən edilməsi.
4. Heç olmasa verilmiş məsələ üçün yeni həll metodunun tapılması.

Şagirdlərin yaradıcılıq qabiliyyətlərinin inkişaf etdirilməsi üçün mürəkkəb və qeyri-standart məsələlər mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Riyaziyyat üzrə mürəkkəb məsələlərin həlli təcrübədən, onların həlli üsullarının mənimsənilməsindən və mümkün çevirmələrin yerinə yetirilməsi texnikasından asılıdır. Qeyri-standart məsələlər – bu məsələlərin həlli üçün hazır alqoritm yoxdur və müstəqil axtarış ideyası olmalıdır. Qeyri-standart məsələlərin həlli şagirdlərdə riyazi mədəniyyət, düşünmə, yaradıcı yanaşma formalaşdırır. Qeyri standart məsələlər standart məsələlərə nisbətən şagirdin intellektini daha çox inkişaf etdirir.

Qeyri-standart məsələlərin mənbəyi olimpiada və müsabiqə məsələləridir. Qeyri-standart məsələlər həllə qeyri-standart yanaşma tələb edir. Şagirdlərdə qeyri-standart məsələlərin həlli metodları ehtiyatlarının yaradılması mühümdür. Çünki, şagirdlər həmişə qeyri-standart məsələlərin həllini müstəqil müəyyən edə bilmirlər.

Cəbrî məsələlərin həllinin standart metodlarının nöqtəyi nəzərindən triqonometrik əvəzləmələr qeyri-standart üsuldur. Digər tərəfdən triqonometrik əvəzləmə çoxgedişli mürəkkəb məsələləri həll etməyə imkan verir. Triqonometrik əvəzləmə öz üsulları ilə həll edilə bilməyən və ya həlli çox mürəkkəb olan cəbrî məsələlərin həllində tətbiq edilir.

Riyaziyyatı dərinədən öyrənən siniflər triqonometrik əvəzləmələr üsulu ilə tanış olurlar. Bu siniflərdə belə öyrənmənin zəruriliyi aşağıdakı qaydalarla şərtlənir.

1. Dərinədən öyrənmə kursun tamamlanmasını şagirdlərin yaradıcılıq qabiliyyətlərinin inkişafında köklü rol oynayan müxtəlif, maraqlı və qeyri-standart məsələlərlə tamamlanmasını fərz edir. Məsələlərin həllində triqonometrik əvəzləmələrin tətbiqi qeyri-standart olimpiada məsələlərinin həlli üçün səmərəli üsul verməyə imkan verir [3, 4, 5].

2. Riyaziyyat profilli ali məktəblərə qəbul imtahanlarının müsabiqəsinin ciddi şəraitində riyaziyyatı dərinlən öyrənən siniflərin şagirdləri çətin və çox çətin məsələlərlə rastlaşırlar. Bu zaman belə məsələlərin həllində triqonometrik əvəzləmələr üsulu köməyə gəlir [4, 7, 10].

3. Triqonometrik əvəzləmələrin köməyi həlli təklif edilən məsələlər kifayət qədər yüksək səviyyədə cəbri çevirmələr texnikasına mənimsənildiyi qədər, həm də triqonometrik çevirmələr texnikası da mənimsənilməlidir. Bu, həll üsulunu qiymətləndirməyə və onu ilkin mərhələdə tətbiq etməyə imkan verir.

4. Triqonometrik əvəzləmənin tətbiqi şagirdləri məsələnin həlli üçün əvəzləmənin daxil edilməsi yollarını tamamilə öyrədir.

5. Cəbri məsələlərin həllində triqonometrik əvəzləmələrin tətbiqi riyaziyyatın müxtəlif bölmələri ilə, xüsusilə də cəbr və triqonometriya ilə qarşılıqlı əlaqə yaradır.

Cəbri məsələlərin həllində triqonometriik əvəzləmələrin tətbiqinə həsr edilmiş riyaziyyat üzrə fakültativ məşğələləri daha ağıllı təşkil etmək lazımdır. Bu zaman şagirdlərə həll etmək üçün müxtəlif məsələlər-rasional və irrasional tənliklər, bərabərsizliklər, onların sistemlərini, funksiyanın ən böyük və ən kiçik qiymətinin tapılmasına aid məsələlər təklif edilməsi məqsədəuyğundur.

Məqalədə məqsəd fakültativ məşğələlərdə yuxarı siniflərdə cəbri məsələlərin həllində triqonometrik əvəzləmələrinin tətbiqi metodikasının işlənilib hazırlanmasıdır.

Məsələnin həllində dəyişənin əvəz edilməsi üsulu

Dəyişənin əvəz edilməsi üsulunun təyin edilməsində iki yanaşma mövcuddur. Əgər $p(x) = 0$ tənliyini $p(g(x)) = 0$ şəklinə çevirmək mümkün olarsa, onda $u = g(x)$ yeni dəyişəninə daxil etmək lazımdır, sonra isə

$$\begin{cases} g(x) = u_1, \\ g(x) = u_2, \\ \dots \\ g(x) = u_n. \end{cases}$$

tənliklər toplusuna baxılır. Burada $u_1, u_2, \dots, u_n$ $p(u) = 0$ tənliyinin kökləridir. Əvəzləmə vaxtı köklərin itirilməməsi üçün baxılan oblastda x -in hər bir qiymətinə u -nün $u = g(x)$ bərabərliyini ödəyən heç olmasa bir qiymətinin olduğuna əmin olmaq lazımdır.

Yuxarıda təsvir olunan üsuldən fərqli olaraq eynigüclü əvəzləmə u dəyişəninə qiymətlər çoxluğunun tapılmasını tələb edir. Bu halda baxılan oblastda x -in hər bir qiymətinə u dəyişəninə $u = g(x)$ bərabərliyini ödəyən yalnız bir qiyməti uyğun gəlir. Belə yanaşma ilkin tənliyin saxlanması gətirir.

Belə əvəzləmələr həlli əhəmiyyətli dərəcədə sadələşdirir. Dəyişənlərin əvəz edilməsi və yeni işarələmələrə keçid hesablamaları sadələşdirir və böyük cəbri ifadələri yığcam və gözə görünən edirlər.

Triqonometrik əvəzləmə

Triqonometrik əvəzləmə dəyişənin əvəz edilməsi üsullarından biridir və bu üsul ilkin tənliyin təyin oblastının triqonometrik funksiyanın qiymətlər oblastı ilə üst-üstə düşdükdə və ya onun alt çoxluğu olduğu halda tətbiq edilir. Bu və ya digər triqonometrik funksiyanın seçilməsi həlli və sadələşdirilməsi tələb olunan tənliyin, bərabərsizliyin, onların sisteminin və cəbri ifadənin şəkildən asılıdır.

Əgər məsələnin şərtindən dəyişənin, x -in qiymətlər çoxluğu $|x| \leq 1$ bərabərsizliyi ilə təyin edilərsə, onda $x = \sin \alpha$ və ya $x = \cos \alpha$ əvəzləməsini aparmaq əlverişlidir. Birinci halda yeni α dəyişəninə $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ parçasındakı qiymətlərinə baxmaq kifayətdir. Çünki, $y = \sin \alpha$ funksiyası bu parçada artandır və hər bir qiymətinə yalnız bir nöqtədə alır. İkinci halda isə,

$\alpha \in [0; \pi]$. Çünki, $x = \cos \alpha$ funksiyası bu parçada azalandır və hər bir qiymətini yalnız bir nöqtədə alır. Bu iki əvəzləmədən hansının seçilməsinin müəyyən edilməsi konkret vəziyyətdən asılı olur.

Əgər məsələnin şərtindən dəyişəninin, x -in qiymətlər çoxluğu həqiqi ədədlər çoxluğu olarsa, onda $x = \operatorname{tg} \alpha$, $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ və ya $x = \operatorname{ctg} \alpha$, $\alpha \in (0; \pi)$ əvəzləmələrindən istifadə edilir. Çünki, $y = \operatorname{tg} \alpha$ və $y = \operatorname{ctg} \alpha$ funksiyalarının qiymətlər oblastı uyğun aralıqlarda həqiqi ədədlər çoxluğudur.

Nadir hallarda $x = r \sin \alpha$ və ya $x = r \cos \alpha$ əvəzləmələrindən istifadə edilir, burada $r > 0$, α -nın qiyməti isə yenə də konkret haldan asılıdır.

İfadə iki x və y dəyişənlərindən asılı olarsa, $x = r \cos \alpha$, $y = r \sin \alpha$ əvəzləməsini etmək məqsədəuyğundur. Burada $r > 0$, $\alpha \in [0; 2\pi)$. Çünki, istənilən x və y üçün $x^2 + y^2 = r^2$ bərabərliyini ödəyən $r > 0$ vardır. $r \neq 0$ olduqda

$$\frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2} = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{x}{r}\right)^2 + \left(\frac{y}{r}\right)^2 = 1.$$

Kvadratları cəmi vahidə bərabər olan iki ədədin hər birinin modulu vahiddən böyük deyil və onlara hər hansı bucağın sinusu və kosinusu kimi baxmaq olar. Bunun həndəsi mənası odur ki, hər bir $(x; y)$ nöqtəsi kordinat başlanğıcından r məsafəsini təyin edir və $(x; y)$ vektoru absis oxunun müsbət istiqaməti ilə α bucağını əmələ gətirir.

Qarşıya qoyulan məqsədə çatmaq üçün aşağıdakı işləri həll etmək vacibdir.

1. Triqonometrik əvəzləmənin daxil edilməsinin imkanlarının nəizəri əsaslarını aşkar etmək.
2. Triqonometrik əvəzləmənin köməyi ilə və onsuz məsələlərin həllinin müqayisəli analizini aparmaq.
3. Keçirilmiş müqayisəli analiz əsasında yuxarı siniflərdə riyaziyyat üzrə fakültativ məşğələlərdə cəbri məsələlərin həlli üçün triqonometrik əvəzləmənin tətbiqi metodlarını işləyib hazırlamaq.
4. Hazırlanmış metodikanın səmərəliliyinin təcrübi sınaqlarını keçirmək.

Nümunələr. 1. $\sqrt{\frac{1+2x\sqrt{1-x^2}}{2}} + 2x^2 = 1$ tənliyinin həllində

$$x = \sin \alpha, \quad \alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

əvəzləməsini aparmaq əlverişlidir. Çünki $1 - x^2 \geq 0$, $|x| \leq 1$.

2. $\left|2x - \sqrt{1-4x^2}\right| = \sqrt{2}(8x^2 - 1)$ tənliyinin həllində

$$2x = \cos \alpha, \quad \alpha \in [0; 2\pi] \quad 2x = \cos \alpha, \quad \alpha \in [0; 2\pi]$$

əvəzləməsini aparmaq əlverişlidir. Çünki

$$x \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right] \quad \text{və} \quad 2x \in [-1; 1].$$

3. $16x(2x^2 + 1)\sqrt{x^2 + 1} = 3$ tənliyinin həllində

$$x = \operatorname{tg} \alpha, \quad \alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$$

əvəzləməsini aparmaq əlverişlidir. Çünki $x \in (-\infty, +\infty)$

ƏDƏBİYYAT

1. Həsənov A.İ. Riyaziyyat II hissə, dərs vəsaiti, Naxçıvan 2008, S. 303.
2. Həsənov A.İ. Riyaziyyat III hissə, dərs vəsaiti, Naxçıvan, 2015, s. 269.
3. Алгебра и математический анализ.10 класс: Учебное пособие для школ и классов с углубленным изучением математики / Н. Я. Виленкин, О. С. Ивашев-Мусатов, С. И. Шварцбурд. – М.: Мнемозина, 2001. – С. 335.
4. Вороной А. Н. Пять способов доказательства одного неравенства / А. Н. Вороной // Математика в школе. – №4. – 2000. – С. 12.
5. Вороной А. Н. Циклические системы уравнений / А. Н. Вороной // Математика в школе. – №7. – 2003. – С. 71-77.
6. Морозова Е. А. Международные математические олимпиады. Задачи, итоги, решения. Пособие для учащихся / Е. А. Морозова. – М.: Просвещение, 1976. – С. 288.
7. Московский государственный университет // Математика в школе. – №10. – 2002. – С. 28-43.
8. Потапов М. К. Конкурсные задачи по математике / М. К. Потапов, С. Н. Олехник, Ю. В. Нестеренко. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – С. 400.
9. Лапушкина Л. И. Системы алгебраических уравнений / Л. И. Лапушкина, М. И. Шабунин // Математика в школе. – №6. – 1998. – С. 22-26.
10. Нараленков М. И. Вступительный экзамен по математике. Алгебра: как решать задачи: Учебно-практическое пособие / М. И. Нараленков. – М.: Изд-во Экзамен, 2003. – С. 448.

ABSTRACT

A.İ. Hasanov
V.T.Hasanova

It is necessary to organize more optimally the mathematical faculties focused on the application of triconometriic substitution in the algebraic issues. In order to solve this problem, students will be able to deal with different issues, such as rational and irrational equations, inequalities, their systems, and it is advisable to ask questions about how to find the smallest value.

The aim of the article is to develop the technique of application of trigonometric substitution in the solution of algebraic problems in upper classes in facultative exercises.

РЕЗЮМЕ

А.İ. Гасанов
V.T.Гасанова

Наиболее целесообразно организовать работу по применению тригонометрической подстановки для решения алгебраических задач в выборных классах математики. Целесообразно предложить учащимся для решения разнообразные задачи: рациональные и иррациональные уравнения, неравенства, их системы, задания на отыскание наибольшего и наименьшего значений функции, задачи с параметрами.

Цель статьи - разработать методику применения тригонометрической замены в решении алгебраических задач в высших классах в факультативных упражнениях.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

АСЕФ ИСКЕНДЕРОВ

Национальная Академия Авиации
asaf.iskander@mail.ru

ГАБИЛ ЯГУБ

Кавказский Университет, Турция
gabilya@mail.ru

ВУГАР САЛМАНОВ

Нахчыванский Государственный Университет
vuqars69@mail.ru

UOT: 517

РАЗРЕШИМОСТЬ НАЧАЛЬНО-КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЕДИНГЕРА СО СПЕЦИАЛЬНЫМ ГРАДИЕНТНЫМ СЛАГАЕМОМ И С КОМПЛЕКСНЫМ ПОТЕНЦИАЛОМ

Açar sözlər: *Şredinger tənliyi, xüsusi qradient hədd, kompleks potensial*

Keywords: *Schrödinger equation, special gradient term, complex potential*

Ключевые слова: *уравнение Шредингера, специальное градиентное слагаемое, комплексный потенциал*

Аннотация. В данной работе рассматривается вопрос разрешимости первой начально-краевой задачи для нелинейного трехмерного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым и с комплексным потенциалом. При этом доказывается теорема о существовании и единственности решения первой начально-краевой задачи для нелинейного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым и с комплексным потенциалом с помощью метода Галеркина.

Введение

Известно что начально-краевые задачи для линейного и нелинейного нестационарного уравнения Шредингера часто возникают в квантовой механике, ядерной физике, нелинейной оптике и в других областях современной физики и техники и изучение этих задач носит как теоретический, так и практический интересы [1–3]. Начально-краевые задачи для линейного нестационарного уравнений Шредингера со специальным градиентным слагаемым и с вещественнозначным потенциалом ранее изучены в работах [4,5]. Далее начально-краевые задачи для нелинейного нестационарного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым ранее исследованы в работах [6–12], когда уравнение Шредингера является двумерным уравнением или трехмерным уравнением и потенциал является вещественнозначной измеримой ограниченной функцией или квадратично суммируемой функцией зависящей только от пространственной переменной или только от временной переменной или от обеих переменных, а коэффициент в нелинейной части уравнения является чисто мнимым числом или комплексным числом. Однако начально-краевые задачи для нелинейного нестационарного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым и с комплексным потенциалом сравнительно мало исследованы. Поэтому

изучение начально-краевых для нелинейного нестационарного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым и комплексным потенциалом, когда уравнение является трехмерным уравнением и потенциал является измеримой ограниченной функцией, зависящей от обеих пространственной и временной переменных, а коэффициент нелинейной части является комплексным числом представляет немалый научный интерес для теоретической и практической точки зрения.

1. Постановка задачи .

Пусть D - ограниченная выпуклая область трехмерного евклидова пространства E_3 , с границей Γ , которая предполагается достаточно гладкой, $x = (x_1, x_2, x_3)$ - произвольная точка области D , $T > 0$ - заданное число, $0 \leq t \leq T$, $\Omega_t = D \times (0, t)$, $\Omega = \Omega_T$, $S = \Gamma \times (0, T)$ - боковая поверхность Ω ; $C^k([0, T], B)$ - банахово пространство функций, k - раз непрерывно дифференцируемых на отрезке $[0, T]$ со значениями в банаховом пространстве B ; $L_p(D)$ - лебегово пространство функций, суммируемых по модулю со степенью $p \geq 1$; $L_2(0, T; B)$ - банахово пространство функций, определенных и суммируемых по модулю с квадратом на отрезке $[0, T]$ со значениями в банаховом пространстве B ; $L_\infty(0, T; B)$ - банахово пространство измеримых ограниченных на $(0, T)$ функций со значениями в банаховом пространстве B ; Соболевы пространства $W_p^k(D)$, $W_p^{k,m}(\Omega)$, $p \geq 1$, $k \geq 0$, $m \geq 0$, определены, например, в работах [13–15]; $\overset{0}{W}_2^1(D)$ - подпространство пространства $W_2^1(D)$, всюду плотным множеством в котором является множество всех гладких функций, равных нулю вблизи границы области D ; $\overset{0}{W}_2^2(D) \equiv W_2^2(D) \cap \overset{0}{W}_2^1(D)$.

Рассмотрим начально-краевую задачу об определении функции $\psi(x, t)$ из условий:

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} + a_0 \Delta \psi + i a_1(x, t) \nabla \psi - a(x) \psi + v_0(x, t) \psi + i v_1(x, t) \psi + a_2 |\psi|^2 \psi = f(x, t), \quad (x, t) \in \Omega, \quad (1)$$

$$\psi(x, 0) = \varphi(x), \quad x \in D, \psi|_S = 0, \quad (2)$$

где $i = \sqrt{-1}$; $a_0 > 0$ - заданное число, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2}$ - оператор Лапласа, $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right)$ - оператор набла; комплексное число a_2 удовлетворяет условию:

$$a_2 = \operatorname{Re} a_2 + i \operatorname{Im} a_2, \operatorname{Re} a_2 < 0, \operatorname{Im} a_2 > 0, \operatorname{Im} a_2 \geq 2 |\operatorname{Re} a_2|; \quad (3)$$

$a(x), v_0(x, t), v_1(x, t)$ - заданные вещественнозначные измеримые ограниченные функции, удовлетворяющие условиям:

$$0 \leq a(x) \leq \mu_0, \quad \forall x \in D, \mu_0 = \text{const} > 0, \quad (4)$$

$$|v_m(x, t)| \leq b_m, \quad \left| \frac{\partial v_m(x, t)}{\partial t} \right| \leq d_m, \quad \overset{0}{v}_m(x, t) \in \Omega, b_m, d_m = \text{const} > 0, m = 0, 1; \quad (5)$$

$a_1(x, t) = (a_{11}(x, t), a_{12}(x, t), a_{13}(x, t))$ - заданная вещественнозначная вектор-функция, компоненты которой удовлетворяют условиям:

$$|a_{1j}(x, t)| \leq \mu_1, \left| \frac{\partial a_{1j}(x, t)}{\partial x_p} \right| \leq \mu_2, \left| \frac{\partial a_{1j}(x, t)}{\partial t} \right| \leq \mu_3, \forall x \in D, j, k = 1, 2, 3, \mu_1, \mu_2, \mu_3 = \text{const} > 0; \quad (6)$$

$\varphi(x), f(x, t)$ - заданные комплекснозначные функции, удовлетворяющие условиям:

$$\varphi \in \overset{0}{W}_2^2(D), f \in W_2^{0,1}(\Omega); \quad (7)$$

символ $\overset{0}{\forall}$ означает «при почти всех».

Задача об определении функции $\psi = \psi(x, t)$ из условий (1), (2) является первой начально-краевой задачей для нелинейного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым и с комплексным потенциалом.

Определение 1. Под решением первой начально-краевой задачи (1), (2) будем понимать функцию $\psi(x, t)$ из пространства $B_0 \equiv C^0\left([0, T], \overset{0}{W}_2^2(D)\right) \cap C^1([0, T], L_2(D))$, удовлетворяющую уравнению (1) для почти всех $x \in D$ и любого $t \in [0, T]$, а начальному и краевому условиям (2) для почти всех $x \in D$ и для почти всех $(x, t) \in S$ соответственно.

2. Разрешимость начально- краевой задачи.

В этом разделе будем изучать вопрос разрешимости первой начально-краевой задачи (1), (2).

Теорема 1. Пусть комплексное число a_2 удовлетворяет условию (3), а функции $a(x)$, $v_0(x, t)$, $v_1(x, t)$, $a_1(x, t)$, $\varphi(x)$, $f(x, t)$ удовлетворяют условиям (4)-(7). Тогда начально краевая задача (1), (2) имеет единственное решение из пространства B_0 и для этого решения справедлива оценка:

$$\|\psi(\cdot, t)\|_{\overset{0}{W}_2^2(D)}^2 + \left\| \frac{\partial \psi(\cdot, t)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2 \leq c_0 \left(\|\varphi\|_{\overset{0}{W}_2^2(D)}^2 + \|f\|_{W_2^{0,1}(\Omega)}^2 + \|\varphi\|_{\overset{0}{W}_2^1(D)}^6 \right), \forall t \in [0, T]. \quad (8)$$

Доказательство. Возьмем какую-либо фундаментальную в $\overset{0}{W}_2^2(D)$ и ортонормированную в $L_2(D)$ систему функций $u_k = u_k(x), k = 1, 2, \dots$, например, систему собственных функций следующей спектральной задачи:

$$LX(x) = \lambda X(x), x \in D, X|_{\Gamma} = 0 \quad (9)$$

при $\lambda = \lambda_k, k = 1, 2, \dots$, где оператор L определяется формулой:

$$L = -a_0 \Delta + a(x). \quad (10)$$

Можем отметить, что спектральная задача (9) является спектральной задачей для трехмерного уравнения эллиптического типа, изученной в работе [13]. Поэтому с помощью результатов этой работы можем утверждать, что спектральная задача (9) имеет нетривиальные решения $X = u_k(x), k = 1, 2, \dots$ при $\lambda = \lambda_k, k = 1, 2, \dots$, образующих спектр задачи

и эти решения образуют базис в пространствах $\overset{0}{W}_2^1(D), \overset{0}{W}_2^2(D)$, и справедливы условия ортонормированности в $L_2(D)$ и ортогональности в $\overset{0}{W}_2^1(D), \overset{0}{W}_2^2(D)$ в следующем виде:

$$(u_k, u_m)_{L_2(D)} = \int_D u_k(x) u_m(x) dx = \delta_k^m, \quad (11)$$

где δ_k^m символы Кронекера:

$$\delta_k^m = \begin{cases} 1, & k = m, \\ 0, & k \neq m, \quad k, m = 1, 2, \dots \end{cases} \quad (12)$$

Ясно, что функции $u_k(x), k = 1, 2, \dots$ ортогональны и в следующем смысле:

$$\begin{aligned} [u_k, u_m] &= (u_k, u_m)_{\overset{0}{W}_2^1(D)} = (Lu_k, u_m)_{L_2(D)} = \int_D \left(a_0 \sum_j^2 \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \frac{\partial u_m}{\partial x_j} + a(x) u_k u_m \right) dx = \\ &= \lambda_k \delta_k^m, \quad k, m = 1, 2, \dots; \end{aligned} \quad (13)$$

$$\{u_k, u_m\} = (Lu_k, Lu_m)_{L_2(D)} = (u_k, u_m)_{\overset{0}{W}_2^2(D)} = \lambda_k \delta_k^m, \quad k, m = 1, 2, \dots. \quad (14)$$

В силу предположения $a(x) \geq 0$ все собственные значения $\lambda = \lambda_k, k = 1, 2, \dots$ вещественны, положительны и расположены в порядке возрастания:

$$0 \leq \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3 \leq \dots \leq \lambda_k \leq \dots, \quad \lambda_k \rightarrow \infty \text{ при } k \rightarrow \infty. \quad (15)$$

Наряду с этими предположим, что

$$\|u_k\|_{\overset{0}{W}_2^2(D)} \leq \tilde{d}_k < +\infty, \quad k = 1, 2, \dots, \quad (16)$$

где $\tilde{d}_k, k = 1, 2, \dots$ - положительные постоянные.

По методу Галеркина приближенное решение будем искать в виде:

$$\psi^N(x, t) = \sum_{k=1}^N c_k^N(t) u_k(x), \quad (17)$$

где $c_k^N(t) = (\psi^N(\cdot, t), u_k)_{L_2(D)}$, $k = 1, 2, \dots, N$ определяются из условий:

$$\begin{aligned} & i \frac{d}{dt} (\psi^N(\cdot, t), u_k)_{L_2(D)} - (L \psi^N(\cdot, t), u_k)_{L_2(D)} + i (a_1(\cdot, t) \nabla \psi^N(\cdot, t), u_k)_{L_2(D)} + \\ & + (v_0(\cdot, t) \psi^N(\cdot, t), u_k)_{L_2(D)} + i (v_1(x, t) \psi^N(\cdot, t), u_k) + \left(a_2 |\psi^N(\cdot, t)|^2 \psi^N(\cdot, t) \right)_{L_2(D)} = f_k(t), \\ & k = 1, 2, \dots, N, t \in [0, T], \end{aligned} \quad (18)$$

$$c_k^N(0) = (\psi^N(\cdot, 0), u_k)_{L_2(D)} = \varphi_k, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (19)$$

Здесь $f_k(t) = (f(\cdot, t), u_k)_{L_2(D)}$, $\varphi_k = (\varphi, u_k)_{L_2(D)}$, $k=1, 2, \dots, N$. Система (18) есть нечто иное, как система N нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений. Из предположений (3)-(7) и свойства $u_k(x)$, $k=1, 2, \dots$ следует, что второе, третье, четвертое и пятое слагаемых левой части, а также правая часть является непрерывным и на каждом множестве $\{t \in [0, T], |c_k^N| \leq \text{const}\}$ функциями t, c_k^N , $k=1, 2, \dots, N$. Поэтому для существования по крайней мере одного решения задачи Коши (18), (19) на всем отрезке $[0, T]$ достаточно знать, что все ее возможные решения равномерно ограничены на $[0, T]$ (см. [16, 17]). Для установления такой ограниченности докажем следующую лемму:

Лемма 1. Для решения системы (17), (18) верна оценка:

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^N |c_k^N(t)|^2 + \sum_{k=1}^N \left| \frac{dc_k^N(t)}{dt} \right|^2 &\leq \|\psi^N(\cdot, t)\|_{W_2(D)}^2 + \left\| \frac{\partial \psi^N(\cdot, t)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2 \leq \\ &\leq c_1 \left(\|\varphi\|_{W_2(D)}^2 + \|f\|_{W_2^{0,1}(\Omega)}^2 + \|\varphi\|_{W_2(D)}^6 \right), t \in [0, T], N=1, 2, \dots \end{aligned} \quad (20)$$

Доказательство леммы. Умножим каждое k -ое уравнение из (18) на свое $\bar{c}_k^N(t)$, полученные равенства просуммируем по k от 1 до N и проинтегрируем по t от нуля до $t \leq T$. В результате, используя формулу интегрирования по частям и условие $u_k|_\Gamma = 0$, $k=1, 2, \dots$, имеем:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_t} \left(i \frac{\partial \psi^N}{\partial t} \bar{\psi}^N - a_0 |\nabla \psi^N|^2 + i a_1(x, \tau) \nabla \psi^N \bar{\psi}^N - a(x) |\psi^N|^2 + v_0(x, \tau) |\psi^N|^2 + i v_1(x, \tau) |\psi^N|^2 \right) dx d\tau + \\ + \int_{\Omega_\tau} a_2 |\psi^N|^4 dx d\tau = \int_{\Omega_t} f(x, \tau) \bar{\psi}^N(x, \tau) dx d\tau, \forall t \in [0, T]. \end{aligned}$$

Из этого равенства вычитывая его комплексное сопряжение получим справедливость равенства:

$$\begin{aligned} i \int_{\Omega_t} \left(\frac{\partial \psi^N}{\partial t} \bar{\psi}^N + \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} \psi^N \right) dx d\tau + i \int_{\Omega_t} (a_1(x, \tau) \nabla \psi^N \bar{\psi}^N + a_1(x, \tau) \nabla \bar{\psi}^N \psi^N) dx d\tau + \\ + 2i \int_{\Omega_\tau} v_1(x, \tau) |\psi^N|^2 dx d\tau + 2i \operatorname{Im} a_2 \int_{\Omega_t} |\psi^N|^4 dx d\tau = 2i \int_{\Omega_t} \operatorname{Im}(f \bar{\psi}^N) dx d\tau, \forall t \in [0, T]. \end{aligned}$$

Используя дифференцируемость функций $a_{1j}(x, t)$, $j=1, 2, 3$ последнее равенство можно написать в виде:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_t} \frac{\partial}{\partial t} |\psi^N|^2 dx d\tau + \int_{\Omega_t} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} (a_{1j}(x, \tau) |\psi^N|^2) dx d\tau + 2 \operatorname{Im} a_2 \int_{\Omega_t} |\psi^N|^4 dx d\tau = \\ = \int_{\Omega_t} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial a_{1j}(x, \tau)}{\partial x_j} |\psi^N|^2 dx d\tau - 2 \int_{\Omega_t} v_1(x, \tau) |\psi^N|^2 dx d\tau + 2 \int_{\Omega_t} \operatorname{Im}(f \bar{\psi}^N) dx d\tau, \forall t \in [0, T]. \end{aligned} \quad (21)$$

Ввиду того, что функции $u_k = u_k(x)$, $k=1, 2, \dots$ удовлетворяют однородным граничным условиям $u_k|_\Gamma = 0$, $k=1, 2, \dots$ из разложения (17) имеем:

$$\psi^N(x, t)|_\Gamma = 0, t \in (0, T), N=1, 2, \dots \quad (22)$$

С учетом этих условий и условий на коэффициенты уравнения из равенства (21) нетрудно получить справедливость неравенства:

$$\begin{aligned} \|\psi^N(.,t)\|_{L_2(D)}^2 + 2 \operatorname{Im} a_2 \int_{\Omega_t} |\psi^N|^4 dx d\tau \leq \|\psi^N(.,0)\|_{L_2(D)}^2 + \|f\|_{L_2(\Omega)}^2 + \\ + (2\mu_2 + 2b_1 + 1) \int_0^t \|\psi^N(.,\tau)\|_{L_2(D)}^2 d\tau \end{aligned} \quad (23)$$

для $\forall t \in [0, T]$. Используя формулу (17) можем написать следующее соотношение:

$$\|\psi^N(.,0)\|_{L_2(D)}^2 = \sum_{k=1}^N |c_k^N(0)|^2 \leq \sum_{k=1}^{\infty} |\varphi_k|^2 = \|\varphi\|_{L_2(D)}^2. \quad (24)$$

С помощью этого соотношения из (22) получим справедливость неравенства:

$$\begin{aligned} \|\psi^N(.,t)\|_{L_2(D)}^2 + 2 \operatorname{Im} a_2 \int_{\Omega_t} |\psi^N|^4 dx d\tau \leq \|\varphi\|_{L_2(D)}^2 + \|f\|_{L_2(\Omega)}^2 + \\ + (2\mu_2 + 2b_1 + 1) \int_0^t \|\psi^N(.,\tau)\|_{L_2(D)}^2 d\tau, \forall t \in [0, T]. \end{aligned}$$

С помощью этого неравенства и леммы Гронуолла нетрудно получить справедливость оценки:

$$\|\psi^N(.,t)\|_{L_2(D)}^2 + 2 \operatorname{Im} a_2 \int_{\Omega_t} |\psi^N|^4 dx d\tau \leq c_2 (\|\varphi\|_{L_2(D)}^2 + \|f\|_{L_2(\Omega)}^2), \forall t \in [0, T]. \quad (25)$$

Теперь оценим $\frac{\partial \psi^N}{\partial t}$. С этой целью систему (18) напомним в виде:

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} (\psi^N(.,t), u_k)_{L_2(D)} - (a_0 \nabla \psi^N(.,t), \nabla u_k)_{L_2(D)} - (a(\cdot) \psi^N(.,t), u_k)_{L_2(D)} + \\ + i (a_1(.,t) \nabla \psi^N(.,t), u_k)_{L_2(D)} + (v_0(.,t) \psi^N(.,t), u_k)_{L_2(D)} + i (v_1(.,t) \psi^N(.,t), u_k)_{L_2(D)} + \\ + (a_2 |\psi^N(.,t)|^2 \psi^N(.,t))_{L_2(D)} = f_k(t), k = 1, 2, \dots, N, t \in [0, T], \end{aligned} \quad (26)$$

Вычислим производную по t обеих частей этой системы и умножим k -ое уравнение полученной системы на свое $\frac{d\bar{c}_k^N(t)}{dt}$, а потом полученные уравнения просуммируем по k от 1 до N . Тогда, полученное равенство проинтегрируя по интервалу $(0, t)$ имеем:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_\epsilon} \left(i \frac{\partial^2 \psi^N}{\partial t^2} \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} - a_0 \sum_{j=1}^3 \left| \frac{\partial^2 \psi^N}{\partial x_j \partial t} \right|^2 + i \sum_{j=1}^3 a_{1j}(x, \tau) \frac{\partial^2 \psi^N}{\partial x_j \partial t} \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} - a(x) \left| \frac{\partial \psi^N}{\partial t} \right|^2 \right) dx d\tau + \\ + \int_{\Omega_\epsilon} \left(i \sum_{j=1}^3 \frac{\partial a_{1j}(x, \tau)}{\partial t} \frac{\partial \psi^N}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} + \frac{\partial v_0(x, \tau)}{\partial t} \psi^N \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} + v_0(x, \tau) \left| \frac{\partial \psi^N}{\partial t} \right|^2 \right) dx d\tau + \\ + \int_{\Omega_\epsilon} \left(i \left(\frac{\partial v_1(x, \tau)}{\partial t} \psi^N \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} + v_1(x, \tau) \left| \frac{\partial \psi^N}{\partial t} \right|^2 \right) \right) dx d\tau + \end{aligned}$$

$$+ a_2 \int_{\Omega_t} \frac{\partial}{\partial t} \left(|\psi^N|^2 \psi^N \right) \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} dx d\tau = \int_{\Omega_t} \frac{\partial f(x, \tau)}{\partial t} \frac{\partial \bar{\psi}^N(x, \tau)}{\partial t} dx d\tau, \forall t \in [0, T].$$

Из этого равенства вычитывая его комплексное сопряжение, имеем:

$$\begin{aligned} & i \int_{\Omega_t} \frac{\partial}{\partial t} |\psi^N|^2 dx d\tau + \int_{\Omega_t} \left(a_2 \frac{\partial}{\partial t} \left(|\psi^N|^2 \psi^N \right) \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} - \bar{a}_2 \frac{\partial}{\partial t} \left(|\psi^N|^2 \bar{\psi}^N \right) \frac{\partial \psi^N}{\partial t} \right) dx d\tau + \\ & + i \int_{\Omega_t} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left(a_{1j}(x, \tau) \left| \frac{\partial \psi^N}{\partial t} \right|^2 \right) dx d\tau - i \int_{\Omega_t} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial a_{1j}(x, \tau)}{\partial x_j} \left| \frac{\partial \psi^N}{\partial t} \right|^2 dx d\tau + \\ & + i \int_{\Omega_e} \left(2 \sum_{j=1}^3 \frac{\partial a_{1j}(x, \tau)}{\partial t} \operatorname{Re} \left(\frac{\partial \psi^N}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} \right) + 2 \frac{\partial v_0(x, \tau)}{\partial t} \operatorname{Im} \left(\psi^N \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} \right) \right) dx d\tau + \\ & + 2i \int_{\Omega_e} \left(\frac{\partial v_1(x, \tau)}{\partial t} \operatorname{Re} \left(\psi^N \frac{\partial \psi^N}{\partial t} \right) + v_1(x, \tau) \left| \frac{\partial \psi^N}{\partial t} \right|^2 \right) dx d\tau = \\ & = 2i \int_{\Omega_t} \operatorname{Im} \left(\frac{\partial f(x, \tau)}{\partial t} \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} \right) dx d\tau, \forall t \in [0, T]. \end{aligned} \quad (27)$$

Ясно, что имеет место равенство:

$$\begin{aligned} & a_2 \frac{\partial}{\partial t} \left(|\psi^N|^2 \psi^N \right) \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} - \bar{a}_2 \frac{\partial}{\partial t} \left(|\psi^N|^2 \bar{\psi}^N \right) \frac{\partial \psi^N}{\partial t} = 4i \operatorname{Im} a_2 |\psi^N|^2 \left| \frac{\partial \psi^N}{\partial t} \right|^2 + \\ & + 2i \operatorname{Im} a_2 \operatorname{Re} \left((\psi^N)^2 \left(\frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} \right)^2 \right) + 2i \operatorname{Re} a_2 \operatorname{Im} \left((\psi^N)^2 \left(\frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} \right)^2 \right). \end{aligned} \quad (28)$$

С другой стороны используя равенство (16) и условия $u_k|_{\Gamma} = 0, k=1,2,\dots$ можем написать следующее условие:

$$\frac{\partial \psi^N}{\partial t} \Big|_S = 0, N=1,2,\dots \quad (29)$$

Используя (28), (29) и неравенство Коши-Буняковского, а также оценку (25), из (27) нетрудно получить справедливость следующего неравенства:

$$\begin{aligned} & \left\| \frac{\partial \psi^N(.,t)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2 + \operatorname{Im} a_2 \int_{\Omega_t} |\psi^N|^2 \left| \frac{\partial \psi^N}{\partial t} \right|^2 dx d\tau \leq \left\| \frac{\partial \psi^N(.,0)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2 + \\ & + 3\mu_3 \int_0^t \left\| \nabla \psi^N(.,\tau) \right\|_{L_2(D)}^2 d\tau + (3\mu_2 + 3\mu_3 + 2b_1 + d_0 + d_1 + 1) \int_0^t \left\| \frac{\partial \psi^N(.,\tau)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2 d\tau + \\ & + c_3 \left(\|\varphi\|_{L_2(D)}^2 + \|f\|_{L_2(D)}^2 \right), \forall t \in [0, T]. \end{aligned} \quad (30)$$

Для оценки первого слагаемого правой части этого неравенства используем систему (18) и устанавливаем справедливость неравенства:

$$\begin{aligned} & \left\| \frac{\partial \psi^N(.,0)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2 \leq 6 \|L \psi^N(.,0)\|_{L_2(D)}^2 + 6 |a_2|^2 \|\psi^N(.,0)\|_{L_6(D)}^6 + \\ & + 18\mu_1^2 \|\nabla \psi^N(.,0)\|_{L_2(D)}^2 + (6b_0^2 + 6b_1^2) \|\psi^N(.,0)\|_{L_2(D)}^2 + 5 \|f(.,0)\|_{L_2(D)}^2. \end{aligned} \quad (31)$$

В силу известного неравенства (см. [14] стр. 79) при $n = 3$ имеем:

$$\|\psi^N(.,t)\|_{L_6(D)} \leq \beta \|\nabla \psi^N(.,t)\|_{L_2(D)}, \quad (32)$$

где $\beta > 0$ - некоторая постоянная. С помощью формулы (17) из этого неравенства имеем:

$$\|\phi\|_{L_6(D)} \leq \beta \|\nabla \phi\|_{L_2(D)}. \quad (33)$$

Ввиду того, что $f \in W_2^{0,1}(\Omega)$ и, нетрудно установить справедливость неравенство:

$$\|f(.,t)\|_{L_2(D)}^2 \leq c_4 \|f\|_{W_2^{0,1}(\Omega)}^2, \quad \forall t \in [0, T]. \quad (34)$$

Ясно, что имеет место равенство:

$$L\psi^N(x,0) = \sum_{k=1}^N c_k^N(0) u_k(x) = \sum_{k=1}^N (L\phi, u_k)_{L_2(D)} u_k(x). \quad (35)$$

Отсюда получим следующее соотношение:

$$\|L\psi^N(.,0)\|_{L_2(D)}^2 = \sum_{k=1}^N |(L\phi, u_k)_{L_2(D)} u_k(x)|^2 \leq \|L\phi\|_{L_2(D)}^2.$$

Из этого равенства в силу условия $\phi \in W_2^{0,2}(D)$ и условия на коэффициенты уравнения можем установить справедливость оценки:

$$\|L\psi^N(.,0)\|_{L_2(D)}^2 \leq c_5 \|\phi\|_{W_2^{0,2}(D)}^2. \quad (36)$$

Аналогично можно установить справедливость неравенства:

$$\|\nabla \psi^N(.,0)\|_{L_2(D)}^2 \leq c_6 \|\phi\|_{W_2^{0,1}(D)}^2. \quad (37)$$

Учитывая неравенства (32)-(37) из (31) получим справедливость оценки:

$$\left\| \frac{\partial \psi^N(.,0)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2 \leq c_7 \left(\|\phi\|_{W_2^{0,2}(D)}^2 + \|f\|_{W_2^{0,1}(\Omega)}^2 + \|\phi\|_{W_2^{0,1}(D)}^6 \right). \quad (38)$$

На основе этой оценки из неравенства (30) имеем:

$$\begin{aligned} & \left\| \frac{\partial \psi^N(.,t)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2 + \text{Im} a_2 \int_{\Omega_t} |\psi^N|^2 \left| \frac{\partial \psi^N}{\partial t} \right|^2 dx d\tau \leq c_8 \left(\|\phi\|_{W_2^{0,2}(D)}^2 + \|f\|_{W_2^{0,1}(\Omega)}^2 + \|\phi\|_{W_2^{0,1}(D)}^6 \right) + \\ & + 3\mu_3 \int_0^t \|\nabla \psi^N(.,\tau)\|_{L_2(D)}^2 d\tau + (3\mu_2 + 3\mu_3 + 2b_1 + d_0 + d_1 + 1) \int_0^t \left\| \frac{\partial \psi^N(.,\tau)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2 d\tau, \\ & \forall t \in [0, T]. \end{aligned} \quad (39)$$

Теперь оценим сначала $\nabla \psi^N(x,t)$ в норме $L_2(D)$ для любого $t \in [0, T]$. С этой целью каждое k -ое уравнение системы (18) на свое $\frac{d\bar{c}_k^N(t)}{dt}$ и все полученные равенства просуммируем по $k=1$ до $k=N$. Тогда полученное уравнение интегрируя по интервалу $(0,t)$ имеем:

$$\int_{\Omega_t} \left(i \left| \frac{\partial \psi^N}{\partial t} \right|^2 - a_0 \nabla \psi^N \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \bar{\psi}^N) + i a_1(x, \tau) \nabla \psi^N \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} - a(x) \psi^N \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} \right) dx d\tau +$$

$$+ \int_{\Omega_t} \left(v_0(x, \tau) \psi^N \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} + i v_1(x, \tau) \psi^N \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} + a_2 |\psi^N|^2 \psi^N \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} \right) dx d\tau = \int_{\Omega_t} f \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} dx d\tau, \\ \forall t \in [0, T].$$

Суммируя это равенство с его комплексным сопряжением получим справедливость равенства:

$$\int_{\Omega_t} \frac{\partial}{\partial t} \|\nabla \psi^N\|_{E_3}^2 dx d\tau = -2 \int_{\Omega_t} \operatorname{Im} \left(a_1(x, \tau) \nabla \psi^N \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} \right) dx d\tau - 2 \int_{\Omega_t} a(x) \operatorname{Re} \left(\psi^N \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} \right) dx d\tau + \\ + 2 \int_{\Omega_t} v_0(x, \tau) \operatorname{Re} \left(\psi^N \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} \right) dx d\tau + 2 \int_{\Omega_t} v_1(x, \tau) \operatorname{Im} \left(\psi^N \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} \right) dx d\tau + \\ + 2 \int_{\Omega_t} \operatorname{Re} \left(a_2 |\psi^N|^2 \psi^N \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} \right) dx d\tau - 2 \int_{\Omega_t} \operatorname{Re} \left(f \frac{\partial \bar{\psi}^N}{\partial t} \right) dx d\tau, \forall t \in [0, T].$$

Используя условия на коэффициенты уравнения и неравенство Коши-Буняковского из этого равенства можно получить следующее неравенство:

$$\|\nabla \psi^N(., t)\|_{L_2(D)}^2 \leq \|\nabla \psi^N(., 0)\|_{L_2(D)}^2 + (\mu_0 + b_0 + b_1) \int_0^t \|\psi^N(., \tau)\|_{L_2(D)}^2 d\tau + \|f\|_{L_2(\Omega)}^2 + \\ + (\sqrt{3}\mu_1 + \mu_0 + b_0 + b_1 + 1) \int_0^t \left\| \frac{\partial \psi^N(., \tau)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2 d\tau + \sqrt{3}\mu_1 \int_0^t \|\nabla \psi^N(., \tau)\|_{L_2(D)}^2 d\tau + \\ + \frac{3}{2} \operatorname{Im} a_2 \int_{\Omega_t} |\psi^N|^4 dx d\tau + \frac{3}{2} \operatorname{Im} a_2 \int_{\Omega_t} |\psi^N|^2 \left| \frac{\partial \psi^N}{\partial t} \right|^2 dx d\tau, \forall t \in [0, T].$$

Отсюда в силу оценки (25) и неравенств (37), (39) нетрудно получить следующее неравенство:

$$\|\nabla \psi^N(., t)\|_{L_2(D)}^2 \leq c_9 \left(\|\varphi\|_{W_2(D)}^2 + \|f\|_{W_2^{0,1}(\Omega)}^2 + \|\varphi\|_{W_2(D)}^6 \right) + \\ + c_{10} \int_0^t \left\| \frac{\partial \psi^N(., \tau)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2 d\tau + c_{11} \int_0^t \|\nabla \psi^N(., \tau)\|_{L_2(D)}^2 d\tau, \forall t \in [0, T] \quad (40)$$

Суммируя это неравенство с неравенством (39) получим следующее неравенство:

$$\|\nabla \psi^N(., t)\|_{L_2(D)}^2 + \left\| \frac{\partial \psi^N(., t)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2 + \operatorname{Im} a_2 \int_{\Omega_t} |\psi^N|^2 \left| \frac{\partial \psi^N}{\partial t} \right|^2 dx d\tau \leq \\ \leq c_{12} \left(\|\varphi\|_{W_2(D)}^2 + \|f\|_{W_2^{0,1}(\Omega)}^2 + \|\varphi\|_{W_2(D)}^6 \right) +$$

$$+ c_{13} \int_0^t \left(\left\| \nabla \psi^N(., \tau) \right\|_{L_2(D)}^2 + \left\| \frac{\partial \psi^N(., \tau)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2 \right) d\tau, \forall t \in [0, T]. \quad (41)$$

Используя это неравенство и применяя лемму Гронуолла получим справедливость следующей оценки:

$$\begin{aligned} & \left\| \nabla \psi^N(., t) \right\|_{L_2(D)}^2 + \left\| \frac{\partial \psi^N(., t)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2 + \operatorname{Im} a_2 \int_{\Omega_t} |\psi^N|^2 \left| \frac{\partial \psi^N}{\partial t} \right|^2 dx d\tau \leq \\ & \leq c_{14} \left(\left\| \varphi \right\|_{W_2^{0,2}(D)}^2 + \left\| f \right\|_{W_2^{0,1}(\Omega)}^2 + \left\| \varphi \right\|_{W_2^{0,1}(D)}^6 \right), \end{aligned} \quad (42)$$

где $c_{14} > 0$ -постоянная не зависит от N .

Теперь оценим $\psi^N(x, t)$ в норме $\dot{W}_2^{0,2}(D)$. С этой целью каждое k -ое уравнение системы (18) на свое $\lambda_k \bar{c}_k^N(t)$ и все полученные равенства просуммируем по $k=1$ до $k=N$. Тогда получим справедливость равенства:

$$\begin{aligned} \int_D \left| L \psi^N(x, t) \right|^2 dx = \int_D \left[i \frac{\partial \psi^N(x, t)}{\partial t} + i a_1(x, t) \nabla \psi^N(x, t) + v_0(x, t) \psi^N(x, t) + \right. \\ \left. + i v_1(x, t) \psi^N(x, t) + a_2 \left| \psi^N(x, t) \right|^2 \psi^N(x, t) - f(x, t) \right] L \bar{\psi}^N(x, t) dx, \forall t \in [0, T]. \end{aligned} \quad (43)$$

Из этого равенства с помощью неравенства Коши-Буняковского получим следующее неравенство:

$$\begin{aligned} \left\| L \psi^N(., t) \right\|_{L_2(D)}^2 \leq 6 \left\| \frac{\partial \psi^N(., t)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2 + 18 \mu_1^2 \left\| \nabla \psi^N(., t) \right\|_{L_2(D)}^2 + \\ + (6b_0^2 + 6b_1^2) \left\| \psi^N(., t) \right\|_{L_2(D)}^2 + 6|a_2|^2 \left\| \psi^N(., t) \right\|_{L_6(D)}^6 + 6 \left\| f(., t) \right\|_{L_2(D)}^2, \forall t \in [0, T]. \end{aligned} \quad (44)$$

С помощью неравенств (32), (34) и оценок (25), (42) из последнего неравенства имеем:

$$\left\| L \psi^N(., t) \right\|_{L_2(D)}^2 \leq c_{15} \left(\left\| \varphi \right\|_{W_2^{0,2}(D)}^2 + \left\| f \right\|_{W_2^{0,1}(\Omega)}^2 + \left\| \varphi \right\|_{W_2^{0,1}(D)}^6 \right), \quad (45)$$

где $c_{15} > 0$ - постоянная не зависит от N . Используя формулу для оператора L имеем:

$$\begin{aligned} \left\| L \psi^N(., t) \right\|_{L_2(D)} &= \left\| -a_0 \Delta \psi^N(., t) + a(., t) \psi^N(., t) \right\|_{L_2(D)} \geq \\ &\geq a_0 \left\| \Delta \psi^N(., t) \right\|_{L_2(D)} - \mu_0 \left\| \psi^N(., t) \right\|_{L_2(D)}. \end{aligned}$$

Отсюда получим неравенство:

$$\left\| \Delta \psi^N(., t) \right\|_{L_2(D)} \leq \frac{1}{a_0} \left\| L \psi^N(., t) \right\|_{L_2(D)} + \frac{\mu_0}{a_0} \left\| \psi^N(., t) \right\|_{L_2(D)}$$

В этом неравенстве учитывая оценки (25) и (45) получим справедливости оценки:

$$\|\Delta \psi^N(.,t)\|_{L_2(D)}^2 \leq c_{16} \left(\|\varphi\|_{W_2(D)}^2 + \|f\|_{W_2^{0,1}(\Omega)}^2 + \|\varphi\|_{W_2(D)}^6 \right). \quad (46)$$

Здесь $c_{16} > 0$ - постоянная не зависит от N . Используя известное неравенство (см. [13], стр.124) для выпуклой области D , имеем:

$$\|\psi^N(.,t)\|_{W_2(D)}^2 \leq c_{17} \|\Delta \psi^N(.,t)\|_{L_2(D)}^2, \forall t \in [0, T]. \quad (47)$$

Тогда с помощью этого неравенства из (46) получим справедливость оценки:

$$\|\psi^N(.,t)\|_{W_2(D)}^2 \leq c_{18} \left(\|\varphi\|_{W_2(D)}^2 + \|f\|_{W_2^{0,1}(\Omega)}^2 + \|\varphi\|_{W_2(D)}^6 \right), \forall t \in [0, T]. \quad (48)$$

Здесь $c_{18} > 0$ - постоянная не зависит от N . Таким образом, с помощью оценок (42) и (48) получим нам нужную оценку:

$$\|\psi^N(.,t)\|_{W_2(D)}^2 + \left\| \frac{\partial \psi^N(.,t)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2 \leq c_{19} \left(\|\varphi\|_{W_2(D)}^2 + \|f\|_{W_2^{0,1}(\Omega)}^2 + \|\varphi\|_{W_2(D)}^6 \right), \forall t \in [0, T], \quad (49)$$

где $c_{19} > 0$ - постоянная не зависит от N . Используя эту оценку и неравенство:

$$\sum_{k=1}^N |c_k^N(t)|^2 + \sum_{k=1}^N \left| \frac{dc_k^N(t)}{dt} \right|^2 \leq \|\psi^N(.,t)\|_{W_2(D)}^2 + \left\| \frac{\partial \psi^N(.,t)}{\partial t} \right\|_{L_2(D)}^2, \forall t \in [0, T]$$

с обозначением $c_1 = c_{19}$ получим утверждение леммы. Лемма 1 доказана

Теперь продолжим доказательство теоремы. Рассмотрим функции $l_{N,k}(t) = (\psi^N(.,t), u_k)_{L_2(D)}$, $N, k=1, 2, \dots$. Из оценки (20) и ортонормированности функций $u_k = u_k(x)$, $k=1, 2, \dots$ следует, что семейство функций $l_{N,k}(t)$, $N, k=1, 2, \dots$ и их производные $\frac{dl_{N,k}(t)}{dt}$, $N, k=1, 2, \dots$ равномерно ограничены на отрезке $[0, T]$:

$$|l_{N,k}(t)| \leq c_{20}, \left| \frac{dl_{N,k}(t)}{dt} \right| \leq c_{21}, N, k=1, 2, \dots, \forall t \in [0, T]. \quad (50)$$

Покажем, что при фиксированном k и произвольном $N \geq k$ функции $l_{N,k}(t)$, $N, k=1, 2, \dots$ равностепенно непрерывны на отрезке $[0, T]$. Действительно интегрируя k -ое уравнение из (17) на отрезке $[t, t + \Delta t]$, имеем:

$$\begin{aligned} |l_{N,k}(t + \Delta t) - l_{N,k}(t)| &\leq \int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D a_0 \Delta \psi^N(x, \tau) u_k(x) dx \right| d\tau + \\ &\int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D i a_1(x, \tau) \nabla \psi^N(x, \tau) u_k(x) dx \right| d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D a(x) \psi^N(x, \tau) u_k(x) dx \right| d\tau + \\ &+ \int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D v_0(x, \tau) \psi^N(x, \tau) u_k(x) dx \right| d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D v_1(x, \tau) \psi^N(x, \tau) u_k(x) dx \right| d\tau + \\ &+ \int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D a_2 |\psi^N(x, \tau)|^2 \psi^N(x, \tau) u_k(x) dx \right| d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D f(x, \tau) u_k(x) dx \right| d\tau. \end{aligned}$$

Отсюда с помощью неравенства Коши-Буняковского нетрудно получить справедливость неравенства:

$$\begin{aligned} & \left| l_{N,k}(t + \Delta t) - l_{N,k}(t) \right| \leq a_0 \int_t^{t+\Delta t} \left\| \Delta \psi^N(., \tau) \right\|_{L_2(D)} \|u_k\|_{L_2(D)} d\tau + \\ & + \sqrt{2} \mu_1 \int_t^{t+\Delta t} \left\| \nabla \psi^N(., \tau) \right\|_{L_2(D)} \|u_k\|_{L_2(D)} d\tau + (\mu_0 + b_0 + b_1) \int_t^{t+\Delta t} \left\| \psi^N(., \tau) \right\|_{L_2(D)} \|u_k\|_{L_2(D)} d\tau + \\ & + |a_2| \int_t^{t+\Delta t} \left\| \psi^N(., \tau) \right\|_{L_6(D)}^3 \|u_k\|_{L_2(D)} d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \|f(., \tau)\|_{L_2(D)} \|u_k\|_{L_2(D)} d\tau. \end{aligned}$$

Отсюда в силу неравенств (32), (34) и оценок (20), (45), а также предположения (16) получим справедливость соотношения:

$$\left| l_{N,k}(t + \Delta t) - l_{N,k}(t) \right| \leq c_{22} \tilde{d}_k \Delta t, N, k = 1, 2, \dots, \quad (51)$$

где $c_{22} > 0$ - постоянная не зависит от N, k, t .

Производя интегрирования по частям во втором и третьем слагаемых левой части уравнений (18) и полученные соотношения дифференцируя по t , а также интегрируя на отрезке $[t, t + \Delta t]$, нетрудно получить справедливость неравенства:

$$\begin{aligned} & \left| \frac{dl_{N,k}(t + \Delta t)}{dt} - \frac{dl_{N,k}(t)}{dt} \right| \leq \int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D a_0 \frac{\partial \psi^N(x, \tau)}{\partial \tau} \Delta u_k(x) dx \right| d\tau + \\ & + \int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D i \frac{\partial a_1(x, \tau)}{\partial \tau} \nabla \psi^N(x, \tau) u_k(x) dx \right| d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D i \frac{\partial \psi^N(x, \tau)}{\partial \tau} \nabla(a_1(x, t) u_k(x)) dx \right| d\tau + \\ & + \int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D a(x) \frac{\partial \psi^N(x, \tau)}{\partial \tau} u_k(x) dx \right| d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D v_0(x, \tau) \frac{\partial \psi^N(x, \tau)}{\partial \tau} u_k(x) dx \right| d\tau + \\ & + \int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D \frac{\partial v_0(x, \tau)}{\partial \tau} \psi^N(x, \tau) u_k(x) dx \right| d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D v_1(x, \tau) \frac{\partial \psi^N(x, \tau)}{\partial \tau} u_k(x) dx \right| d\tau + \\ & + \int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D \frac{\partial v_1(x, \tau)}{\partial \tau} \psi^N(x, \tau) u_k(x) dx \right| d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D a_2 \frac{\partial}{\partial \tau} \left(|\psi^N(x, \tau)|^2 \psi^N(x, \tau) \right) u_k(x) dx \right| d\tau + \\ & + \int_t^{t+\Delta t} \left| \int_D \frac{\partial f(x, \tau)}{\partial \tau} u_k(x) dx \right| d\tau. \end{aligned}$$

Отсюда с помощью неравенства Коши-Буняковского нетрудно получить справедливость неравенства:

$$\begin{aligned} & \left| \frac{dl_{N,k}(t + \Delta t)}{dt} - \frac{dl_{N,k}(t)}{dt} \right| \leq a_0 \int_t^{t+\Delta t} \left\| \frac{\partial \psi(., \tau)}{\partial \tau} \right\|_{L_2(D)} d\tau \|\Delta u_k\|_{L_2(D)} + \\ & + \sqrt{3} \mu_3 \int_t^{t+\Delta t} \left\| \nabla \psi^N(., \tau) \right\|_{L_2(D)} d\tau \|u_k\|_{L_2(D)} + \sqrt{3} \mu_1 \int_t^{t+\Delta t} \left\| \frac{\partial \psi^N(x, \tau)}{\partial \tau} \right\|_{L_2(D)} d\tau \|\nabla u_k\|_{L_2(D)} + \\ & + (\mu_0 + b_0 + b_1 + \sqrt{3} \mu_2) \int_t^{t+\Delta t} \left\| \frac{\partial \psi^N(x, \tau)}{\partial \tau} \right\|_{L_2(D)} d\tau \|u_k\|_{L_2(D)} + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (d_0 + d_1) \int_t^{t+\Delta t} \|\psi^N(., \tau)\|_{L_2(D)} d\tau \|u_k\|_{L_2(D)} + \\
& + 3|a_2| \int_t^{t+\Delta t} \int_D \left| \frac{\partial \psi^N(x, \tau)}{\partial \tau} \right| \|\psi^N(x, \tau)\|^2 |u_k(x)| d\tau + \int_t^{t+\Delta t} \left\| \frac{\partial f(., \tau)}{\partial \tau} \right\|_{L_2(D)} d\tau \|u_k\|_{L_2(D)}. \quad (52)
\end{aligned}$$

Теперь оценим пятое слагаемое правой части этого неравенства. В силу неравенства Коши-Буняковского имеем:

$$\begin{aligned}
& 3|a_2| \int_t^{t+\Delta t} \int_D \left| \frac{\partial \psi^N(x, \tau)}{\partial \tau} \right| \|\psi^N(x, \tau)\|^2 |u_k(x)| d\tau \leq \\
& \leq 3|a_2| \int_t^{t+\Delta t} \|\psi^N(., \tau)\|_{L_\infty(D)}^2 \int_D \left| \frac{\partial \psi^N(x, \tau)}{\partial \tau} \right| |u_k(x)| d\tau. \quad (53)
\end{aligned}$$

В силу теоремы вложения при $n = 3$ пространство $W_2^{0,2}(D)$ вложено в пространство $L_\infty(D)$. Тогда можем написать следующее неравенство:

$$\|\psi^N(., t)\|_{L_\infty(D)} \leq c_{23} \|\psi^N(., t)\|_{W_2^{0,2}(D)}, \forall t \in [0, T]. \quad (54)$$

Если в этом неравенстве использовать оценку (20), то получим справедливость неравенства:

$$\|\psi^N(., t)\|_{L_\infty(D)} \leq c_{24}, \forall t \in [0, T]. \quad (55)$$

Если с учетом этого неравенства применить неравенство Коши-Буняковского в правой части неравенства (53), то имеем:

$$\begin{aligned}
& 3|a_2| \int_t^{t+\Delta t} \int_D \left| \frac{\partial \psi^N(x, \tau)}{\partial \tau} \right| \|\psi^N(x, \tau)\|^2 |u_k(x)| d\tau \leq \\
& \leq 3|a_2| c_{24}^2 \int_t^{t+\Delta t} \left\| \frac{\partial \psi^N(., \tau)}{\partial \tau} \right\| d\tau \|u_k\|_{L_2(D)}. \quad (56)
\end{aligned}$$

Если учесть это неравенство в неравенстве (52), то отсюда с помощью оценки (20) и предположения (16) нетрудно установить справедливость соотношения:

$$\left| \frac{dl_{N,k}(t + \Delta t)}{dt} - \frac{dl_{N,k}(t)}{dt} \right| \leq c_{25} \tilde{d}_k(\Delta t)^{\frac{1}{2}}, N, k = 1, 2, \dots, \quad (57)$$

где $c_{25} > 0$ - постоянная не зависит от N, k, t .

Из соотношений (51) и (57) следует, что семейство функций $\{l_{N,k}(t)\}$, $\left\{ \frac{dl_{N,k}(t)}{dt} \right\}$,

$N, k = 1, 2, \dots$ равномерно непрерывны на отрезке $[0, T]$ при фиксированном k и при произвольном $N \geq k$. Тогда обычным диагональным процессом можем выделить подпоследовательность $N_m, m = 1, 2, \dots$ по которой функции $l_{N_m,k}(t)$, $m = 1, 2, \dots$ и их

производные $\frac{dl_{N_m,k}(t)}{dt}$, $m = 1, 2, \dots$ сходятся равномерно на отрезке $[0, T]$ к непрерывным

функциям $l_k(t)$, $\frac{dl_k(t)}{dt}$, соответственно, для каждого $k = 1, 2, \dots$. Функции $l_k(t)$, $k = 1, 2, \dots$ и их производные определяют функции:

$$\psi(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} l_k(t) u_k(x), \quad (58)$$

$$\frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{dl_k(t)}{dt} u_k(x). \quad (59)$$

Далее, действуя как и в работах [18,19], можем установить, что подпоследовательности $\{\psi^{N_m}(x, t)\}$, $\left\{ \frac{\partial \psi^{N_m}(x, t)}{\partial t} \right\}$ сходятся слабо в $\overset{0}{W}_2(D), L_2(D)$ соответственно к функциям $\psi(x, t)$, $\frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t}$, определенными формулами (58), (59), равномерно относительно $t \in [0, T]$ и предельная функция $\psi(x, t)$ принадлежит пространству B_0 .

Теперь покажем, что предельная функция $\psi(x, t)$ является решением задачи (1), (2) в смысле определения 1. С этой целью сначала докажем, что эта функция удовлетворяет уравнению (1) для почти всех $x \in D$ и любого $t \in [0, T]$. Поэтому при $N = N_m$ k -ое уравнение из (18) умножим на непрерывную функцию $\bar{\eta}_k(t)$ и полученные уравнения складываем по k от $k = 1$ до $N' \leq N_m$. Тогда получим:

$$\int_D \left(i \frac{\partial \psi^{N_m}(x, t)}{\partial t} - a_0 \Delta \psi^{N_m}(x, t) + i a_1(x, t) \nabla \psi^{N_m}(x, t) - a(x) \psi^{N_m}(x, t) + v_0(x, t) \psi^{N_m}(x, t) + \right. \\ \left. + i v_1(x, t) \psi^{N_m}(x, t) + a_2 |\psi^{N_m}(x, t)|^2 \psi^{N_m}(x, t) - f(x, t) \right) \bar{\eta}^{N'}(x, t) dx, \forall t \in [0, T] \quad (60)$$

для любой функции $\bar{\eta}_k^{N'}(x, t) = \sum_{k=1}^{N'} \bar{\eta}_k(t) u_k(x)$, $N' \leq N_m$.

В силу того, что $\{\psi^{N_m}(x, t)\}$ при $m \rightarrow \infty$ равномерно относительно к функции $\psi = \psi(x, t)$ и пространство $\overset{0}{W}_2(D)$ компактно вложено в $L_2(D)$ (см. [13–15]), подпоследовательность $\{\psi^{N_m}(x, t)\}$ при $m \rightarrow \infty$ равномерно относительно $t \in [0, T]$ сильно сходится в $L_2(D)$ к функции $\psi = \psi(x, t)$, то есть

$$\|\psi^{N_m}(., t) - \psi(., t)\|_{L_2(D)} \rightarrow 0 \quad (61)$$

равномерно относительно $t \in [0, T]$ при $m \rightarrow \infty$. Из этого соотношения следует, что из $\{\psi^{N_m}(x, t)\}$ можно выделить подпоследовательность, которая равномерно относительно $t \in [0, T]$ почти всюду в области D к функции $\psi = \psi(x, t)$. Эту подпоследовательность для

простоты снова обозначим через $\{\psi^{N_m}(x,t)\}$. Тогда можем написать следующее предельное соотношение:

$$\psi^{N_m}(x,t) \rightarrow \psi(x,t) \text{ почти всюду в } D \quad (62)$$

равномерно относительно $t \in [0, T]$ при $m \rightarrow \infty$. Кроме того, в силу равномерной оценки (20) и неравенства (32) при $N = N_m$, а также неравенства

$$\left\| |\psi^{N_m}(\cdot, t)|^2 \psi(\cdot, t) \right\|_{L_2(D)} \leq \left\| \psi^{N_m}(\cdot, t) \right\|_{L_6(D)}^3$$

из известной леммы (см. [14], стр. 530-531) получим, что $\left\{ |\psi^{N_m}(x,t)|^2 \psi^{N_m}(x,t) \right\}$ при $m \rightarrow \infty$ равномерно относительно $t \in [0, T]$ сходится слабо в $L_2(D)$ к функции $|\psi(x,t)|^2 \psi(x,t)$, то есть при $m \rightarrow \infty$

$$\int_D |\psi^{N_m}(x,t)|^2 \psi^{N_m}(x,t) \bar{\eta}^{N'}(x,t) dx \rightarrow \int_D |\psi(x,t)|^2 \psi(x,t) \bar{\eta}^{N'}(x,t) dx, \forall t \in [0, T] \quad (63)$$

для любой функции $\bar{\eta}^{N'}(x,t) = \sum_{k=1}^{N'} \bar{\eta}_k(t) u_k(x)$, $N' \leq N_m$, непрерывной на отрезке $[0, T]$ в норме $L_2(D)$. Используя это предельное соотношение и свойство сходимости подпоследовательности $\{\psi^{N_m}(x,t)\}$ к функции $\psi(x,t)$, если переходить к пределу при $m \rightarrow \infty$ в интегральном тождестве (59), то получим:

$$\begin{aligned} \int_D \left(i \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} - a_0 \Delta \psi(x,t) + i a_1(x,t) \nabla \psi(x,t) - a(x) \psi(x,t) + v_0(x,t) \psi(x,t) + \right. \\ \left. + i v_1(x,t) \psi(x,t) + a_2 |\psi(x,t)|^2 \psi(x,t) - f(x,t) \right) \bar{\eta}^{N'}(x,t) dx, \forall t \in [0, T] \end{aligned} \quad (64)$$

для любой функции $\bar{\eta}^{N'}(x,t) = \sum_{k=1}^{N'} \bar{\eta}_k(t) u_k(x)$, $N' \leq N_m$. Ввиду того, что все функции вида

$\bar{\eta}^{N'}(x,t) = \sum_{k=1}^{N'} \bar{\eta}_k(t) u_k(x)$, как пробные функции плотны в $C^0([0, T], L_2(D))$, непосредственно

из тождества (64) получим, что предельная функция $\psi(x,t)$ для любого $t \in [0, T]$ и для почти всех $x \in D$ удовлетворяет уравнению (1). Выполнение начального и граничного условий (2) для предельной функции $\psi(x,t)$ следует из того, что имеет место предельное соотношение (61) при $t = 0$ и пространство B_0 компактно вложено в $L_2(S)$.

Таким образом, нами доказано, что предельная функция $\psi(x,t)$ является решением начально-краевой задачи (1), (2) и это решение принадлежит пространству B_0 и для этого решения справедлива оценка (8), которая непосредственно следует из оценки (20) после перехода к нижнему пределу по слабо сходящейся подпоследовательности $\{\psi^{N_m}(x,t)\}$ из B_0 к функции $\psi(x,t)$.

Теперь продолжая доказательство теоремы укажем единственность решения начально-краевой задачи (1), (2). Пусть $\psi(x,t)$ и $\Phi(x,t)$ две любые решения задачи (1), (2). Пусть

$w(x, t) = \psi(x, t) - \Phi(x, t)$. Тогда из условий (1), (2) ясно, что $w = w(x, t)$ будет решением следующей начально-краевой задачи:

$$\begin{aligned} i \frac{\partial w}{\partial t} + a_0 \Delta w + ia_1(x, t) \nabla w - a(x)w + v_0(x, t)w + iv_1(x, t)w + \\ + a_2(|\psi|^2 + |\Phi|^2)w + a_2\psi\Phi\bar{w} = 0, (x, t) \in \Omega, \\ w(x, 0) = 0, x \in D, w|_S = 0. \end{aligned} \quad (65)$$

Установим оценку для решения этой задачи. С этой целью умножим уравнение (65) на функцию $\bar{w}(x, t)$ и интегрируем по области Ω_t . Используя граничное условие из (66) и формулу интегрирования по частям в полученном равенстве, имеем:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_t} \left(i \frac{\partial w}{\partial t} \bar{w} - a_0 |\nabla w|^2 + ia_1(x, \tau) \nabla w \bar{w} - a(x) |w|^2 + v_0(x, \tau) |w|^2 + iv_1(x, \tau) |w|^2 + \right. \\ \left. + a_2(|\psi|^2 + |\Phi|^2) |w|^2 + a_2\psi\Phi(\bar{w})^2 \right) dx d\tau = 0, \forall t \in [0, T] \end{aligned}$$

Из этого равенства вычтем его комплексное сопряжение. Тогда, используя граничное условие из (66), получим справедливость равенства:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_t} \frac{\partial}{\partial \tau} |w|^2 dx d\tau + 2 \operatorname{Im} a_2 \int_{\Omega_t} (|\psi|^2 + |\Phi|^2) |w|^2 dx d\tau = \\ = -2 \int_{\Omega_t} v_1(x, \tau) |w|^2 dx d\tau - 2 \int_{\Omega_t} \operatorname{Im} (a_2 \psi \Phi (\bar{w})^2) dx d\tau - \int_{\Omega_t} \sum_{j=1}^3 \frac{\partial a_{1j}(x, \tau)}{\partial x_j} |w|^2 dx d\tau \end{aligned}$$

для любого $t \in [0, T]$. Отсюда в силу начального условия из (66) получим справедливость следующего неравенства:

$$\|w(., t)\|_{L_2(D)}^2 + 2 \operatorname{Im} a_2 \int_{\Omega_t} (|\psi|^2 + |\Phi|^2) |w|^2 dx d\tau \leq 2|a_2| \int_{\Omega_t} |\psi| |\Phi| |w|^2 dx d\tau + (3\mu_2 + 2b_1) \int_{\Omega_t} |w|^2 dx d\tau$$

для любого $t \in [0, T]$. Из этого неравенства с учетом условия (4) и с применением неравенства $2|\psi| |\Phi| \leq |\psi|^2 + |\Phi|^2$ имеем:

$$\|w(., t)\|_{L_2(D)}^2 + \frac{\operatorname{Im} a_2}{2} \int_{\Omega_t} (|\psi|^2 + |\Phi|^2) |w|^2 dx d\tau \leq (3\mu_2 + 2b_1) \int_{\Omega_t} |w|^2 dx d\tau$$

для любого $t \in [0, T]$. Из этого неравенства с помощью леммы Гронуолла получим справедливость соотношения:

$$\|w(., t)\|_{L_2(D)}^2 = 0, \forall t \in [0, T],$$

которое доказывает соотношение:

$$w(x, t) = 0, \forall x \in D, \forall t \in [0, T].$$

Из этого следует единственность решения начально-краевой задачи (2), (3). Теорема 1 доказана.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бутковский А.Г., Самойленко Ю.И. Управление квантовомеханическими процессами. М : Наука, 1984, 256 с.
2. Воронцов М.А., Шмальгаузен В.И. Принципы адаптивной оптики. М: Наука, 1985, 366 с.
3. Журавлев В.М. Нелинейные волны в много компонентных системах с дисперсией и диффузией. Ульяновск, УлГУ, 2001, 200 с.
4. Akbaba G.D. The optimal control problem with the Lions functional for the Schrödinger equation including virtual coefficient gradient. Master's thesis, Kars, 2011, 71 pp. (in Turkish).
5. Yagubov G., Toyoğlu F., Subaşı M. An optimal control problem for two-dimensional Schrödinger equation // Applied Mathematics and Computation, vol. 218, iss.11, 2012, pp.6177-6187.
6. Iskenderov A.D., Yagub G., Y.Aksoy N. An optimal control problem for a two-dimensional nonlinear Schrödinger equation with a special gradient terms// Abstracts of the XXV International Conference Problems of Decision Making under Uncertainties (PDMU-2015), Skhidnytsia, Ukraine, May 11-15, 2015- pp.27-28.
7. Yagub G., Ibrahimov N.S, Zengin M. Solvability of the initial-boundary value problems for the nonlinear Schrödinger equation with a special gradient terms// Abstracts of the XXV International Conference Problems of Decision Making under Uncertainties (PDMU-2015), Skhidnytsia, Ukraine, May 11-15, 2015- pp.53-54.
8. Iskenderov A.D., Yagub G., Zengin M. (2016) Optimal control problem for nonlinear Schrödinger equation with special gradient terms. Abstracts of the XXVII International Conference Problems of Decision Making under Uncertainties (PDMU-2016), Tbilisi-Batumi, Georgia, May 23-27, - pp.79-80.
9. G. Yagub, N.S.İbrahimov, N. Yildirim Aksoy On the initial-boundary value problems for the nonlinear Schrödinger equation with special gradient terms. Abstracts of the XXVII International Conference Problems of Decision Making under Uncertainties (PDMU-2016), Tbilisi-Batumi, Georgia, May 23-27, 2016 - pp.170-171.
10. N. Yildirim Aksoy Variational method for the solution of an inverse problem // Journal of Computational and Applied Mathematics, 312 (2017), pp. 82-93.
11. Ягуб Г., Ибрагимов Н., Мусаева М., Зенгин М. Вариационный метод решения обратной задачи об определении квантового потенциала в нелинейном нестационарном уравнении Шредингера с комплексным коэффициентом в нелинейной части. Вестник Ленкоранского Государственного Университета, Естественные науки, серия 2, 2017, с. 7-30.
12. Ягубов Г., Салманов В., Ягубов В., Зенгин М. Разрешимость начально-краевых задач для нелинейного двумерного уравнения Шредингера. Научные труды Нахичеванского Государственного Университета, Серия физико-математических и технических наук, № 4 (85), 2017, с. 7-21.
13. Ладыженская О.А. Краевые задачи математической физики. М: Наука, 1973, 408 с.
14. Ладыженская О.А., Солонников В.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. М: Наука, 1967, 736 с.
15. Lions J.-L., Magenes E. Non-homogeneous boundary value problems and applications - vol. 2. Berlin, 1972, 307 p.
16. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1982, 332 с.
17. Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач. М.: Наука, 1980, 518 с.

18. Искендеров А., Ягубов Г. Оптимальное управление неограниченным потенциалом в многомерном нелинейном нестационарном уравнении Шредингера // Вестник Ленкоранского гос. ун-та. Сер. Естественных наук, 2007, Ленкорань, с. 3-56.
19. Искендеров А.Д., Ягубов Г.Я., Мусаева М.А. Идентификация квантовых потенциалов. Баку, Чашыоглу, 2012, 548 с.

XÜLASƏ

A.D.İskenderov, G. Yagub, V. Salmanov

XÜSUSİ GRADIENT HƏDLİ VE KOMPLEKS POTENSİALLI QEYRİ-XƏTTİ ŞREDİNGER TƏNLIYİ ÜÇÜN BAŞLANGIC SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİ

. Bu məqalədə xüsusi qradient hədlı və kompleks potensiallı qeyri-xətti üç ölçülü Schrödinger tənliyi üçün birinci növ başlangıç sərhəd məsələsinə baxılır. Bu halda xüsusi qradient hədlı və kompleks potensiallı qeyri-xətti Schrödinger tənliyi üçün birinci növ başlangıç sərhəd məsələsinin həllinin varlığı ve təkliyi teoremi Qalerkin metodunun köməyi ilə isbat edilir.

ABSTRACT

A.D.İskenderov, G. Yagub, V. Salmanov

SOLVABILITY OF THE INITIAL-BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A NONLINEAR SCHRÖDINGER EQUATION WITH A SPECIAL GRADIENT TERM AND WITH COMPLEX POTENTIAL

In this paper we consider the solvability of the first initial-boundary value problem for the nonlinear three-dimensional Schrödinger equation with a special gradient term and with a complex potential. This proves the theorem on the existence and uniqueness of the solution of the first initial-boundary value problem for the nonlinear Schrödinger equation with a special gradient terms and with a complex potential by the Galerkin method .

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

YAGUB MAMMADOV

Nakhchivan Teachers Institute

yagubmammadov@yahoo.com

FATMA MUSLUMOVA

Nakhchivan State University

fmuslumova@gmail.com

UOT 517.51

BOUNDEDNESS OF THE MAXIMAL OPERATOR ASSOCIATED WITH THE DUNKL OPERATOR ON ORLICZ SPACES

Açar sözlər: *Dankl operatoru, D-maksimal operator, Orlicz fəzası, Dankl sürüşməsi, Yunq funksiyası*

Key words: *Dunkl operator, D-maximal operator, Orlicz space, Dunkl transform, Young function*

Ключевые слова: *Оператор Данкля, D-максимальный оператор, пространства Орлича, функция Юнга*

AMS Mathematics Subject Klassification: 42B20, 42B25, 42B35

1 Introduction

It is well known that the maximal operator, associated with Λ_α differential-difference Dunkl operators (D -maximal operator) play an important role in Dunkl harmonic analysis (D -harmonic analysis), differentiation theory and PDE's. The harmonic analysis of the one-dimensional Dunkl operator and Dunkl transform was developed in [2, 3, 10]. The Dunkl operator and Dunkl transform considered here are the rank-one case of the general Dunkl theory, which is associated with a finite reflection group acting on a Euclidean space. The Dunkl theory provides a useful framework for the study of multivariable analytic structures and has gained considerable interest in various fields of mathematics and in physical applications (see, for example, [5]). The D -maximal operator and related topics associated with the Dunkl differential-difference operator have been research areas for many mathematicians such as C. Abdelkefi and M. Sifi [1], C.F. Dunkl [4], V.C.Guliyev and Y.Y. Mammadov [2, 3], Y.Y. Mammadov [9], L. Kamoun [6], M.A. Mourou [11], F. Soltani [15, 16] and others.

On the real line, the Dunkl operators Λ_α are differential-difference operators introduced in 1989 by Dunkl [4]. For a real parameter $\alpha \geq -1/2$, we consider the Dunkl operator, associated with the reflection group Z_2 on $\mathbb{R}$:

$$\Lambda_\alpha(f)(x) := \frac{d}{dx} f(x) + \frac{2\alpha+1}{x} \left(\frac{f(x) - f(-x)}{2} \right).$$

Note that $\Lambda_{-1/2} = d/dx$.

It is well known that maximal operator play an important role in harmonic analysis (see [18]). Harmonic analysis associated to the Dunkl transform and the Dunkl differential-difference

operator gives rise to convolutions with a relevant generalized translation. In the framework of this analysis we study Hardy-Littlewood maximal functions (D -maximal functions) in the relevant D -Orlicz space. We prove the weak and strong type boundedness of the Dunkl-type maximal operator M (D -maximal operator) in D -Orlicz spaces $L_{\Phi,\alpha}(\mathbb{R})$.

By $A \lesssim B$ we mean that $A \leq CB$ with some positive constant C independent of appropriate quantities. If $A \lesssim B$ and $B \lesssim A$, we write $A \approx B$ and say that A and B are equivalent.

2 Preliminaries

Let $\alpha > -1/2$ be a fixed number and μ_α be the weighted Lebesgue measure on $\mathbb{R}$, given by

$$d\mu_\alpha(x) := \left(2^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)\right)^{-1} |x|^{2\alpha+1} dx.$$

Let $B(x, r) = \{y \in \mathbb{R} : |y| \in [\max\{0, |x| - r\}, |x| + r]\}$ and $r > 0$. Then $B(0, r) =]-r, r[$ and

$$\mu_\alpha B(0, r) = b_\alpha r^{2\alpha+2},$$

where $b_\alpha = \left[2^{\alpha+1}(\alpha+1)\Gamma(\alpha+1)\right]^{-1}$.

For every $1 \leq p \leq \infty$, we denote by $L_{p,\alpha}(\mathbb{R}) = L_p(d\mu_\alpha)(\mathbb{R})$ the spaces of complex-valued functions f , measurable on $\mathbb{R}$ such that

$$\|f\|_{p,\alpha} \equiv \|f\|_{L_{p,\alpha}} = \left(\int_{\mathbb{R}} |f(x)|^p d\mu_\alpha(x)\right)^{1/p} < \infty \quad \text{if } p \in [1, \infty),$$

and

$$\|f\|_{\infty,\alpha} \equiv \|f\|_{L_\infty} = \operatorname{ess\,sup}_{x \in \mathbb{R}} |f(x)| \quad \text{if } p = \infty.$$

For $1 \leq p < \infty$ we denote by $WL_{p,\alpha}(\mathbb{R})$, the weak $L_{p,\alpha}(\mathbb{R})$ spaces defined as the set of locally integrable functions $f(x)$, $x \in \mathbb{R}$ with the finite norm

$$\|f\|_{WL_{p,\alpha}} = \sup_{r>0} \left(\mu_\alpha\{x \in \mathbb{R} : |f(x)| > r\}\right)^{1/p}.$$

Note that

$$L_{p,\alpha} \subset WL_{p,\alpha} \quad \text{and} \quad \|f\|_{WL_{p,\alpha}} \leq \|f\|_{p,\alpha} \quad \text{for all } f \in L_{p,\alpha}(\mathbb{R}).$$

For all $x, y, z \in \mathbb{R}$, we put

$$W_\alpha(x, y, z) = (1 - \sigma_{x,y,z} + \sigma_{z,x,y} + \sigma_{z,y,x}) \Delta_\alpha(x, y, z)$$

where

$$\sigma_{x,y,z} = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2 - z^2}{2xy} & \text{if } x, y \in \mathbb{R} \setminus 0, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

and Δ_α is the Bessel kernel given by

$$\Delta_\alpha(x, y, z) = \begin{cases} d_\alpha \frac{([(|x| + |y|)^2 - z^2][z^2 - (|x| - |y|)^2])^{\alpha-1/2}}{|xyz|^{2\alpha}}, & \text{if } |z| \in A_{x,y}, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

where $d_\alpha = (\Gamma(\alpha+1))^2 / (2^{\alpha-1} \sqrt{\pi} \Gamma(\alpha + \frac{1}{2}))$ and $A_{x,y} = [|x| - |y|, |x| + |y|]$.

Proposition 1. (see Rösler [19]) *The signed kernel W_α is even with respect to all variables and satisfies the following properties*

$$W_\alpha(x, y, z) = W_\alpha(y, x, z) = W_\alpha(-x, z, y),$$

$$W_\alpha(x, y, z) = W_\alpha(-z, y, -x) = W_\alpha(-x, -y, -z)$$

and

$$\int_{\mathbb{R}} |W_\alpha(x, y, z)| d\mu_\alpha(z) \leq 4.$$

In the sequel we consider the signed measure $\nu_{x,y}$, on $\mathbb{R}$, given by

$$\nu_{x,y} = \begin{cases} W_\alpha(x, y, z) d\mu_\alpha(z) & \text{if } x, y \in \mathbb{R} \setminus 0, \\ d\delta_x(z) & \text{if } y = 0, \\ d\delta_y(z) & \text{if } x = 0. \end{cases}$$

Definition 2.1. For $x, y \in \mathbb{R}$ and f a continuous function on $\mathbb{R}$, we put

$$\tau_x f(y) = \int_{\mathbb{R}} f(z) d\nu_{x,y}(z).$$

The operators τ_x , $x \in \mathbb{R}$, are called Dunkl translation operators on $\mathbb{R}$ and it can be expressed in the following form (see ref.[19, 21])

$$\tau_x f(y) = c_\alpha \int_0^\pi f_e(\sqrt{x^2 + y^2 - 2|xy|\cos\theta}) h_1(x, y, \theta) (\sin\theta)^{2\alpha} d\theta$$

$$+ c_\alpha \int_0^\pi f_o(\sqrt{x^2 + y^2 - 2|xy|\cos\theta}) h_2(x, y, \theta) (\sin\theta)^{2\alpha} d\theta,$$

where $f = f_e + f_o$, f_o and f_e being respectively the odd and the even parts of f , with

$$c_\alpha \equiv \left(\int_0^\pi (\sin\theta)^{2\alpha} d\theta \right)^{-1} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\alpha+1/2)},$$

$$h_1(x, y, \theta) = 1 - \operatorname{sgn}(xy) \cos\theta \quad \text{and} \quad h_2(x, y, \theta) = \begin{cases} \frac{(x+y)[1 - \operatorname{sgn}(xy) \cos\theta]}{\sqrt{x^2 + y^2 - 2|xy|\cos\theta}}, & \text{if } xy \neq 0, \\ 0, & \text{if } xy = 0. \end{cases}$$

Proposition 2. (see Soltani [15])

(i) If f is an even positive continuous function, then $\tau_x f$ is positive.

(ii) For all $x \in \mathbb{R}$ the operator τ_x extends to $L_{p,\alpha}(\mathbb{R})$, $p \geq 1$ and we have for $f \in L_{p,\alpha}(\mathbb{R})$,

$$\|\tau_x f\|_{p,\alpha} \leq 4 \|f\|_{p,\alpha}.$$

Now we define the Dunkl-type maximal function (see [1, 9, 16]) by

$$M_\alpha f(x) = \sup_{r>0} (\mu_\alpha B(0, r))^{-1+\frac{\beta}{2\alpha+2}} \int_{B(0,r)} \tau_x |f|(y) d\mu_\alpha(y).$$

In [1, 9, 16] was proved the following theorem (see also [2, 3]).

Theorem 2.1 1) If $f \in L_{1,\alpha}(\mathbb{R})$, then for $Mf \in WL_{1,\alpha}(\mathbb{R})$ and

$$\|Mf\|_{WL_{1,\alpha}} \leq C_1 \|f\|_{L_{1,\alpha}},$$

where $C_1 > 0$ is independent of f .

2) If $f \in L_{p,\alpha}(\mathbb{R})$, $1 < p \leq \infty$, then $Mf \in L_{p,\alpha}(\mathbb{R})$ and

$$\|Mf\|_{p,\alpha} \leq C_2 \|f\|_{p,\alpha},$$

where $C_2 > 0$ is independent of f .

Corollary 2.1. If $f \in L_{1,\alpha}^{loc}(\mathbb{R})$, then

$$\lim_{r \rightarrow 0} \frac{1}{\mu_\alpha B(0,r)} \int_{B(0,r)} \tau_x f(y) d\mu_\alpha(y) = f(x)$$

for a. e. $x \in \mathbb{R}$.

3 On Young Functions and Orlicz Spaces

Orlicz space was first introduced by Orlicz in [12, 13] as a generalizations of Lebesgue spaces L^p . Since then this space has been one of important functional frames in the mathematical analysis, and especially in real and harmonic analysis. Orlicz space is also an appropriate substitute for L^1 space when L^1 space does not work.

First, we recall the definition of Young functions.

Definition 3.2. A function $\Phi: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$ is called a Young function if Φ is convex, left-continuous, $\lim_{r \rightarrow 0} \Phi(r) = \Phi(0) = 0$ and $\lim_{r \rightarrow \infty} \Phi(r) = \infty$.

From the convexity and $\Phi(0) = 0$ it follows that any Young function is increasing. If there exists $s \in (0, \infty)$ such that $\Phi(s) = \infty$, then $\Phi(r) = \infty$ for $r \geq s$. The set of Young functions such that $0 < \Phi(r) < \infty$ for $0 < r < \infty$ will be denoted by $\mathcal{Y}$. If $\Phi \in \mathcal{Y}$, then Φ is absolutely continuous on every closed interval in $[0, \infty)$ and bijective from $[0, \infty)$ to itself.

For a Young function Φ and $0 \leq s \leq \infty$, let

$$\Phi^{-1}(s) = \inf\{r \geq 0: \Phi(r) > s\}.$$

If $\Phi \in \mathcal{Y}$, then Φ^{-1} is the usual inverse function of Φ . It is well known that

$$r \leq \Phi^{-1}(r) \tilde{\Phi}^{-1}(r) \leq 2r \text{ for } r \geq 0, \quad (3.1)$$

where $\tilde{\Phi}(r)$ is defined by

$$\tilde{\Phi}(r) = \begin{cases} \sup\{rs - \Phi(s): s \in [0, \infty)\}, & r \in [0, \infty) \\ \infty & , r = \infty. \end{cases}$$

A Young function Φ is said to satisfy the Δ_2 -condition, denoted also as $\Phi \in \Delta_2$, if

$$\Phi(2r) \leq C\Phi(r), \quad r > 0$$

for some $C > 1$. If $\Phi \in \Delta_2$, then $\Phi \in \mathcal{Y}$. A Young function Φ is said to satisfy the ∇_2 -condition, denoted also as $\Phi \in \nabla_2$, if

$$\Phi(r) \leq \frac{1}{2C} \Phi(Cr), \quad r \geq 0$$

for some $C > 1$.

Lemma 3.1. [8] Let Φ be a Young function with canonical representation

$$\Phi(t) = \int_0^t \varphi(s) ds, \quad t > 0.$$

(1) Assume that $\Phi \in \Delta_2$. More precisely $\Phi(2t) \leq A\Phi(t)$ for some $A \geq 2$. Set $\beta = \log_2 A$. If $p > \beta + 1$, then the following inequality is valid:

$$\int_t^\infty \frac{\varphi(s)}{s^p} \lesssim \frac{\Phi(t)}{t^p}, \quad t > 0.$$

(2) Assume that $\Phi \in \nabla_2$. Then the following inequality is valid:

$$\int_0^t \frac{\varphi(s)}{s} \lesssim \frac{\Phi(t)}{t}, \quad t > 0.$$

Definition 3.3. (Orlicz Space). For a Young function Φ , the set

$$L_{\Phi,\alpha}(\mathbb{R}) = \{ f \in L_{1,\alpha}^{loc}(\mathbb{R}) : \int_{\mathbb{R}} \Phi(k|f(x)|) d\mu_\alpha(x) < \infty \text{ for some } k > 0 \}$$

is called Orlicz space. If $\Phi(r) = r^p$, $1 \leq p < \infty$, then $L_{\Phi,\alpha}(\mathbb{R}) = L_{p,\alpha}(\mathbb{R})$. If $\Phi(r) = 0$, $(0 \leq r \leq 1)$ and $\Phi(r) = \infty$, $(r > 1)$, then $L_{\Phi,\alpha}(\mathbb{R}) = L_\infty(\mathbb{R})$. The space $L_{\Phi,\alpha}^{loc}(\mathbb{R})$ is defined as the set of all functions f such that $f\chi_B \in L_{\Phi,\alpha}(\mathbb{R})$ for all balls $B \in \mathbb{R}$.

$L_{\Phi,\alpha}(\mathbb{R})$ is a Banach space with respect to the norm

$$\|f\|_{L_{\Phi,\alpha}} = \inf \left\{ \lambda > 0 : \int_{\mathbb{R}} \Phi\left(\frac{|f(x)|}{\lambda}\right) d\mu_\alpha(x) \leq 1 \right\}.$$

For a measurable function f on $\mathbb{R}$ and $t > 0$, let

$$m(f, t)_\alpha = \mu_\alpha\{x \in \mathbb{R} : |f(x)| > t\}.$$

Definition 3.4. The weak Orlicz space

$$WL_{\Phi,\alpha}(\mathbb{R}) = \{f \in L_{1,\alpha}^{loc}(\mathbb{R}) : \|f\|_{WL_{\Phi,\alpha}} < \infty\}$$

is defined by the norm

$$\|f\|_{WL_{\Phi,\alpha}} = \inf \left\{ \lambda > 0 : \sup_{t>0} \Phi(t) m\left(\frac{f}{\lambda}, t\right)_\alpha \leq 1 \right\}.$$

We note that $\|f\|_{WL_{\Phi,\alpha}} \leq \|f\|_{L_{\Phi,\alpha}}$,

$$\sup_{t>0} \Phi(t) m(f, t)_\alpha = \sup_{t>0} t m(f, \Phi^{-1}(t))_\alpha = \sup_{t>0} t m(\Phi(|f|), t)_\alpha$$

and

$$\int_{\mathbb{R}} \Phi\left(\frac{|f(x)|}{\|f\|_{L_{\Phi,\alpha}}}\right) d\mu_\alpha(x) \leq 1, \quad \sup_{t>0} \Phi(t) m\left(\frac{f}{\|f\|_{WL_{\Phi,\alpha}}}, t\right)_\alpha \leq 1. \quad (3.2)$$

The following analogue of the Hölder's inequality is well known (see, for example, [14]).

Theorem 3.2. Let the function f and g measurable on $\mathbb{R}$. For a Young function Φ and its complementary function $\tilde{\Phi}$, the following inequality is valid

$$\int_{\mathbb{R}} |f(x)g(x)| d\mu_\alpha(x) \leq 2 \|f\|_{L_{\Phi,\alpha}} \|g\|_{L_{\tilde{\Phi},\alpha}}.$$

By elementary calculations we have the following property.

Lemma 3.2. Let Φ be a Young function and B be a balls in $\mathbb{R}$. Then

$$\|\chi_B\|_{L_{\Phi,\alpha}} = \|\chi_B\|_{WL_{\Phi,\alpha}} = \frac{1}{\Phi^{-1}(\mu_\alpha(B)^{-1})}.$$

Proof. Note that, by elementary calculus the following equalities are valid

$$\begin{aligned}\|\chi_B\|_{L_{\Phi,\alpha}} &= \inf \left\{ \lambda > 0 : \int_B \Phi\left(\frac{1}{\lambda}\right) d\mu_\alpha(y) \leq 1 \right\} = \inf \left\{ \lambda > 0 : \Phi\left(\frac{1}{\lambda}\right) \int_B d\mu_\alpha(y) \leq 1 \right\} \\ &= \inf \left\{ \lambda > 0 : \frac{1}{\lambda} \leq \Phi^{-1}(\mu_\alpha(B)^{-1}) \right\} = \inf \left\{ \lambda \geq \frac{1}{\Phi^{-1}(\mu_\alpha(B)^{-1})} \right\} = \frac{1}{\Phi^{-1}(\mu_\alpha(B)^{-1})},\end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned}\|\chi_B\|_{L_{\Phi,\alpha}} &= \inf \left\{ \lambda > 0 : \sup_{t>0} \Phi\left(\frac{1}{\lambda}\right) \mu_\alpha\{x \in R : |\chi_B(x)| > t\} \leq 1 \right\} \\ &= \inf \left\{ \lambda > 0 : \sup_{0<t<1} \Phi\left(\frac{1}{\lambda}\right) \mu_\alpha\{x \in R : |\chi_B(x)| > t\} \leq 1 \right\} = \inf \left\{ \lambda > 0 : \Phi\left(\frac{1}{\lambda}\right) \leq \mu_\alpha(B)^{-1} \right\} \\ &= \inf \left\{ \lambda > 0 : \lambda \geq \frac{1}{\Phi^{-1}(\mu_\alpha(B)^{-1})} \right\} = \frac{1}{\Phi^{-1}(\mu_\alpha(B)^{-1})}\end{aligned}$$

By Theorem 3.2, Lemma 3.2 and (3.1) we get the following estimate.

Lemma 3.3. *For a Young function Φ and for the balls $B=B(x,r)$ the following inequality is valid :*

$$\int_B |f(y)| d\mu_\alpha(y) \leq 2\mu_\alpha(B) \Phi^{-1}(\mu_\alpha(B)^{-1}) \|f\|_{L_{\Phi,\alpha}(B)}.$$

4 Boundedness of the B-maximal operator in the B-Orlicz spaces

In this section the boundedness of the maximal operator M in Orlicz spaces have been obtained.

Theorem 4.3. *Let Φ any Young function. Then the D-maximal operator M is bounded from $L_{\Phi,\alpha}(R)$ to $WL_{\Phi,\alpha}(R)$ and for $\Phi \in \nabla_2$ bounded in $L_{\Phi,\alpha}(R)$.*

Proof. At first proved that the D-maximal operator M is bounded from $L_{\Phi,\alpha}(R)$ to $WL_{\Phi,\alpha}(R)$.

We take $f \in L_{\Phi,\alpha}(R)$ satisfying $\|f\|_{L_{\Phi,\alpha}} = 1$ so that the modular

$$\rho_{\Phi,\alpha}(f) := \int_{R^n} \Phi(|f(x)|) d\mu_\alpha(x) \leq 1.$$

We know that by Jensen inequality

$$\Phi\left(\frac{1}{\mu_\alpha(B)} \int_B |f(y)| d\mu_\alpha(y)\right) \leq \frac{1}{\mu_\alpha(B)} \int_B \Phi(|f(y)|) d\mu_\alpha(y) \quad (4.1)$$

for all balls B . Using (4.1) and definition of B -maximal operator we have

$$\Phi(Mf(x)) \leq M[(\Phi \circ f)(x)] \quad (4.2)$$

Using (4.2) and weak (1.1) boundedness of the B -maximal operator we get

$$\begin{aligned}
\mu_\alpha\{x \in R: Mf(x) > t\} &= \mu_\alpha\{x: \Phi(Mf(x)) > \Phi(t)\} \\
&\leq \mu_\alpha\{x: M(\Phi \circ f)(x) > \Phi(t)\} \\
&\leq \frac{C}{\Phi(t)} \int_{R^n} \Phi(|f(x)|) d\mu_\alpha(x) \\
&\leq \frac{C}{\Phi(t)} \leq \frac{1}{\Phi\left(\frac{t}{C\|f\|_{L_\Phi}}\right)},
\end{aligned}$$

since $\|f\|_{L_\Phi} = 1$ and $\frac{1}{C}\Phi(t) \geq \Phi\left(\frac{1}{C}\right)$, if $C \geq 1$.

Since $\|\cdot\|_{L_{\Phi,\alpha}}$ norm is homogeneous the inequality

$$\mu_\alpha\{x: Mf(x) > t\} \leq \frac{1}{\Phi\left(\frac{t}{C\|f\|_{L_{\Phi,\alpha}}}\right)}$$

is true for every $f \in L_{\Phi,\alpha}(R)$.

Now proved that for $\Phi \in \nabla_2$ the B -maximal operator M is bounded in $L_{\Phi,\alpha}(R)$.

Let $\Lambda > 0$ and $f \in L_{\Phi,\alpha}(R) \setminus \{0\}$. Then we have

$$\begin{aligned}
\int_R \Phi\left(\frac{Mf(x)}{\Lambda}\right) d\mu_\alpha(x) &= \int_R \left(\int_0^{\frac{Mf(x)}{\Lambda}} \varphi(s) ds \right) d\mu_\alpha(x) \\
&= \int_R \int_0^\infty \chi_{\{s \in [0, \infty): \frac{Mf(x)}{\Lambda} > s\}} \varphi(s) ds d\mu_\alpha(x) \\
&= \int_0^\infty \varphi(s) \int_R \chi_{\{x \in R: Mf(x) > \Lambda s\}} d\mu_\alpha(x) ds \\
&= \frac{1}{\Lambda} \int_0^\infty \varphi\left(\frac{\lambda}{\Lambda}\right) \mu_\alpha\{x \in R: Mf(x) > \lambda\} d\lambda \\
&= \frac{2}{\Lambda} \int_0^\infty \varphi\left(\frac{2\lambda}{\Lambda}\right) \mu_\alpha\{x \in R: Mf(x) > \lambda\} d\lambda.
\end{aligned}$$

From the maximal inequality (see [9])

$$\mu_\alpha\{x \in R: Mf(x) > 2\lambda\} \lesssim \frac{1}{\lambda} \int_{\{x \in R: |f(x)| > \lambda\}} |f(x)| d\mu_\alpha(x)$$

and change the order of integration

$$\begin{aligned}
\int_R \Phi\left(\frac{Mf(x)}{\Lambda}\right) d\mu_\alpha(x) &\lesssim \frac{1}{\Lambda} \int_0^\infty \varphi\left(\frac{2\lambda}{\Lambda}\right) \left(\int_{\{x \in R: |f(x)| > \lambda\}} |f(x)| d\mu_\alpha(x) \right) \frac{d\lambda}{\lambda} \\
&\lesssim \frac{1}{\Lambda} \int_R |f(x)| \left(\int_0^{|f(x)|} \varphi\left(\frac{2\lambda}{\Lambda}\right) \frac{d\lambda}{\lambda} \right) d\mu_\alpha(x) \\
&\lesssim \frac{1}{\Lambda} \int_R |f(x)| \left(\int_0^{2\Lambda^{-1}|f(x)|} \varphi(\lambda) \frac{d\lambda}{\lambda} \right) d\mu_\alpha(x).
\end{aligned}$$

Now we use Lemma 3.1 which yields

$$\left(\int_0^{2\Lambda^{-1}|f(x)|} \varphi(\lambda) \frac{d\lambda}{\lambda} \right) \lesssim |f(x)|^{-1} \Lambda \Phi\left(\frac{2|f(x)|}{\Lambda}\right),$$

if $f(x) \neq 0$. Recall that $k\Phi(t) \leq \Phi(kt)$ for $k \geq 1$ and $t > 0$, assuming Φ convex.

Therefore, it follows that

$$\int_R \Phi\left(\frac{Mf(x)}{\Lambda}\right) d\mu_\alpha(x) \leq c_0 \int_R \Phi\left(\frac{2|f(x)|}{\Lambda}\right) d\mu_\alpha(x) \leq \int_R \Phi\left(\frac{c_0|f(x)|}{\Lambda}\right) d\mu_\alpha(x).$$

Here c_0 is a constant we would like to shed light on. Choosing $\Lambda = c_0 \|f\|_{L_{\Phi,\alpha}}$, we obtain

$$\int_R \Phi\left(\frac{Mf(x)}{\Lambda}\right) d\mu_\alpha(x) \leq 1.$$

This means

$$\|Mf\|_{L_{\Phi,\alpha}} \leq \Lambda = c_0 \|f\|_{L_{\Phi,\alpha}}$$

From the definition of the norm.

Remark 4.1. Note that Theorem 4.3 in the case $\Phi(t) = t^p, 1 \leq p < \infty$ were proved in [1, 9, 16].

REFERENCES

1. C. Abdelkefi and M. Sifi, *Dunkl Translation and Uncentered Maximal Operator on the Real Line*, JIPAM. J. Inequal. Pure Appl. Math. 8 (2007), no. 3, Article 73, 11 pp.
2. V.S. Guliyev, Y.Y. Mammadov, *Function spaces and integral operators for the Dunkl operator on the real line*, Khazar Journal of Mathematics, 2 (4)(2006), 17-42.
3. V.S. Guliyev, Y.Y. Mammadov, *On fractional maximal function and fractional integral associated with the Dunkl operator on the real line*. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 353 (2009), Isss=ue 1, 449-459.
4. C.F. Dunkl, *Differential-difference operators associated with reflections groups*, Trans. Amer. Math. Soc. 311 (1989), 167-183.
5. C.F. Dunkl, Y. Xu, *Orthogonal Polynomials of Several Variables*, 2nd edn, Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 155 (Cambridge University Press, Cambridge, 2014).
6. L. Kamoun, *Besov-type spaces for the Dunkl operator on the real line*, Journal of Computational and Applied Mathematics, 199 (2007) 56-67.
7. H. Kita, *On maximal functions in Orlicz spaces*, Proc. Amer. Math. Soc. 124 (1996), 3019-3025.
8. V. Kokilashvili, M.M. Krbeć, *Weighted Inequalities in Lorentz and Orlicz Spaces*. World Scientific, Singapore, 1991.
9. Y.Y. Mammadov, *On maximal operator associated with the Dunkl operator on $\mathbb{R}$* , Khazar Journal of Mathematics, 2 (4)(2006), 59-70.
10. H. Mejjaoli, Kh. Trimeche, *Harmonic analysis associated with the Dunkl-Bessel Laplace operator and a mean value property*, Fract. Calc. Appl. Anal. 4 (4) (2001), 443-480.
11. M.A. Mourou, *Transmutation operators associated with the Dunkl-type differential-difference operator on the real line and certain of their applications*, Integral Transforms Spec. Funct. 12 (1) (2001), 77-88.
12. W. Orlicz, *Über eine gewisse Klasse von Räumen vom Typus B*, Bull. Acad. Polon. A (1932) 207-220. ; reprinted in: Collected Papers, PWN, Warszawa (1988) 217-230.
13. W. Orlicz, *Über Räume (L^M)*, Bull. Acad. Polon. A (1936) 93-107. ; reprinted in: Collected Papers, PWN, Warszawa (1988) 345-359.
14. M.M. Rao, Z.D. Ren, *Theory of Orlicz Spaces*, M. Dekker, Inc., New York, 1991.
15. F. Soltani, *L_p - Fourier multipliers for the Dunkl operator on the real line*, J. Funct. Anal. 209 (2004), 16-35.
16. F. Soltani, *Littlewood-Paley operators associated with the Dunkl operator on $\mathbb{R}$* , J. Funct. Anal. 221 (2005), 205-225.
17. E.M. Stein, *Singular integrals and differentiability properties of functions*, Princeton Univ. Press., Princeton, 1971.

18. E.M. Stein, *Harmonic Analysis: Real Variable Methods, Orthogonality and Oscillatory Integrals*, Princeton Univ. Press., Princeton NJ, 1993.
19. M. Rösler, *Bessel-type signed hypergroups on $\mathbb{R}$* , in Probability measures on groups and related structures, XI (Oberwolfach, 1994), H. Heyer and A. Mukherjea, Eds., 1995, 292-304, World Scientific, River edge, NJ, USA.
20. A. Torchinsky, *Real-variable methods in harmonic analysis*, Academic Press. 1986.
21. K. Trimtche, *Paley-Wiener theorems for the Dunkl transform and Dunkl translation operators*, Int. Trans. Spec. Funct. 13 (2002), 17-38.

XÜLASƏ

Yaqub Məmmədov, Fatma Müslüмова

DANKL OPERATORU İLƏ BAĞLI MAKSİMAL OPERATORUN ORLIÇ FƏZASINDA MƏHDUDLUĞU

Harmonik analiz sahəsinə təsir edən əsas nailiyyətlərdən biri maksimal operatorlar və potensial tipli integral operatorlar nəzəriyyəsinin ideya və texnikasının müvəffəqiyyətlə cəlb olunmasından ibarətdir. Bu ideya və üsullar xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsində, funksiyalar nəzəriyyəsində, funksional analizdə, ehtimal nəzəriyyəsində, yaxınlıqlar nəzəriyyəsinin məsələlərində, harmonik analizdə bircins qruplarda və riyaziyyatın digər bölmələrində tətbiq olunur.

Məqalədə Dankl operatoru ilə bağlı maksimal D -maksimal operatorun D -Orliç fəzasında məhdudluğu isbat edilmişdir.

РЕЗЮМЕ

Ягуб Мамедов, Фатма Муслимова

ОГРАНИЧЕННОСТЬ МАКСИМАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА, ПОРОЖДЕННАЯ ОПЕРАТОРОМ ДАНКЛЯ В ПРОСТРАНСТВЕ ОРЛИЧА

Одно из основных достижений последних десятилетий, повлиявших на облик гармонического анализа, состоит в успешном привлечении идей и техники теории максимальных операторов и интегральных операторов типа потенциала. Эти идеи и методы применяются в теории дифференциальных уравнений с частными производными, теории функций, функциональном анализе, теории вероятностей, задачах теории приближений, гармоническом анализе на однородных группах и других разделах математики.

В статье доказана ограниченность D -максимального оператора, порожденная оператором Данкля в пространстве D -Орлича.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

JAVANSHIR HASANOV

Azerbaijan State Oil and Industry University

UOT:517

HARDY-LITTLEWOOD-STEIN-WEISS INEQUALITY IN THE GENERALIZED MORREY SPACES WITH VARIABLE EXPONENT ON UNBOUNDED SETS

Açar sözlər: *Riss potensialı, ümumiləşmiş Morri fəzası, BMO fəzası, maksimal operator, Hölder bərabərsizliyi*

Key words: *Riesz potential, generalized Morrey space, BMO space, maximal operator, Hölder inequality*

Ключевые слова: *потенциал Рисса, обобщенное пространство Морри, пространство BMO, максимальный оператор, неравенства Гёльдера*

2000 *Mathematics Subject Classification:* Primary 42B20, 42B25, 42B35

E. Introduction

Morrey spaces were introduced by C. B. Morrey in 1938 in connection with certain problems in elliptic partial differential equations and calculus of variations (see [27]), they are defined by the norm

$$\|f\|_{L^{p,\lambda}} := \sup_{x, r>0} r^{-\frac{\lambda}{p}} \|f\|_{L^p(B(x,r))},$$

where $0 \leq \lambda < n$, $1 \leq p < \infty$. In the theory of partial differential equations, together with weighted Lebesgue spaces, Morrey spaces $L^{p,\lambda}(\Omega)$ play an important role. Later, Morrey spaces found important applications to Navier-Stokes ([26], [48]) and Schrödinger ([32], [34], [35], [46], [47]) equations, elliptic problems with discontinuous coefficients ([7], [12]), and potential theory ([1], [2]). An exposition of the Morrey spaces can be found in the books [13].

As is known, last two decades there is an increasing interest to the study of variable exponent spaces and operators with variable parameters in such spaces, we refer for instance to the surveying papers [9], [24], [41], on the progress in this field, including topics of Harmonic Analysis and Operator Theory, see also references therein.

Variable exponent Morrey spaces $L^{p(\cdot),\lambda(\cdot)}(\Omega)$, were introduced and studied in [3] and [29] in the Euclidean setting and in [19] in the setting of metric measure spaces, in case of bounded sets. In [3] there was proved the boundedness of the maximal operator in variable exponent Morrey spaces $L^{p(\cdot),\lambda(\cdot)}(\Omega)$ under the log-condition on $p(\cdot)$ and $\lambda(\cdot)$ and for potential operators, under the same log-condition and the assumptions $\inf_{x \in \Omega} \alpha(x) > 0$, $\sup_{x \in \Omega} [\lambda(x) + \alpha(x)p(x)] < n$, there was proved a Sobolev type $L^{p(\cdot),\lambda(\cdot)} \rightarrow L^{q(\cdot),\lambda(\cdot)}$ -theorem. In the case of constant α , there was also proved a boundedness theorem in the limiting case $p(x) = \frac{n-\lambda(x)}{\alpha}$, when the potential operator

I^α acts from $L^{p(\cdot),\lambda(\cdot)}$ into BMO . In [29] the maximal operator and potential operators were considered in a somewhat more general space, but under more restrictive conditions on $p(x)$. P. Hästö in [18] used his new “local-to-global” approach to extend the result of [3] on the maximal operator to the case of the whole space $\mathbb{R}^n$. In [19] there was proved the boundedness of the

maximal operator and the singular integral operator in variable exponent Morrey spaces $L^{p(\cdot),\lambda(\cdot)}$ in the general setting of metric measure spaces.

Generalized Morrey spaces of such a kind in the case of constant p were studied in [4], [11], [25], [28], [30], [31]. In [15] there was proved the boundedness of the maximal operator, singular integral operator and the potential operators in generalized variable exponent Morrey spaces $M^{p(\cdot),\omega}(\Omega)$.

In the case of constant p and λ , the results on the boundedness of potential operators and classical Calderon-Zygmund singular operators go back to [1] and [33], respectively, while the boundedness of the maximal operator in the Euclidean setting was proved in [8]; for further results in the case of constant p and λ see for instance [5], [6].

We introduce the generalized variable exponent weighted Morrey spaces $M^{p(\cdot),\omega,|\cdot|^\gamma}(\Omega)$ over an open set $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$. Within the frameworks of the spaces $M^{p(\cdot),\omega,|\cdot|^\gamma}(\Omega)$, over unbounded sets $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ we consider the Riesz potential operators

$$I^\alpha f(x) = \int_{\Omega} |x-y|^{\alpha-n} f(y) dy, 0 < \alpha < n,$$

the fractional maximal operator

$$M^\alpha f(x) = \sup_{r>0} |B(x,r)|^{\frac{\alpha}{n}-1} \int_{B(x,r)} |f(y)| dy, 0 \leq \alpha < n.$$

The main results are given in Theorems 1,2,3, 4. We emphasize that the results we obtain for generalized weighted Morrey spaces are new even in the case when $p(x)$ is constant, because we do not impose any monotonicity type condition on $\omega(x,r)$.

N o t a t i o n :

$\mathbb{R}^n$ is the n -dimensional Euclidean space,

$\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ is an open set;

$\chi_E(x)$ is the characteristic function of a set $E \subseteq \mathbb{R}^n$;

$B(x,r) = \{y \in \mathbb{R}^n : |x-y| < r\}$, $\tilde{B}(x,r) = B(x,r) \cap \Omega$;

by c, C, c_1, c_2 etc, we denote various absolute positive constants, which may have different values even in the same line.

E. Preliminaries on variable exponent Lebesgue and Morrey spaces

We refer to the book [10] for variable exponent Lebesgue spaces but give some basic definitions and facts. Let $p(\cdot)$ be a measurable function on Ω with values in $(1, \infty)$. An open set Ω which may be unbounded throughout the whole paper. We mainly suppose that

$$1 < p_- \leq p(x) \leq p_+ < \infty, \quad (1)$$

where $p_- := \operatorname{ess\,inf}_{x \in \Omega} p(x)$, $p_+ := \operatorname{ess\,sup}_{x \in \Omega} p(x)$. By $L^{p(\cdot)}(\Omega)$ we denote the space of all measurable functions $f(x)$ on Ω such that

$$I_{p(\cdot)}(f) = \int_{\Omega} |f(x)|^{p(x)} dx < \infty.$$

Equipped with the norm

$$\|f\|_{p(\cdot)} = \inf \left\{ \eta > 0 : I_{p(\cdot)} \left(\frac{f}{\eta} \right) \leq 1 \right\},$$

this is a Banach function space. By $p'(\cdot) = \frac{p(x)}{p(x)-1}$, $x \in \Omega$, we denote the conjugate exponent.

The space $L^{p(\cdot)}(\Omega)$ coincides with the space

$$\left\{ f(x) : \left| \int_{\Omega} f(y)g(y)dy \right| < \infty \text{ for all } g \in L^{p'(\cdot)}(\Omega) \right\} \quad (2)$$

up to the equivalence of the norms

$$\|f\|_{L^{p(\cdot)}(\Omega)} \approx \sup_{\|g\|_{L^{p'(\cdot)}(\Omega)} \leq 1} \left| \int_{\Omega} f(y)g(y)dy \right|. \quad (3)$$

For the basics on variable exponent Lebesgue spaces we refer to [45].

$P(\Omega)$ is the set of bounded measurable functions $p : \Omega \rightarrow [1, \infty)$;

$P^{log}(\Omega)$ is the set of exponents $p \in P(\Omega)$ satisfying the local log-condition

$$|p(x) - p(y)| \leq \frac{A}{-\ln|x-y|}, \quad |x-y| \leq \frac{1}{2}, \quad x, y \in \Omega, \quad (4)$$

where $A = A(p) > 0$ does not depend on x, y ;

$A^{log}(\Omega)$ is the set of bounded exponents $p : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ satisfying the condition (4);

$P^{log}(\Omega)$ is the set of exponents $p \in P^{log}(\Omega)$ with $1 < p_- \leq p_+ < \infty$;

for Ω which may be unbounded, by $P_{\infty}(\Omega)$, $P_{\infty}^{log}(\Omega)$, $P_{\infty}^{log}(\Omega)$, $A_{\infty}^{log}(\Omega)$ we denote the subsets of the above sets of exponents satisfying the decay condition (when Ω is unbounded)

$$|p(x) - p(\infty)| \leq \frac{A_{\infty}}{\ln(2+|x|)}, \quad x \in \mathbb{R}^n. \quad (5)$$

where $p_{\infty} = \lim_{x \rightarrow \infty} p(x) > 1$.

We will also make use of the estimate provided by the following lemma (see [10], Corollary 4.5.9).

$$\|\chi_{\tilde{B}(x,r)}(\cdot)\|_{p(\cdot)} \leq Cr^{\theta_p(x,r)}, \quad x \in \Omega, \quad p \in P_{\infty}^{log}(\Omega), \quad (6)$$

$$\text{where } \theta_p(x,r) = \begin{cases} \frac{n}{p(x)}, & r \leq 1, \\ \frac{n}{p(\infty)}, & r \geq 1 \end{cases}.$$

By ω we always denote a weight, i.e. a positive, locally integrable function with domain Ω . The weighted Lebesgue space $L_{\omega}^{p(\cdot)}(\Omega)$ is defined as the set of all measurable functions for which

$$\|f\|_{L_{\omega}^{p(\cdot)}(\Omega)} = \|f\omega\|_{L^{p(\cdot)}(\Omega)}.$$

We will also make use of the estimate provided by the following lemma (see [39], Corollary to Lemma 3.22).

Lemma 1. *Let Ω be a bounded domain, $p \in P^{log}(\Omega)$ and condition (4). Let also $\beta \in P^{log}(\Omega)$ and $\sup_{x \in \Omega} [n + v(x)p(x)] < 0$, $\sup_{x \in \Omega} [n + v(x)p(x) + \beta(x)] < 0$. Then*

$$\| |x-y|^{v(x)} \chi_{\tilde{B}(x,r)}(y) \|_{L^{p(\cdot),|\beta(x)|}} \leq Cr^{\frac{v(x)+\frac{n}{p(x)}}{p(x)}} (r+|x|)^{\frac{\beta(x)}{p(x)}}, \quad x \in \Omega, \quad (7)$$

where C does not depend on x and r .

Lemma 2. *Let Ω be a unbounded domain, let $p \in P_{\infty}^{log}(\Omega)$ and the function $v(x)$ satisfy the assumptions of Lemma 1 and additionally $\sup_{x \in \Omega} [n + v(x)p(\infty)] < 0$, $\sup_{x \in \Omega} [n + v(x)p(\infty) + \beta(x)] < 0$. Then*

$$\left\| |x-y|^{\nu(x)} \chi_{B(x,r)}(y) \right\|_{L^{p(\cdot),|\cdot|}^{\beta(x)}} \leq C r^{\nu(x)+\theta_p(x,r)} (r+|x|)^{\frac{\beta(x)}{p(x)}}, \quad x \in \Omega, \quad (8)$$

where C does not depend on x and r .

Let $\lambda(x)$ be a measurable function on Ω with values in $[0, n]$. The variable Morrey space $L^{p(\cdot), \lambda(\cdot)}(\Omega)$ and variable weighted Morrey space $L^{p(\cdot), \lambda(\cdot), |\cdot|^\gamma}(\Omega)$ is defined as the set of integrable functions f on Ω with the finite norms

$$\begin{aligned} \|f\|_{L^{p(\cdot), \lambda(\cdot)}(\Omega)} &= \sup_{x \in \Omega, t > 0} t^{\frac{\lambda(x)}{p(x)}} \left\| f \chi_{\tilde{B}(x,t)} \right\|_{L^{p(\cdot)}(\Omega)}, \\ \|f\|_{L^{p(\cdot), \lambda(\cdot), |\cdot|^\gamma}(\Omega)} &= \sup_{x \in \Omega, t > 0} t^{\frac{\lambda(x)}{p(x)}} \left\| \cdot^{\frac{\gamma}{p(\cdot)}} f \chi_{\tilde{B}(x,t)} \right\|_{L^{p(\cdot)}(\Omega)}. \end{aligned}$$

Let $M^\#$ be the sharp maximal function defined by

$$M^\# f(x) = \sup_{r > 0} |B(x, r)|^{-1} \int_{\tilde{B}(x, r)} |f(y) - f_{\tilde{B}(x, r)}| dy,$$

where $f_{\tilde{B}(x, t)}(x) = |\tilde{B}(x, t)|^{-1} \int_{\tilde{B}(x, t)} f(y) dy$.

We define the $BMO_{|\cdot|^\beta}(\Omega)$ space as the set of all locally integrable functions f with finite norm

$$\|f\|_{BMO_{|\cdot|^\beta}} = \sup_{x \in \Omega} |x|^\beta M^\# f(x) = \|M^\# f\|_{L_{\infty, |\cdot|^\beta}}.$$

Everywhere in the sequel the functions $\omega(x, r)$, $\omega_1(x, r)$ and $\omega_2(x, r)$ used in the body of the paper, are non-negative measurable function on $\Omega \times (0, \infty)$.

We find it convenient to define the generalized Morrey spaces in the form as follows.

Let $1 \leq p < \infty$. The generalized Morrey space $M^{p(\cdot), \omega}(\Omega)$ is defined by the norms

$$\begin{aligned} \|f\|_{M^{p(\cdot), \omega}} &= \sup_{x \in \Omega, r > 0} \frac{r^{-\theta_p(x, r)}}{\omega(x, r)} \|f\|_{L^{p(\cdot)}(\tilde{B}(x, r))}, \\ \|f\|_{M^{p(\cdot), \omega, |\cdot|^\gamma}} &= \sup_{x \in \Omega, r > 0} \frac{r^{-\theta_p(x, r)}}{\omega(x, r)} \|f\|_{L^{p(\cdot), |\cdot|^\gamma}(\tilde{B}(x, r))}. \end{aligned}$$

According to this definition, we recover the space $L^{p(\cdot), \lambda(\cdot)}(\Omega)$ under the choice $\omega(x, r) = r^{\frac{\lambda(x)-n}{p(x)}}$:

$$L^{p(\cdot), \lambda(\cdot)}(\Omega) = M^{p(\cdot), \omega(\cdot)}(\Omega) \Big|_{\omega(x, r) = r^{\frac{\lambda(x)-n}{p(x)}}}.$$

Everywhere in the sequel we assume that

$$\inf_{x \in \Omega, r > 0} \omega(x, r) > 0 \quad (9)$$

which makes the space $M^{p(\cdot), \omega}(\Omega)$ nontrivial. Note that when p is constant, in the case of $\omega(x, r) \equiv \text{const} > 0$, we have the space $L^\infty(\Omega)$.

E. Riesz potential operator in the spaces $M^{p(\cdot), \omega(\cdot), |\cdot|^\gamma}(\Omega)$

Theorem 1. Let $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ be an open unbounded set, $0 < \alpha < n$, $p \in \mathcal{P}_\infty^{\log}(\Omega)$ satisfy condition (1) and $p_+ < \frac{n}{\alpha}$, $\frac{1}{q(x)} = \frac{1}{p(x)} - \frac{\alpha}{n}$, $\alpha p(x) - n < \gamma < n(p(x) - 1)$, $\mu = \frac{q(x)\gamma}{p(x)}$. Then

$$\|I^\alpha f\|_{L^{q(\cdot),|\cdot|^\mu}(\tilde{B}(x,t))} \leq C t^{\theta_q(x,t)} (t+|x|)^{\frac{\gamma}{n}\theta_p(x,t)} \int_t^\infty s^{-\theta_q(x,s)-1} (s+|x|)^{-\frac{\gamma}{n}\theta_p(x,s)} \|f\|_{L^{p(\cdot),|\cdot|^\gamma}(\tilde{B}(x,s))} ds, \quad (1)$$

where $t \in (0, \infty)$ and C does not depend on f , x and t .

Proof. We represent f as

$$f = f_1 + f_2, \quad f_1(y) = f(y)\chi_{\tilde{B}(x,2t)}(y), \quad f_2(y) = f(y)\chi_{\Omega \setminus \tilde{B}(x,2t)}(y), \quad t > 0, \quad (2)$$

and have

$$I^\alpha f(x) = I^\alpha f_1(x) + I^\alpha f_2(x).$$

By the boundedness operator I^α the spaces $L^{p(\cdot),|\cdot|^\gamma}(\Omega)$ to $L^{q(\cdot),|\cdot|^\mu}(\Omega)$, we obtain

$$\|I^\alpha f_1\|_{L^{q(\cdot),|\cdot|^\mu}(\tilde{B}(x,t))} \leq \|I^\alpha f_1\|_{L^{q(\cdot),|\cdot|^\mu}(\Omega)} \leq C \|f_1\|_{L^{p(\cdot),|\cdot|^\gamma}(\Omega)} = C \|f\|_{L^{p(\cdot),|\cdot|^\gamma}(\tilde{B}(x,2t))}.$$

Then

$$\|I^\alpha f_1\|_{L^{q(\cdot),|\cdot|^\mu}(\tilde{B}(x,t))} \leq C \|f\|_{L^{p(\cdot),|\cdot|^\gamma}(\tilde{B}(x,2t))},$$

where the constant C is independent of f .

Taking into account that

$$\|f\|_{L^{p(\cdot),|\cdot|^\gamma}(\tilde{B}(x,2t))} \leq C t^{\theta_q(x,t)} (t+|x|)^{\frac{\gamma}{n}\theta_p(x,t)} \int_t^\infty s^{-\theta_q(x,s)-1} (s+|x|)^{-\frac{\gamma}{n}\theta_p(x,s)} \|f\|_{L^{p(\cdot),|\cdot|^\gamma}(\tilde{B}(x,s))} ds,$$

we get

$$\|I^\alpha f_1\|_{L^{q(\cdot),|\cdot|^\mu}(\tilde{B}(x,t))} \leq C t^{\theta_q(x,t)} (t+|x|)^{\frac{\gamma}{n}\theta_p(x,t)} \int_t^\infty s^{-\theta_q(x,s)-1} (s+|x|)^{-\frac{\gamma}{n}\theta_p(x,s)} \|f\|_{L^{p(\cdot),|\cdot|^\gamma}(\tilde{B}(x,s))} ds. \quad (3)$$

When $|x-z| \leq t$, $|z-y| \geq 2t$, we have $\frac{1}{2}|z-y| \leq |x-y| \leq \frac{3}{2}|z-y|$, and therefore

$$|I^\alpha f_2(x)| \leq C \int_{\Omega \setminus \tilde{B}(x,2t)} |x-y|^{\alpha-n} |f(y)| dy.$$

We choose $\beta > \frac{n}{q(x)}$ and obtain

$$\begin{aligned} \int_{\Omega \setminus \tilde{B}(x,2t)} |x-y|^{\alpha-n} |f(y)| dy &= \beta \int_{\Omega \setminus \tilde{B}(x,2t)} |x-y|^{\alpha-n+\beta} |f(y)| \left(\int_{|x-y|}^\infty s^{-\beta-1} ds \right) dy \\ &= \beta \int_{2t}^\infty s^{-\beta-1} \left(\int_{\{y \in \Omega : 2t \leq |x-y| \leq s\}} |x-y|^{\alpha-n+\beta} |f(y)| dy \right) ds \\ &\leq C \int_{2t}^\infty s^{-\beta-1} \|f\|_{L^{p(\cdot),|\cdot|^\gamma}(\tilde{B}(x,s))} \|x-y|^{\alpha-n+\beta} \|1\|_{L^{p'(\cdot),|\cdot|^\gamma(1-p(x))}(\tilde{B}(x,s))} ds \\ &\leq C \int_t^\infty s^{\alpha-\theta_p(x,s)-1} (s+|x|)^{-\frac{\gamma}{n}\theta_p(x,s)} \|f\|_{L^{p(\cdot),|\cdot|^\gamma}(\tilde{B}(x,s))} ds. \end{aligned}$$

Hence

$$\|I^\alpha f_2\|_{L^{q(\cdot),|\cdot|^\mu}(\tilde{B}(x,t))} \leq C \int_t^\infty s^{-\theta_q(x,s)-1} (s+|x|)^{-\frac{\gamma}{n}\theta_p(x,s)} \|f\|_{L^{p(\cdot),|\cdot|^\gamma}(\tilde{B}(x,s))} ds \|\chi_{\tilde{B}(x,t)}\|_{L^{q(\cdot),|\cdot|^\mu}(\Omega)}.$$

Therefore

$$\|I^\alpha f_2\|_{L^{q(\cdot),|\cdot|^\mu}(\tilde{B}(x,t))} \leq C t^{\theta_q(x,t)} (t+|x|)^{\frac{\gamma}{n}\theta_p(x,t)} \int_t^\infty s^{-\theta_q(x,s)-1} (s+|x|)^{-\frac{\gamma}{n}\theta_p(x,s)} \|f\|_{L^{p(\cdot),|\cdot|^\gamma}(\tilde{B}(x,s))} ds \quad (4)$$

which together with (3) yields (1).

Theorem 2. Let $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ be an open unbounded set and $p, q \in \mathbf{P}_\infty^{\log}(\Omega)$ satisfy assumption (1), $0 < \alpha < n$, $p_+ < \frac{n}{\alpha}$, $\frac{1}{q(x)} = \frac{1}{p(x)} - \frac{\alpha}{n}$, $\alpha p(x) - n < \gamma < n(p(x) - 1)$, $\mu = \frac{q(x)\gamma}{p(x)}$ and the functions $\omega_1(x, r)$ and $\omega_2(x, r)$ fulfill the condition

$$\int_r^\infty t^\alpha (t + |x|)^{-\frac{\gamma}{n}\theta_p(x,t)} \omega_1(x, t) \frac{dt}{t} \leq C(r + |x|)^{-\frac{\gamma}{n}\theta_p(x,r)} \omega_2(x, r). \quad (5)$$

Then the operators M^α and I^α are bounded from $M^{p(\cdot), \omega_1(\cdot), |\cdot|^\gamma}(\Omega)$ to $M^{q(\cdot), \omega_2(\cdot), |\cdot|^\mu}(\Omega)$.

Proof. Let $f \in M^{p(\cdot), \omega_1(\cdot), |\cdot|^\gamma}(\Omega)$. As usual, when estimating the norm

$$\|I^\alpha f\|_{M^{q(\cdot), \omega_2(\cdot), |\cdot|^\mu}(\Omega)} = \sup_{x \in \Omega, t > 0} \frac{t^{-\theta_q(x,t)}}{\omega_2(x, t)} \|I^\alpha f \chi_{\tilde{B}(x,t)}\|_{L^{q(\cdot), |\cdot|^\mu}(\Omega)}, \quad (6)$$

thanks to condition (9). We estimate $\|I^\alpha f \chi_{\tilde{B}(x,t)}\|_{L^{q(\cdot), |\cdot|^\mu}(\Omega)}$ in (6) by means of Theorem 1 and obtain

$$\begin{aligned} \|I^\alpha f\|_{M^{q(\cdot), \omega_2(\cdot), |\cdot|^\mu}(\Omega)} &\leq C \sup_{x \in \Omega, t > 0} \frac{(t + |x|)^{\frac{\gamma}{n}\theta_p(x,t)}}{\omega_2(x, t)} \int_t^\infty r^{-\theta_q(x,r)-1} (r + |x|)^{-\frac{\gamma}{n}\theta_p(x,r)} \|f\|_{L^{p(\cdot), |\cdot|^\gamma}(\tilde{B}(x,r))} dr \\ &\leq C \|f\|_{M^{p(\cdot), \omega_1(\cdot), |\cdot|^\gamma}(\Omega)} \sup_{x \in \Omega, t > 0} \frac{(t + |x|)^{\frac{\gamma}{n}\theta_p(x,t)}}{\omega_2(x, t)} \int_t^\infty \frac{r^\alpha (r + |x|)^{-\frac{\gamma}{n}\theta_p(x,r)} \omega_1(x, r)}{r} dr. \end{aligned}$$

It remains to make use of condition (5).

Theorem 3. Let $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ be an open unbounded set and $p \in \mathbf{P}_\infty^{\log}(\Omega)$ satisfy assumption (1), γ , μ satisfy condition

$$0 \leq \gamma < n - \theta_p(x, |x|), \mu = \frac{\gamma}{n} \theta_p(x, |x|) \quad (7)$$

and let $\omega(x, t)$ satisfy condition

$$r^\alpha \omega(x, r) \leq C, \quad (8)$$

Then the operators M^α is bounded from $M^{p(\cdot), \omega(\cdot), |\cdot|^\gamma}(\Omega)$ to $L^{\infty, |\cdot|^\mu}(\Omega)$.

Proof. Let $x \in \Omega$ and $r > 0$. By the Hölder inequality we get successively

$$\begin{aligned} &r^{\alpha-n} \int_{\tilde{B}(x,r)} |f(y)| dy \\ &\leq C r^{\alpha-n} r^{\theta_p(x,r)} \omega(x, r) r^{-\theta_p(x,r)} \omega^{-1}(x, r) \|f\|_{L^{p(\cdot), |\cdot|^\gamma}(\tilde{B}(x,r))} \|\chi_{\tilde{B}(x,r)}\|_{L^{p'(\cdot), |\cdot|^{\gamma(1-p(\cdot))}}} \\ &\leq C r^\alpha \omega(x, r) |x|^{-\frac{\gamma}{n}\theta_p(x, |x|)} \|f\|_{M^{p(\cdot), \omega(\cdot), |\cdot|^\gamma}} \leq C |x|^{-\frac{\gamma}{n}\theta_p(x, |x|)} \|f\|_{M^{p(\cdot), \omega(\cdot), |\cdot|^\gamma}}. \end{aligned}$$

Theorem 4. Let $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ be an open unbounded set and $p \in \mathbf{P}_\infty^{\log}(\Omega)$ satisfy assumption (1), γ , μ satisfy condition (7), $0 < \alpha < n$ and let $\omega(x, t)$ satisfy condition (8). Then the operator I^α is bounded from $M^{p(\cdot), \omega(\cdot), |\cdot|^\gamma}(\Omega)$ to $BMO_{|\cdot|^\mu}(\Omega)$.

Proof. Let $f \in M^{p(\cdot), \omega(\cdot), |\cdot|^\gamma}(\Omega)$. In [1] was proved

$$M^\#(I^\alpha f)(x) \leq C M^\alpha f(x). \quad (9)$$

The proof Theorem 4, by the Theorem 3 and inequality (9).

REFERENCES

1. D.R. Adams, *A note on Riesz potentials*. Duke Math., 42 (1975), 765-778.
2. D.R. Adams, *Choquet integrals in potential theory*, Publ. Mat. 42 (1998), 3-66.
3. A. Almeida, J.J. Hasanov, S.G. Samko, *Maximal and potential operators in variable exponent Morrey spaces*. Georgian Mathematic Journal, 15(2), 2008, 1-15.
4. V.I. Burenkov, H.V. Guliyev, *Necessary and sufficient conditions for boundedness of the maximal operator in the local Morrey-type spaces*. Studia Mathematica 163 (2) (2004), 157-176.
5. V.I. Burenkov, V.S. Guliyev, *Necessary and sufficient conditions for boundedness of the Riesz potential in the local Morrey-type spaces*, Potential Analysis, 31 (2009), no. 2, 1-39.
6. V. I. Burenkov, V.S. Guliyev, A. Serbetci and T. V. Tararykova, *Necessary and sufficient conditions for the boundedness of genuine singular integral operators in local Morrey-type spaces* Doklady Ross. Akad. Nauk, 2008, vol. 422, no. 1, 11-14.
7. L. Caffarelli, *Elliptic second order equations*, Rend. Sem. Mat. Fis. Milano 58 (1990), 253-284.
8. F. Chiarenza, M. Frasca, *Morrey spaces and Hardy–Littlewood maximal function*. Rend. Math. 7 (1987), 273-279.
9. L. Diening, P. Hasto and A. Nekvinda, *Open problems in variable exponent Lebesgue and Sobolev spaces*, “Function Spaces, Differential Operators and Nonlinear Analysis”, Proceedings of the Conference held in Milovy, Bohemian-Moravian Uplands, May 28 – June 2, 2004, Math. Inst. Acad. Sci. Czech Republic, Praha, 2005, 38-58.
10. L. Diening, P. Harjulehto, Hästö, and M. Ružička, *Lebesgue and Sobolev spaces with variable exponents*, Springer-Verlag, Lecture Notes in Mathematics, vol. 2017, Berlin, 2011.
11. Eridani, H.Gunawan and E.Nakai, *Integral operators of potential type in spaces of homogeneous type*, Sci. Math. Jpn. 60 (2004), 539-550
12. G. Di Fazio, D.K. Palagachev and M.A. Ragusa, *Global Morrey regularity of strong solutions to the Dirichlet problem for elliptic equations with discontinuous coefficients*, J. Funct. Anal. 166 (1999), 179-196.
13. M. Giaquinta, *Multiple integrals in the calculus of variations and nonlinear elliptic systems*. Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, 1983.
14. V.S.Guliyev, *Integral operators on function spaces on the homogeneous groups and on domains in $\mathbb{R}^n$* . Doctor’s degree dissertation, Moscow, Mat. Inst. Steklov, 1994, 1-329. (Russian)
15. V.S.Guliev, J.J.Hasanov, S.G.Samko, *Boundedness of the maximal, potential and singular operators in the generalized variable exponent Morrey spaces*. Mathematica Scandinavica, 107 (2010), 285-304.
16. J.J. Hasanov *Hardy-Littlewood-Stein-Weiss inequality in the variable exponent Morrey spaces*, Proc. Inst. Math. Mech. Natl. Acad. Sci. Azerb. 39 (2013), 47-62.
17. J.J. Hasanov, *Hardy-Littlewood-Stein-Weiss Inequality in the generalized Morrey spaces with variable exponent*, Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics 2 (1) (2014), 38-59.
18. P.Hästö, *Local-to-global results in variable exponent spaces*. Math. Res. Letters, 15, 2008
19. V. Kokilashvili, and A. Meskhi, *Boundedness of Maximal and Singular Operators in Morrey Spaces with Variable Exponent*, Arm. J. Math. (Electronic), 1 (2008), no 1, 18-28.
20. V. Kokilashvili and S. Samko, *Singular integrals and Potentials in Some Banach spaces with variable exponent*. Proc. A.Razmadze Math.Inst. 129(2002), 150-155.
21. V. Kokilashvili and S. Samko, *Singular integrals and potentials in some Banach function spaces with variable exponent*. J. Funct. Spaces Appl. 1 (2003), 1, 45-59.
22. V. Kokilashvili and S. Samko, *On Sobolev Theorem for Riesz-type potentials in Lebesgue spaces with variable exponents*. Z. Anal. Anwend. 22 (2003), 4, 899-910.
23. V. Kokilashvili and S. Samko, *Boundedness in Lebesgue spaces with variable exponent of maximal, singular and potential operators*. Izv. Visshikh Uchebn. Zaved. Severo-Kavk. Region, 152-157, 2005.

24. V. Kokilashvili and S. Samko, *Weighted Boundedness of the Maximal, Singular and Potential Operators in Variable Exponent Spaces* Analytic Methods of Analysis and Differential Equations, Cambridge Scientific Publishers, Eds: A.A.Kilbas and S.V.Rogosin, 139-164, 2008
25. K.Kurata, S.Nishigaki and S.Sugano. *Boundedness of Integral Operators on Generalized Morrey Spaces and Its Application to Schrödinger operators*. Proc. AMS, 1999, 128(4), 1125–1134.
26. A.L. Mazzucato, *Besov-Morrey spaces: function space theory and applications to non-linear PDE*, Trans. Amer. Math. Soc. 355 (2003), 1297-1364.
27. C.B. Morrey, *On the solutions of quasi-linear elliptic partial differential equations*. Trans. Amer. Math. Soc. 43 (1938), 126-166.
28. T.Mizuhara, *Boundedness of some classical operators on generalized Morrey spaces*. Harmonic Analysis (S. Igari, Editor), ICM 90 Satellite Proceedings, Springer – Verlag, Tokyo (1991), 183-189.
29. Y. Mizuta and T.Shimomura. Sobolev embeddings for Riesz potentials of functions in Morrey spaces of variable exponent. *J. Math. Japan*, **60**, 2008, 583-602.
30. E.Nakai, *Hardy–Littlewood maximal operator, singular integral operators and Riesz potentials on generalized Morrey spaces*. Math. Nachr. 166 (1994), 95-103.
31. E.Nakai, *The Campanato, Morrey and Holder spaces on spaces of homogeneous type*. Studia Math., Vol.176 (2006), 1–19.
32. C. Perez, *Two weighted norm inequalities for Riesz potentials and uniform L_p -weighted Sobolev inequalities*, Indiana Univ. Math. J. 39 (1990), 31–44.
33. J. Peetre, *On the theory of $L^{p,\lambda}$ spaces*. J. Funct. Anal. 4 (1969), 71-87.
34. A. Ruiz and L. Vega, *Unique continuation for Schrödinger operators with potential in Morrey spaces*, Publ. Mat. 35 (1991), 291-298.
35. A. Ruiz and L. Vega, *On local regularity of Schrödinger equations*, Int. Math. Res. Notices 1993:1 (1993), 13-27.
36. N.Samko. *Singular integral operators in weighted spaces with generalized Hölder condition*, Proc. A. Razmadze Math. Inst, 120, 1999, 107-134.
37. N.Samko. *On non-equilibrated almost monotonic functions of the Zygmund-Bary-Steckin class*, Real Anal. Exch., 30(2), 2004/2005, 727–745.
38. N.Samko, S.Samko and B.Vakulov, *Weighted Sobolev theorem in Lebesgue spaces with variable exponent*, J. Math. Anal. And Applic., 335, 2007, 560-583.
39. S. Samko, *Convolution type operators in $L^{p(x)}$* . Integr. Transform. And Special Funct., 7(1998), 1-2, 123-144.
40. S. Samko, *Convolution and potential type operators in the space $L^{p(x)}$* . Integr. Transform. And Special Funct., 7(1998), 3-4, 261-284.
41. S. Samko, *On a progress in the theory of Lebesgue spaces with variable exponent: maximal and singular operators*, Integr. Transf. And Spec. Funct, 16(5-6) (2005), 461-482.
42. S.G. Samko, *Differentiation and integration of variable order and the spaces $L^{p(x)}$* . Proceed. Of Intern. Conference "Operator Theory and Complex and Hypercomplex Analysis", 12–17 December 1994, Mexico City, Mexico, Contemp. Math., Vol. 212, 203-219, 1998.
43. S. Samko, E. Shargorodsky, B. Vakulov, *Weighted Sobolev theorem with variable exponent for spatial and spherical potential operators*. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 325 (2007), 745-751.
44. E.M. Stein, *Harmonic Analysis: Real-Variable Methods, Orthogonality and Oscillatory Integrals*, Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, 1993.
45. I.I. Sharapudinov, *The topology of the space $L^{p(t)}([0,1])$* . Mat. Zametki 26 (1979), 3-4, 613–632.
46. Z. Shen, *The periodic Schrödinger operators with potentials in the Morrey class*, J. Funct. Anal. 193 (2002), 314-345.
47. Z. Shen, *Boundary value problems in Morrey spaces for elliptic systems on Lipschitz domains*, Amer. J. Math. 125 (2003), 1079-1115.

48. M.E. Taylor, *Analysis on Morrey spaces and applications to Navier-Stokes and other evolution equations*, Comm. Partial Differential Equations 17 (1992), 1407-1456.

XÜLASƏ

Cavanşir Həsənov

QEYRİ MƏHDUD OBLACTDA DƏYİŞƏN DƏRƏCƏLİ ÜMUMİLƏŞMİŞ MORRİ FƏZASINDA HARDI-LITTLVUD-STEYN-VEYSS BƏRABƏRSİZLİYİ

Axırıncı onilliklərdə harmonik analiz sahəsinə təsir edən əsas nailiyyətlərdən biri potensial tipli integral operatorlar nəzəriyyəsinin ideya və texnikasının müvəffəqiyyətlə cəlb olunmasından ibarətdir. Xüsusi törəməli diferensial tənliklər nəzəriyyəsində, analitik funksiyalar nəzəriyyəsinin məsələlərində və həmçinin mexanika məsələlərində rast gəlinən çoxsaylı sərhəd məsələlərinin həlli zamanı potenciallar nəzəriyyəsinin üsullarının tətbiqi zəngin tarixə və müvəffəqiyyətli təcrübəyə malikdir.

Məqalədə dəyişən $p(x)$ dərəcəli ümumiləşmiş çəkili $M^{p(\cdot),\omega,|x|^\gamma}(\Omega)$ Morri fəzası və $\omega(x,r)$ ümumiləşdirici funksiyasının köməkliyi ilə Morri tipli norma təyin olunur. $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ oblastı qeyri məhdud oblast olduqda I^α Riss potensial operatorunun $M^{p(\cdot),\omega,|x|^\gamma}(\Omega)$ fəzasından $M^{q(\cdot),\omega,|x|^\gamma}(\Omega)$ fəzasına məhdudluğu isbat edilmişdir.

РЕЗЮМЕ

Джаваншир Гасанов

НЕРАВЕНСТВА ХАРДИ-ЛИТТЛВУДА-СТЕЙНА-ВЕЙССА НА НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ В ОБОБЩЕННЫХ ПРОСТРАНСТВАХ MORRI С ПЕРЕМЕННОЙ СТЕПЕНИ

Одно из основных достижений последних десятилетий, повлиявших на облик гармонического анализа, состоит в успешном привлечении идей и техники теории интегральных операторов типа потенциала. Применение метода теории потенциала к решению многочисленных краевых задач, встречающихся в теории дифференциальных уравнений в частных производных, в задачах теории аналитических функций, а также в задачах механики имеет богатую историю и успешную практику.

В статье определяется обобщенное весовое пространство Морри $M^{p(\cdot),\omega,|x|^\gamma}(\Omega)$ с переменной степени $p(x)$ и с помощью обобщенной функций $\omega(x,r)$ норма типа Морри. Доказана ограниченность оператора потенциала Рисса I^α из пространств $M^{p(\cdot),\omega,|x|^\gamma}(\Omega)$ в пространство $M^{q(\cdot),\omega,|x|^\gamma}(\Omega)$, когда область $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ является неограниченной областью.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

Məqaləni çapa təqdim etdi: Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent Məhəmməd Namazov

KÖNÜL MƏMMƏDOVA

Naxçıvan Dövlət Universiteti

E-mail: dolca1976@gmail.com

UOT: 517.98

SƏRHƏD NÖQTƏSİ ƏTRAFINDA QEYRİ-XƏTTİ PARABOLİK
TƏNLIYIN HƏLLİNİN TƏDQIQI

Açar sözlər: qeyri-xətti, qeyri-hamar, cırlaşan, parabolik, başlanğıc-sərhəd məsələsi, sərhəd nöqtəsi ətrafında həlli tədqiqi

Key words: nonlinear, nonsmooth, degenerate parabolic, initial- boundary problem, behavior of solution

Ключовые слова: нелинейный, негладкий вырожденный, параболический, наголовью – граничная задача, поведение решения охого граничной точки

Məqalədə qeyri-məhdud qeyri-hamar oblastlarda qeyri-xətti parabolik tənliklərin həllərinin sərhəd nöqtələri ətrafında özünü aparması tədqiq olunur. Bundan əvvəl [1] məqaləsində bu tipli tənliklərin həlləri üçün müəyyən inteqral qiymətləndirmələr alınmışdır. İndi bu cür oblastlarda həll üçün Sen-Venan tipli qiymətləndirmə alacağıq. Bu qiymətləndirmədən və [1]- də olan nəticələrdən istifadə edərək həllin sərhəd nöqtəsi ətrafında qiymətləndirmələrini alacağıq.

Qeyd edək ki, bu cür qiymətləndirmələr yalnız sadə qeyri-hamar sərhəddə malik oblastlarda mümkündür. Bunun üçün oblastın həndəsi quruluşuna xüsusi şərtlər qoyurlar.

Bu cür məsələlərə xətti və kvazixətti tənliklər üçün [2]-[3] məqalələrində baxılmışdır.

Fərz edək ki, bizə $\Omega \in R^n$ $n \geq 2$ Qeyri hamar oblastı verilmişdir. Həndəsi quruluşunu izah etmək üçün bir qədər sonra qeyri-xətti tezlik anlayışı daxil ediləcəyik.

$$Q_T = \Omega \times (0, T),$$

$0 < T < \infty$ silindirində aşağıdakı (1)–(3) məsələsinə baxaq.

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \sum_{|\alpha| \leq m} (-1)^{|\alpha|} D^\alpha A_\alpha(x, t, u, Du, \dots, D_u^m) = 0 \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = 0 \quad (2)$$

$$D^\alpha u|_\Gamma = 0, |\alpha| \leq m-1 \quad (3)$$

Burada : $\partial Q = \Gamma_0 \cup \Gamma_T \cup \Gamma$

$\Gamma_0 = \partial Q \cap \{(x, t) : t = 0\}$, $\Gamma_T = \partial Q \cap \{(x, t) : t = T\}$

fərz edək ki, $A_\alpha(x, t, \xi)$ əmsalları $(x, t) \in Q$ nəzərən ölçülən funksiyalardır,

$\xi \in R^n$ nəzərən kəsilməzdir və aşağıdakı şərtlər öyrənilir.

$$\sum_{|\alpha|} A_\alpha(x, t, \xi) \xi_\alpha^m > \omega(x) |\xi^m|^p - c_1 \omega(x) \sum_{i=1}^{m-1} |\xi^i|^p - f_1(x, t) \quad (4)$$

$$|A_\alpha(x, t, \xi)| \leq c_2 \omega(x) \sum_{i=0}^m |\xi^i|^{p-1} + f_2(x, t), \quad (5)$$

Burada $\xi = (\xi^0, \dots, \xi^m)$, $\xi^i = (\xi_\alpha^i)$, $|\alpha| = i$, $p > 1$ $f_1(x, t) \in L_{p'}(0, T; L_{p, loc}(\Omega_t))$,

$$f_2(x, t) \in L_{1,loc}(Q) \quad \Omega_\tau = Q \cap \{(x, t) : t = \tau\}$$

$L_p(0, T, W_{q\mu}^m(\Omega_\tau))$ fəzası bu cür təyin olunur. $\left\{ u(x, t) : \int_0^T \left(\|u\|_{W_{q,\omega}^m(\Omega'_t)} \right)^p dt < \infty \right\}$ burada

Ω_τ Q -nun məhdud alt çoxluğudur. $\Omega'_t = Q' \cap \{(x, t) : t = \tau\}$. $W_{q,\omega}^m(\Omega'_t)$ - $C^m(\Omega'_t)$ -dan olan funksiyaların qapanması, $W_q^m(\Omega'_t)$ fəzanın qapanmasıdır və bu fəzanın norması belə təyin olunur.

$$\|u\|_{W_{p,\omega}^m(\Omega'_t)} = \left(\int_{\Omega'_t} \omega(x) \sum_{|\alpha| \leq m} |D_x^\alpha|^q dx dt \right)^{1/q}$$

$\omega(x)$ [1]-də daxil olmuş çəki funksiyasıdır və $\lambda_p^p(r, \tau)$ qeyri-xətti tezlikdir. (1)-(3) məsələlərinin ümumiləşmiş həlli dedikdə

Əgər ixtiyari $\varphi \in L_p\left(0, T; \overset{\circ}{W}_{p,\omega}^m(\Omega'_t)\right) \cap L_2(Q')$ funksiyası üçün

$$\begin{aligned} \int_Q \frac{\partial u}{\partial t} \varphi dx dt + \int_Q \sum_{|\alpha| \leq m} A_\alpha(x, t, u, \dots, D^m u) D^\alpha \varphi dx dt = \\ = \int_\Omega \sum_{|\alpha| \leq m} F_\alpha(x, t) D^\alpha \varphi dx dt \end{aligned}$$

inteqral eyniliyi ödənərsə, onda

$$u(x, t) \in L_p\left(0, T; W_{p,\omega,loc}^m(\Omega_t)\right) \cap W_2^1\left(0, T; L_{2,loc}(\Omega_t)\right)$$

funksiyasını (1) tənliyinin ümumiləşmiş həlli adlandıracağıq.

Aşağıda Sen-Venan tipli teorem doğrudur.

Teorem 1. Fərz edək ki, $U(x, T)$ (1)-(3) məsələsinin ümumiləşmiş həllidir. Əmsallar(4)–(5) şərtləri ödəyir. $\omega(x)$ çəki funksiyası qoyulmuş şərtləri ödəyir. $\bar{\varphi}(r)$ $(0, r_0)$ aralığında azalmayan funksiyadır və

$$\bar{\varphi}(r) \leq \varphi(r) \cong r \bar{\lambda}_p(r) \text{ şərti ödəyir}$$

Əgər $G(r)$ funksiyası

$$G_r < C_{15} \exp\left(-\frac{(1-d)^m}{2C_{14} \ln d^{-1}}\right) \int_r^{r_0} \frac{\bar{\varphi}(\tau) d\tau}{\tau} (J(r_0) + G(r_0))$$

şərti ödəyir. Onda $J(r)$ funksiyası üçün

$$J(r) < C_{16} \exp\left(-\frac{(1-\nu)(1-d)^m}{2C_{14} \ln d^{-1}}\right) \int_r^{r_0} \frac{\varphi^{-1}(\tau) d\tau}{\tau} (J(r_0) + G(r_0))$$

qiymətləndirməsi alınır.

Bu qiymətləndirmə Sen-Venan tipli qiymətləndirmədir. Bu qiymətləndirmə əsasında sərhəd nöqtəsi ətrafında oblastın həndəsi quruluşuna şərt verildikdə aşağıdakı əsas qiymətləndirmə alınır.

Teorem 2. Fərz edək ki, $U(x, T)$, (1)-(3) məsələsinin həllidir və $0 \in \partial\Omega$ Ω oblastı 0 nöqtəsinin ətrafında elə sərhəddə malikdir ki, $\forall r \in (0, r_0)$ $\lambda^0 > 0$ üçün

$$\lambda_p(r) > \lambda^0 r^{-1} \text{ şərti ödənilir.}$$

Onda elə $\gamma_0 > 0$ var ki, $G(r)$ üçün bu qiymətləndirmə

$$G(r) < Ar^{\gamma_0 + \varepsilon} G(r_0), \quad \forall r \in (0, r_0) \quad A > 0$$

Doğru olarsa (kifayət qədər kiçik $\varepsilon > 0$ üçün) onda $x \in \Omega_{r_0} < r_0$, $\bar{r}_0 < r_0$ $\delta > 0$ olduqda

$$V(x) |D^j U(x)| < C |x|^{m - \frac{n}{p} + \gamma_0} (J(r) + G(r))^{1/p},$$

Burada $\delta = m - \frac{n}{p} - \left[m - \frac{n}{p} \right], \quad m - \frac{n}{p} \geq 0$

$\delta = 0$ olduqda qiymətləndirmə

$$j = 0, 1, \dots, \left[m - \frac{n}{p} \right] - 1 \text{ olduqda doğrudur.}$$

ƏDƏBİYYAT

1. Mamedova K.N ., On Behavior of solutions of higher order degenerate parabolic equations in nonsmooth bounded domains. Of Institute of Mathematics and Mechanics, XXXVI, Baku -2012
2. Oleinik O.A., Josifian G.A. Boundary value problems for second order elliptic equations in unbounded domains and Saint-Venants principle. Ann. Scuola Norm. Super Pisa. 1977, Ser. IV, vol. 2, pp. 269-290.
3. Oleinik O.A., Josifian G.A. On exceptional properties on a boundary and uniqueness of solutions of boundary value problems for second order elliptic and parabolic equations. Funk. Anal, 1977, vol. II, issue 3, pp. 54-67 (Russian).
4. Tedeev A.F., Shishkov A.E. On quality properties of solutions and subsolutions of quasilinear elliptic equations. Izv. Vuzov. Matematika. 1984, No 1, pp. 62-68 (Russian).
5. Gadjev T.S. On behavior of solutions of mixed problems for quasilinear elliptic equations. Diff. Uravneniya, 1991, pp. 1031-1036 (Russian).
6. Bonafade S. Quasilinear degenerate elliptic variational inequalities with discontinuous coefficients. Comment. Math. Univ. Carolina. 1993, 34, No 1, pp. 55-61.
7. Chanillo S., Wheeden R. Weighted Poincare and Sobolev inequalities and estimates for weighted Peano maximal functions. Mer. J. Math. 1985, 107, pp. 1191-1226.
8. Miklyukov V.M. On asymptotic properties of subsolutions of elliptic type quasilinear equations. Mat. Sbor. 1980, vol. 111 (145), No 1, pp. 42-66 (Russian).

ABSTRACT

Konul Mammadova

THE BEHAVIOR OF NEIGHBORHOOD OF BOUNDARY POINT OF SOLUTION NONLINEAR PARABOLIC EQUATIONS

The behaviour of solution nonlinear degenerate parabolic equations of near boundary points non 1 smooth bounded domains . The estimates by Saint – Venan type integral estimates is obtained

РЕЗУМЕ

Конул Маммедова

ПОВЕДЕНИЕ РЕШЕНИЙ НЕЛИНЕЙНЫХ ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ В БЛИЗИ ГРАНИЧНОЙ ТОЧКИ

Получены оценки решения нелинейного вырождающегося параболического уравнения . Эти оценки получены на основе интегральных оценок типа Сен-Венана

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

FAMİL MƏMMƏDOV
Naxçıvan Dövlət Universiteti

UOT: 517.95

ANİZOTROP ELLİPTİK HİSSƏLİ, QEYRİ XƏTTİ DİSSİPASİYALI HİPERBOLİK TƏNLİYİN QLOBAL HƏLLƏRİ

Açar sözlər: Elliptik, hiperbolik, diferensial, anizotrop, diferensial tənlik

Key words: Elliptic, Hyperbolic, Differential, Anisotropic, Differential Equation

Ключевые слова: эллиптические, гиперболические, дифференциальные, анизотропные, дифференциальные уравнения

Anizotrop elliptik hissəli yarım xətti hiperbolik tənlik üçün aşağıdakı qarışıq məsələyə baxaq :

$$u_{tt} + \sum_{k=1}^3 (-1)^{l_k} D_{x_k}^{2l_k} u + |u_t|^{r-1} u_t = |u|^{p-1} u, \quad t > 0, \quad x \in \Pi_3, \quad (1)$$

$$u(0, x) = \varphi(x), \quad u_t(0, x) = \psi(x), \quad x \in \Pi_3, \quad (2)$$

$$D_{x_k}^{\beta_k} u(t, x'_k(0)) = D_{x_k}^{\beta_k} u(t, x'_k(1)) = 0, \quad \beta_k = 0, 1, \dots, l_k - 1, \quad k = 1, 2, 3, \quad (3)$$

Burada l_{x_k} natural ədəd, $D_{x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k}$, $k = 1, 2, 3$,

$$\Pi_3 = \{x : x = (x_1, x_2, x_3), \quad 0 \leq x_j \leq 1, \quad j = 1, 2, 3\},$$

$$x'_1(a) = (a, x_2, x_3), \quad x'_2(a) = (x_1, a, x_3), \quad x'_3(a) = (x_1, x_2, a).$$

Əvvəlcə aşağıdakı işarələməni aparaq : $\vec{l} = (l_1, l_2, l_3)$,

$$|\vec{l}^{-1}| = \left| \frac{1}{\vec{l}} \right| = \frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} = \frac{l_2 l_3 + l_1 l_3 + l_1 l_2}{l_1 l_2 l_3}. \quad \text{İşdə } \|\cdot\|_p \text{ ilə } L_p(\Pi_3) \text{-norması işarə olunur. Xüsusi}$$

halda $p = 2$ olduqda $\|\cdot\|_p$ əvəzinə $\|\cdot\|$ kimi işarədən istifadə edəcəyik.

Biz $W_2^{\vec{l}}(\Pi_3)$ ilə

$$\|u\|_{W_2^{\vec{l}}(\Pi_3)} = \left\{ \|u\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_k}^{l_k} u\|^2 \right\}^{\frac{1}{2}}.$$

anizotrop Sobolev normasını işarə edəcəyik [1]. $\hat{W}_2^{\vec{l}}(\Pi_3)$ ilə $W_2^{\vec{l}}(\Pi_3)$ -nın aşağıdakı alt fəzasını işarə edək:

$$\hat{W}_2^{\vec{l}}(\Pi_3) = \left\{ u : u \in W_2^{\vec{l}}(\Pi_3), D_{x_k}^{\beta_k} u(t, x'_k(0)) = D_{x_k}^{\beta_k} u(t, x'_k(1)) = 0, \quad \beta_k = 0, 1, \dots, l_k - 1, \quad k = 1, 2, 3 \right\}$$

$$\text{Məlumdur ki, } |\vec{l}^{-1}| < 2 \text{ olduqda } 2 \leq s < +\infty, \text{ və } |\vec{l}^{-1}| > 2 \text{ olduqda } 2 \leq s \leq \frac{2|\vec{l}^{-1}|}{|\vec{l}^{-1}| - 2}$$

şərti ödənilirsə n və s -dən asılı elə B_s ədədi var ki istənilən

$v(.) \in \widehat{W}_2^{\vec{l}}(\Pi_3)$ üçün

$$\|v(.)\|_s \leq B_s \left[\sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} v(.)\|^2 \right]^{1/2} \quad (4)$$

bərabərsizliyi ödənilir (bax[1]).

Teorem 1 (Local varlıq). Tutaq ki ,

$$|\vec{l}^{-1}| < 2 \text{ və } 1 \leq p < +\infty \text{ və ya } |\vec{l}^{-1}| > 2, \quad 1 \leq p \leq \frac{|\vec{l}^{-1}|}{|\vec{l}^{-1}| - 2}.$$

(5)

Onda istənilən $\varphi(.) \in \widehat{W}_2^{\vec{l}}(\Pi_3)$, $\psi(.) \in L_2(\Pi_3)$ başlanğıc verilənləri üçün elə $T > 0$ var ki, (1)-(3) məsələsinin $u(.) \in C([0, T]; \widehat{W}_2^{\vec{l}}(\Pi_3))$, $u_t(.) \in C([0, T]; L_2(\Pi_3)) \cap L_{r+1}([0, T] \times \Pi_3)$ şərtlərinin ödəyən lokal həlli var.

Əgər $T' > 0$ lokal həllin maksimal varlıq intervalıdırsa onda aşağıdakılardan biri ödənilir

- 1) $\lim_{t \rightarrow T'-0} \left[\|u_t(t, .)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u(t, .)\|^2 \right] = +\infty$;
- 2) $T' = +\infty$.

Teorem 1-in isbatı məlum Fayedo-Qalyorkin üsulu ilə aparılır.

Teorem 1-in isbat sxemi.

$\widehat{W}_2^{\vec{l}}(\Pi_3)$ separabel Hilbert fəzası olduğundan həmin fəzada xətti asılı olmayan tam sistem var. Həmin sistemi $\{e_k(x)\}_{k=1}^{\infty}$ ilə işarə edək. Onda teoremin şərtindən alınır ki $\varphi(.)$ və $\psi(.)$ -i aşağıdakı kimi approksimasiya edə bilərik

$$\begin{aligned} \varphi_m(.) &= \sum_{k=1}^m c_{km} e_k(x) \rightarrow \varphi(.) \quad m \rightarrow \infty \quad \widehat{W}_2^{\vec{l}}(\Pi_3) \text{-də}, \\ \psi_m(.) &= \sum_{k=1}^m c_{km} e_k(x) \rightarrow \psi(.) \quad m \rightarrow \infty \quad L_2(\Pi_3) \text{-də}. \end{aligned}$$

Məsələnin həllinin yaxınlaşma formını $u_m(t, x) = \sum_{k=1}^m c_{km}(t) e_k(x)$ şəkilində axtaraq.

Burada $c_{km}(t)$ -lər aşağıdakı məsələnin həllidir .

$$\begin{aligned} &\int_0^t \int_{\Pi_3} u_{mtt}(t, x) e_k(x) dx dt + \int_0^t \int_{\Pi_3} \sum_{k=1}^3 D^{l_k} u_m(t, x) e_k(x) dx dt + \\ &+ \int_0^t \int_{\Pi_3} |u_{mt}(t, x)|^{r-1} u_{mt}(t, x) e_k(x) dx dt = \int_0^t \int_{\Pi_3} |u_m(t, x)|^{p-1} u_m(t, x) e_k(x) dx dt. \end{aligned} \quad (6)$$

$$u_m(0, x) = \varphi_m(x), \quad x \in \Pi_3, \quad (7)$$

$$u_{m_t}(0, x) = \psi_m(x), \quad x \in \Pi_3. \quad (8)$$

(6)-ın hər tərəfini $c_{km_t}(t)$ -yə vurub $k=1$ -dən $k=m$ -dək cəmləyib $[0, t] \times \Pi_3$ oblastı üzrə inteqrallayaq. Hissə-hissə inteqrallama apardıqdan sonra biz aşağıdakı bərabərliyi əldə edərək

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left[\|u_{m_t}(t, \cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u_m(t, \cdot)\|^2 \right] + \int_{\Pi_m} |u_{m_t}(t, x)|^{r+1} dx = \\ & = \int_{\Pi_m} |u_m(t, x)|^p |u_{m_t}(t, x)| dx. \end{aligned}$$

(5) şərtini nəzərə alıb (4) bərabərsizliyindən istifadə etsək

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left[\|u_{m_t}(t, \cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u_m(t, \cdot)\|^2 \right] + \int_{\Pi_m} |u_{m_t}(t, x)|^{r+1} dx \leq \\ & \leq \frac{1}{2} \left[B_{2p} \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u_m(t, \cdot)\|^2 \right]^p + \frac{1}{2} \|u_{m_t}(t, \cdot)\|^2. \end{aligned}$$

Göründüyü kimi elə $T > 0$ var ki

$$\|u_{m_t}(t, \cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u_m(t, \cdot)\|^2 + \int_{\Pi_3} |u_{m_t}(t, x)|^{r+1} dx \leq C, \quad t \in [0, T].$$

Buradan alınır ki $\{u_m(t, x)\}$ ardıcılığından elə $\{u_{m_j}(t, x)\}$ alt ardıcılıq ayırmaq

olar ki, $m_j \rightarrow \infty$ -də

$$u_{m_j}(t, x) \rightarrow u(t, x) \quad \widehat{W}_2^l(\Pi_3)\text{-də *- zəif}, \quad (9)$$

$$u_{m_{j_t}}(t, x) \rightarrow u_t(t, x) \quad L_2(\Pi_3)\text{-də *- zəif},$$

$$(10) \quad u_{m_{j_t}}(t, x) \rightarrow u_t(t, x) \quad L_{r+1}(\Pi_3)\text{-də zəif}.$$

(11)

Limitə keçmək üçün (9)-(11)-dən və ümumi qaydadan istifadə edərək göstərə bilərik ki, $u(t, x)$ (1)-(3) məsələsinin həllidir (bax[2]).

Maraqlı nəticə $p \leq r$ halında alınır. Bu halda isbat edilir ki lokal həlli global davam etdirmək olar.

Teorem 2. Tutaq ki, $p \leq r$, onda teorem 1-in müəyyən etdiyi həlli global davam etdirmək olar.

İsbatı. Tutaq ki $u(t, x)$ (1)-(3) məsələsinin $[0, T] \times \Pi_3$ oblastında Teorem 1-in müəyyən etdiyi həldir. (1) - in hər tərəfini $u_t(t, x)$ -ə vurub $[0, t] \times \Pi_3$ oblastı üzrə inteqrallayaq

$$\begin{aligned}
& \int_0^t \int_{\Pi_3} u_{tt}(t, x) u_t(t, x) dx dt + \int_0^t \int_{\Pi_3} \sum_{k=1}^3 (-1)^{l_k} D^{2l_k} u(t, x) u_t(t, x) dx dt + \\
& + \int_0^t \int_{\Pi_3} |u_t(t, x)|^{r+1} dx dt = \int_0^t \int_{\Pi_3} |u(t, x)|^{p-1} u(t, x) u_t(t, x) dx dt.
\end{aligned}
\tag{12}$$

Hissə-hissə inteqrallama aparsaq

$$\int_0^t \int_{\Pi_3} u_{tt}(t, x) u_t(t, x) dx dt = \frac{1}{2} \left[\|u_t(t, \cdot)\|^2 - \|\psi(\cdot)\|^2 \right], \tag{13}$$

$$\int_0^t \int_{\Pi_3} \sum_{k=1}^3 (-1)^{l_k} D^{2l_k} u(t, x) u_t(t, x) dx dt = \frac{1}{2} \left[\sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u(t, \cdot)\|^2 - \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} \varphi(\cdot)\|^2 \right] \tag{14}$$

bərabərliklərini alarıq. (13) və (14) münasibətlərini (12)-də nəzərə alsaq

$$\begin{aligned}
I &= \frac{1}{2} \left[\|u_t(t, \cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u(t, \cdot)\|^2 \right] + \frac{1}{p+1} \int_{\Pi_3} |u(t, x)|^{p+1} dx + \int_0^t \int_{\Pi_3} |u_t(t, x)|^{r+1} dx dt = \\
&= \frac{1}{2} \left[\|\psi(\cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} \varphi(\cdot)\|^2 \right] + \frac{1}{p+1} \int_{\Pi_3} |\varphi(x)|^{p+1} dx + 2 \int_0^t \int_{\Pi_3} |u(t, x)|^{p-1} u(t, x) u_t(t, x) dx dt
\end{aligned}
\tag{15}$$

bərabərliyini əldə edərik. Sağ tərəfdəki sonuncu inteqralda $q = \frac{r+1}{r}$, $q' = r+1$ götürüb

Hölder bərabərsizliyini tətbiq etsək

$$\begin{aligned}
J &\leq \left| \int_0^t \int_{\Pi_3} |u(t, x)|^{p-1} u(t, x) u_t(t, x) dx dt \right| \leq \\
&\leq \left(\int_0^t \int_{\Pi_3} |u(t, x)|^{\frac{p(r+1)}{r}} dx dt \right)^{r/r+1} \left(\int_0^t \int_{\Pi_3} |u_t(t, x)|^{r+1} dx dt \right)^{1/r+1}
\end{aligned}$$

bərabərsizliyini alarıq. Sonuncu ifadəyə $\eta = \varepsilon^{\frac{1}{r+1}} (r+1)^{\frac{1}{r+1}}$ parametrlı Yunq bərabərsizliyini tətbiq etsək

$$\begin{aligned}
&\left(\int_0^t \int_{\Pi_3} |u(t, x)|^{\frac{p(r+1)}{r}} dx dt \right)^{r/r+1} \left(\int_0^t \int_{\Pi_3} |u_t(t, x)|^{r+1} dx dt \right)^{1/r+1} \leq \\
&\leq \frac{r}{(r+1)^{\frac{r+1}{r}} \varepsilon^{\frac{1}{r}}} \int_0^t \int_{\Pi_3} |u(t, x)|^{\frac{p(r+1)}{r}} dx dt + \varepsilon \int_0^t \int_{\Pi_3} |u_t(t, x)|^{r+1} dx dt
\end{aligned}$$

olduğunu alarıq.

Yenidən, $r > p$ halında $q = \frac{r(p+1)}{p(r+1)}$ və $q' = \frac{r(p+1)}{r-p}$ götürüb Hölder və Yung bərabərsizliklərini tətbiq etsək

$$J \leq \frac{T(r-p)}{\varepsilon^{\frac{1}{r}}(r+1)^{\frac{r+1}{r}}(p+1)} + \frac{p}{\varepsilon^{\frac{1}{r}}(p+1)(r+1)^{\frac{1}{r}}} \int_0^t \int_{\Pi_3} |u(t,x)|^{p+1} dx dt + \varepsilon \int_0^t \int_{\Pi_3} |u_t(t,x)|^{r+1} dx dt, \quad (15)$$

əldə edərək.

Biz (15) bərabərsizliyi $r = p$ halındada doğrudur.

(13)-(15) -dən aşağıdakı bərabərsizlik əldə edirik

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left[\|u_t(t, \cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u(t, \cdot)\|^2 \right] + \frac{1}{p+1} \int_{\Pi_3} |u(t,x)|^{p+1} dx + (1-2\varepsilon) \int_0^t \int_{\Pi_3} |u_t(t,x)|^{r+1} dx dt \leq \\ & \leq \frac{1}{2} \left[\|\psi(\cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} \varphi(\cdot)\|^2 \right] + \frac{2T(r-p)}{\varepsilon^{\frac{1}{r}}(r+1)^{\frac{1}{r}}(p+1)} + \frac{2p}{\varepsilon^{\frac{1}{r}}(p+1)(r+1)^{\frac{1}{r}}} \int_0^t \int_{\Pi_3} |u(t,x)|^{p+1} dx dt. \end{aligned}$$

Qronuol bərabərsizliyindən istifadə etsək

$$\frac{1}{2} \left[\|u_t(t, \cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} u(t, \cdot)\|^2 \right] + \frac{1}{p+1} \int_{\Pi_3} |u(t,x)|^{p+1} dx + (1-2\varepsilon) \int_0^t \int_{\Pi_3} |u_t(t,x)|^{r+1} dx dt \leq C,$$

aprior qiymətləndirməsini əldə edərək. Burada

$$C = \left\{ \frac{1}{2} \left[\|\psi(\cdot)\|^2 + \sum_{k=1}^3 \|D_{x_j}^{l_j} \varphi(\cdot)\|^2 \right] + \frac{2T(r-p)}{\varepsilon^{\frac{1}{r}}(r+1)^{\frac{1}{r}}(p+1)} \right\} \exp \left[\frac{2Tp}{\varepsilon^{\frac{1}{r}}(p+1)(r+1)^{\frac{1}{r}}} \right].$$

Onda teorem 1-ə əsasən $T > 0$ istənilən ədəddir.

Qeyd edək ki, $l_1 = l_2 = \dots = l_n = 1$ halında (1)-(3) məsələsi V. Georgiev, G. Todorova [3] və E. Vitillaro [4] tərəfindən araşdırılmışdır.

ƏDƏBİYYAT

1. Бесов О. В., Ильин В. П., Никольский С. М. Интегральные представления функций и теоремы вложения М. "Наука", 1975.
2. Ж.Л.Лионс, Некоторые методы решения нелинейных краевых задач, М., "Мир", 1972
3. V. Georgiev and G. Todorova, "Existence of a solution of the wave equation with nonlinear damping and source terms," *Journal of Differential Equations*, vol. 109, no. 2, pp. 295–308, 1994.
4. E. Vitillaro, Global existence theorems for a class of evolution equations with dissipation, *Arch. Ration. Mech. Anal.* 149 (1999) 155–182.

ABSTRACT

Famil Mammadov

THE GLOBAL SOLUTIONS FOR THREE DIMENSIONAL HYPERBOLIC EQUATIONS WITH THE ANISOTROPIC ELLIPTIC PARTS AND NONLINEAR DISSIPATION

In this paper, we consider the mixed problem for the three dimensional hyperbolic equations with anisotropic elliptic parts and non-linear dissipation. We prove theorems of existence of local and global solutions.

РЕЗЮМЕ

Фамиль Мамедов

ГЛОБАЛЬНЫЕ РЕШЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С НЕЛИНЕЙНОЙ ДИССИПАЦИЕЙ И АНИЗОТРОПНОЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ЧАСТЬЮ

В работе рассматривается смешанная задача для трехмерных гиперболических уравнений с эллиптической частью и с нелинейной диссипацией. Доказаны теоремы существования локальных и глобальных решений.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

Məqaləni çapa təqdim etdi: Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru,
dosent Məhəmməd Namazov

DAŞQIN SEYİDOV*Naxçıvan Dövlət Universiteti**E-mail: dasqin82 @ mail.ru***AYDIN ŞAHBAZOV***Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti**E-mail: aydinshahbazov @ yahoo.com***UOT:512****KOMPAKTDƏ KƏSİLMƏZ FUNKSİYALARIN MÜNTƏZƏM CƏBRİNİN
ÇƏKİLİ TİP ENDOMORFİZMLƏRİNİN KOMPAKTLIĞI**

Açar sözlər. *Banax cəbri, müntəzəm cəbr, maksimal ideallar fəzası, çəkili kompozisiya operatoru, çəkili endomorfizm, çəkili tip endomorfizm*

Key words: *Banach algebra, uniform algebra, maksimal ideals spaces, weighted composition operator, weighted endomorphism, weighted type endomorphism*

Ключевые слова: *Банаховая алгебра, равномерная алгебра, пространство максимальных идеалов, оператор взвешенных композиции, взвешенный эндоморфизм, эндоморфизм взвешенного типа*

Bu məqalədə, müntəzəm cəbrlərin çəkili endomorfizmlərinin, eləcə də onların sonlu cəmləri olan çəkili tip endomorfizmlərinin kompaktlıq məsələləri nəzərdən keçirilir. Xüsusi halda, X Hausdorff kompaktında təyin olunmuş $C(X)$ müntəzəm cəbrinin çəkili tip endomorfizmlərinin kompaktlığı üçün meyar verilir ki, bu da [5] işindəki teorem 3.3 –ün yanlışlığını aradan qaldırır.

Tutaq ki, X Hausdorff kompakt fəza, $C(X)$ isə həmin X kompaktında təyin olunan və supremum norma ilə təchiz edilmiş kompleks-qiymətli kəsilməz funksiyaların müntəzəm fəzasıdır. $C(X)$ fəzasının hər hansı müntəzəm qapalı $A = A(X)$ alt fəzasında təsir edən və $T : f \mapsto u \cdot f \circ \varphi$ şəklində olan $T : A(X) \rightarrow A(X)$ xətti məhdud operatorları, u funksiyasının (çəki funksiyası) və φ inikasının yaratdığı çəkili kompozisiya operatorları adlanır (burada “ $\circ$ ” simvolu ilə funksiyaların kompozisiyası işarə edilmişdir, $u \in C(X)$ qeyd olunmuş funksiya, $\varphi : X \rightarrow X$ isə X kompaktının öz-özünə kəsilməz inikasıdır). İstənilən yarımsadə kommutativ Banax cəbrinin hər bir endomorfizmi (eləcə də, Banax fəzalarının xətti məhdud operatorları) belə operatorlar şəklində təsvir edilə bildiyindən, çəkili kompozisiya operatorlarının tədqiqi çox mühümdür. Buna görə də, kompozisiya operatorları (yəni $u \equiv 1$ çəki funksiyası ilə verilən T şəklində olan operatorlar), həm də çəkili kompozisiya operatorları müxtəlif normalı fəzalarda, eləcə də onların xüsusi halı kimi müxtəlif konkret müntəzəm cəbrlərdə (müntəzəm cəbrlər dedikdə, hər hansı X kompakt Hausdorff fəzasında təyin olunan $C(X)$ cəbrinin sabit (constant) funksiyalarını özündə saxlayan və həmin kompaktın nöqtələrini ayıra bilən müntəzəm qapalı alt cəbrləri başa düşülür) təsir edən endomorfizmlər, həm də həmin cəbrlərin çəkili endomorfizmləri bir çox müəlliflər tərəfindən müəyyən nöqteyi- nəzərlərdən (məsələn, kompaktlıq, nüvəlilik, spektrlərin tapılması, qiymətlər obrazının qapalılığı, və sair nöqteyi- nəzərlərindən) araşdırılmışdır (bax, məsələn, [1]-[7] və s.).

Bu məqalənin əsas məqsədi, X Hausdorff kompaktı üzərində təyin olunmuş $C(X)$ müntəzəm cəbrində $T_1 : C(X) \rightarrow C(X)$, $f \mapsto \sum_{i=1}^n u_i \cdot f \circ \varphi_i$ şəklində təyin olunan çəkili tip endomorfizmlərin (yəni çəkili endomorfizmlərin sonlu cəmlərinin) kompaktlıq şərtlərini aydınlaşdırmaqdan ibarətdir (hansı ki, hər bir $u_i \in C(X)$ qeyd olunmuş funksiya, hər bir $\varphi_i : X \rightarrow X$ isə qeyd olunmuş X kompaktının öz-özünə kəsilməz inikasıdır).

Ümumiyyətlə, A cəbrinin çəkili endomorfizmi dedikdə, baxılan cəbrin hər hansı $S: A \rightarrow A$ endomorfizminin həmin cəbrin müəyyən bir u elementinə hasilindən ibarət olan, $T: A \rightarrow A$, $f \mapsto u \cdot Sf$, $f \in A$ şəklində xətti operatoru başa düşülür. Cəbrlərin xüsusi növü kimi, Banax cəbrlərinin xüsusi halı olan Husdorf kompaktlarında verilən müntəzəm cəbrləri nəzərdən keçirək. Aydındır ki, $A = A(X)$ müntəzəm cəbrinin M_A^* genişlənməmiş maksimal ideallar fəzasına (yəni M_A maksimal ideallar fəzası ilə A cəbri üzərində sıfır funksionalının birləşməsindən ibarət olan fəzaya) həmin cəbrin A^* dual fəzasının zəif *-topologiyası ilə təchiz olunmuş alt çoxluğu kimi baxmaq olar. Kommutativ Banax cəbrləri üçün Gelfand nəzəriyyəsiindən aydındır ki, $A(X)$ müntəzəm cəbrinin hər bir S endomorfizmini

$$Sf(x) = \hat{f}(\varphi(x)), x \in X, f \in A$$

şəklində verə bilərik, harada ki, $\varphi: X \rightarrow M_A^*$ inikası X kompaktından M_A^* fəzasına (zəif *-topologiyası ilə təchiz olunmuş halda) olan müəyyən bir kəsilməz inikasdır və $\hat{f}$ ilə $f \in A$ elementinin Gelfand çevirməsi işarə edilmişdir. Əslində, Banax fəzalarında təsir edən hər bir xətti məhdud operator, nəzəri cəhətdən çəkili kompozisiya şəklində olan operatorlara gətirilə bildiyindən, aydındır ki, yuxarıda qeyd etdiyimiz inikas S operatorunun qoşması olan S^* -un vasitəsi ilə hər bir $x \in X$ nöqtəsi üçün $\varphi(x) = S^*(\delta_x)$ kimi təyin olunur. Burada δ_x funksiyanalı $f \in A(X)$ elementləri üçün $\delta_x(f) = f(x)$ kimi təyin olunan, həmin nöqtənin əhəmiyyətini qeyd edən qiymətləndirmə funksiyanalıdır. Aydındır ki, S endomorfizmi cəbrin vahidini saxladığından, əslində $\varphi: X \rightarrow M_A^*$ inikası X kompaktını M_A^* çoxluğuna inikas etdirir. Deməli, M_A maksimal ideallar fəzası, X kompaktına homeomorf olan $A(X)$ müntəzəm cəbrlərinin (məsələn, $C(X)$, disk-cəbr və s. müntəzəm cəbrlərin) T çəkili endomorfizmləri $T: A(X) \rightarrow A(X)$, $f \mapsto u \cdot f \circ \varphi$ şəklində olan çəkili kompozisiya operatorlarıdır (hansı ki, burada $u \in A(X)$ qeyd olunmuş funksiya, $\varphi: X \rightarrow X$ isə kəsilməz inikasdır).

Əgər X kompaktı əlaqəli çoxluqdursa, onda $C(X)$ cəbrindən fərqli olaraq analitik strukturalı cəbrlər halında, disk-cəbrlərində olduğu kimi qeyri-trivial endomorfizmlər də (əlbətdə, qeyri-trivial çəkili endomorfizmlər də) kompakt ola bilər. Belə ki, $C(X)$ müntəzəm cəbrinin $f \mapsto u \cdot f \circ \varphi$ şəklində olan T çəkili endomorfizmi, onda və yalnız onda kompaktdır ki, $S(u)$ daşıyıcısının hər bir əlaqəli Y kompakt alt çoxluğu üçün $\varphi(Y)$ obrazı sonludur (bax, [2], [3]). Xüsusi halda, əgər bu zaman $S(u) = X$ və əlavə olaraq X əlaqəli kompakt olarsa, onda $C(X)$ cəbrinin çəkili T endomorfizminin kompakt olması üçün zəruri və kafi şərt $\varphi: X \rightarrow X$ kəsilməz inikasının bütün X kompaktını bir nöqtəyə çevirən sabit inikas olmasıdır.

Analitik strukturalı müntəzəm cəbrlər halında, məsələn, analitik strukturalı müntəzəm cəbrlərin klassik sadə modeli olan disk-cəbr, eləcə onun çoxölçülü analoqları olan şar-cəbrləri, poli-disk cəbrləri və s. halında, qeyri-trivial çəkili endomorfizmlərin kompaktlığı üçün vəziyyət xeyli dəyişir; belə ki, kompaktın öz-özünə inikası olan $\varphi: X \rightarrow X$ çevirməsi qeyri-trivial da ola bilər (bax, [2], [3]).

$C(X)$ cəbrində çəkili endomorfizmlərinin sonlu cəmlərinin kompaktlığı

Bu məqalədə əvvəlcə, $C(X)$ fəzasında, həm də onun müntəzəm qapalı alt fəzalarında çəkili kompozisiya operatorlarının, eləcə də, onların sonlu cəmləri olan çəkili tip kompozisiya operatorlarının (müntəzəm cəbrlər halında isə çəkili tip endomorfizmlərinin) kompaktlıq xassələrini araşdırmağa imkan verən ([2]-də olduğu kimi metrik kompaktlardan fərqli olaraq, hətta kompakt Hausdorf X fəzaları halında da), əsasən də qoşma Banax fəzalarında yığılma məsələlərinə (Banax fəzalarında təyin olunmuş xətti məhdud operatorun kompaktlığı ilə onun qoşmasının kompaktlığının ekvivalentliyi məsələlərinə) əsaslanan funksional analizin başqa bir metodunun şəhrini verməyə çalışaq.

Belə ki, ümumi halda, ixtiyari A Banax fəzasından X kompaktında təyin olunmuş kəsilməz funksiyaların $C(X)$ müntəzəm fəzasına olan $T: A \rightarrow C(X)$ operatorunun kompaktlığının, onun

qoşma T^* operatorunun kompaktlığı ilə əlaqəsinə baxaq. Əgər, $C(X)$ fəzasının qoşmasında vahid kürəni, X kompaktında verilmiş variasiyası vahiddən böyük olmayan Borel ölçüləri çoxluğu ilə eyniləşdirsək, onda belə reallaşdırma zamanı kürənin uc (kənar) nöqtələri çoxluğu, aydındır ki, $\delta_x(f) = f(x)$ ($x \in X, f \in C(X)$) kimi təyin olunan δ – ölçüləri olacaqdır. Bu zaman, kompaktın bütün $x \in X$ nöqtələrini δ_x - ölçüləri ilə eyniləşdirsək, onda X kompaktının verilmiş təbii topologiyası ilə, həmin kompaktı yaranan zəif topologiya ($C(X)$ -in qoşma fəzasının X kompaktında yaratdığı topologiya) üst-üstə düşər. Əgər, $T : A \rightarrow C(X)$ operatoru kompaktdırsa, deməli, onun qoşması olan T^* operatoru da kompaktdır; ona görə də $C(X)$ -in qoşma fəzasının qapalı vahid kürəsinin T^* obrazı (xüsusi halda, X kompaktının $x \mapsto T^* \delta_x$ inikası zamanı obrazı) A^* qoşma fəzasında, qoşma fəzanın metrik topologiyasına görə kompakt olacaqdır. Buradan isə, nəticə olaraq alırıq ki, $x \mapsto T^* \delta_x$ inikası X kompaktının verilmiş təbii topologiyasından A^* qoşma fəzasının metrik topologiyasına olan kəsilməz inikasdır. Eləcə də, əksinə, əgər X kompaktının verilmiş təbii topologiyasından A^* qoşma fəzasının metrik topologiyasına olan $x \mapsto T^* \delta_x$ inikası kəsilməzdirsə, onda X kompaktının bu kəsilməz inikası zamanı $T^*(X)$ obrazı A^* fəzasında kompakt olacaqdır. Bu halda X kompaktının mütləq qabarıq örtüyü vahid kürəni özündə saxladığından və kompaktın mütləq qabarıq örtüyü nisbi kompakt olduğundan, alırıq ki, T operatoru kompaktdır. Beləliklə, aşağıdakı lemma doğrudur.

Lemma1. A Banax fəzasından $C(X)$ fəzasına təsir edən $T : A \rightarrow C(X)$ xətti məhdud operatoru onda və yalnız onda kompaktdır ki, kompaktın verilmiş təbii topologiyasından bu kompaktın qoşma fəzasının norma ilə təyin olunmuş topologiyasına olan inikası kəsilməzdir, harada ki, δ_x funksionalı $\delta_x(f) = f(x)$ ($x \in X, f \in C(X)$) kimi təyin olunan Dirak funksionalıdır. (bax, [8], teorem 6,7.1).

İndi isə, bu lemmanın köməyi ilə X Hausdorf kompakt fəzasında təyin olunmuş $C(X)$ cəbrində baxılan çəkili endomorfizmlərin kompaktlıq məsələlərini, eləcə də həmin endomorfizmlərin ümumiləşmiş halı (sonlu cəmləri) olan çəkili tip endomorfizmlər üçün tədqiq etməyə imkan verən araşdırmalarına baxaq.

X Hausdorf kompakt fəzasında təyin olunmuş $C(X)$ müntəzəm fəzasına, onun müntəzəm qapalı alt $A(X)$ fəzasına və $A(X)$ fəzasında təyin olunan $T_1 : A(X) \rightarrow C(X), f \mapsto \sum_{i=1}^n u_i \cdot f \circ \varphi_i$ şəklində olan çəkili tip kompozisiya operatorlarına, yəni çəkili kompozisiya operatorlarının sonlu cəmlərinə baxaq (hansı ki, hər bir $u_i \in C(X)$ qeyd olunmuş funksiya, kompaktı öz-özünə çevirən $\varphi_i : X \rightarrow X$ isə qeyd olunmuş kəsilməz inikasdır; xüsusi halda, biz u_i çəki funksiyalarını və φ_i çevirmələrini elə seçə bilərik ki, T_1 çəkili tip operatoru $A(X)$ alt fəzasında təsir edər, yəni $T_1 : A(X) \rightarrow A(X)$ olar). Aşağıdakı lemma bilavasitə çəkili tip kompozisiya operatorlarının xüsusi şəklindən və lemma1- dən bilavasitə alınır (aydındır ki, $T : A(X) \rightarrow A(X), f \mapsto u \cdot f \circ \varphi$ şəklində olan çəkili kompozisiya operatorunun $T^* : A(X)^* \rightarrow A(X)^*$ qoşma operatoru $\delta_x \mapsto u(x) \delta_{\varphi(x)}$ şəklində olduğundan baxılan çəkili tip kompozisiya operatorunun T_1^* qoşma operatorunda $\delta_x \mapsto \sum_{i=1}^n u_i(x) \delta_{\varphi_i(x)}$ şəklində olacaqdır).

Lemma2. $A(X)$ fəzasında təyin olunan $T_1 : A(X) \rightarrow C(X), f \mapsto \sum_{i=1}^n u_i \cdot f \circ \varphi_i$ şəklində olan çəkili tip kompozisiya operatorlarının kompakt olması üçün zəruri və kafi şərt

$$\sum_{i=1}^n u_i(x) [\delta_{\varphi_i(\xi)} - \delta_{\varphi_i(x)}]$$

cəminin X kompaktında $\xi \rightarrow x$ şərti ilə A^* -un normasına görə sıfıra yığılmasıdır.

$A(X)$ fəzasında təyin olunan $T_1 : A(X) \rightarrow C(X), f \mapsto \sum_{i=1}^n u_i \cdot f \circ \varphi_i$ şəklində olan çəkili tip

kompozisiya operatorlarının kompaktlıq şərtlərini araşdırmaq üçün, X kompaktında təbii topologiyaya görə $\xi \rightarrow x$ yaxınlaşması zamanı lemmada verilən cəmin A^* normasına görə sıfıra yığılmasını nəzərdən keçirək. A^* fəzasında normaya görə yığılmanın mahiyyətini açıq şəkildə verməkdən ötrü T_1 operatorunun təyininə iştirak edən $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ indeksləri arasında X kompaktının nöqtələri üzrə ekvivalentlik münasibəti təyin edək. Müəyyən bir $x \in X$ nöqtəsini qeyd edək.

Tərif 1. Əgər T_1 operatorunun təyindəki i və j indeksləri üçün $\varphi_i(x) = \varphi_j(x)$ şərti ödənilərsə, onda deyəcəyik ki, i və j indeksləri $x \in X$ nöqtəsinə nəzərən ekvivalentdirlər. Təriflə təyin edilmiş ekvivalentlik siniflərini K ilə işarə edək.

Tərif 2. Əgər T_1 operatorunun təyindəki i və j indeksləri üçün kompaktda $y \rightarrow x$ yaxınlaşması zamanı $\|\varphi_i(x) - \varphi_j(y)\|_{A^*} \rightarrow 0$ şərti ödənilərsə deyəcəyik ki, i və j indeksləri $x \in X$ nöqtəsinə nəzərən güclü ekvivalentdirlər.

Bu mənada ekvivalentlik siniflərini L ilə işarə edək. Aydındır ki, hər bir L sinifi üçün müəyyən bir K ekvivalentlik sinifi vardır ki, $L \subset K$ şərti ödənilir.

X kompaktının qeyd edilmiş x nöqtəsində $\xi \rightarrow x$ yaxınlaşması zamanı $[\delta_{\varphi_i(\xi)} - \delta_{\varphi_j(x)}]$ fərq funksionallarının A^* normasına görə sıfıra yığılmasını təmin edən (başqa sözlə, $i=1, 2, \dots, n$ indekslərinin güclü ekvivalentlik siniflərinə bölünməsinə təmin edən $\varphi_i : X \rightarrow X$ inikasları üzərinə qoyulan şərtlərdən asılı olaraq $C(X)$ cəbrinin müxtəlif müntəzəm qapalı $A(X)$ alt fəzaları və ya cəbrlərində çəkili kompozisiya operatorları, həmçinin çəkili endomorfizmlərin kompaktlığı üçün müxtəlif meyarlar almaq olar (məsələn, analitik strukturalı müxtəlif alt cəbrlər üçün vəs.).

İndi isə $A(X) = C(X)$ halına baxaq.

Teorem 1. $C(X)$ fəzasında təyin olunan qeyri-trivial $T_1 : C(X) \rightarrow C(X), f \mapsto \sum_{i=1}^n u_i \cdot f \circ \varphi_i$ şəklində çəkili tip kompozisiya operatorlarının kompakt olması üçün zəruri və kafi şərt, hər bir $x \in X$ $u_i(x) \neq 0$ $i \in \{1, 2, \dots, n\}$ nöqtəsində, ya L güclü ekvivalentlik sinifləri üzrə $u_j(x)$ qiymətlərinin cəmi sıfıra bərabər olan halda (yəni $\sum_{j \in L} u_j(x) = 0$ şərti ödənildikdə), x nöqtəsinin müəyyən bir U ətrafında bütün $i, j \in L$ indeksləri üçün $\varphi_j(\xi) = \varphi_i(\xi), \xi \in U$ şərtinin ödənilməsindən, ya da $\sum_{j \in L} u_j(x) \neq 0$ olduqda, x nöqtəsinin müəyyən bir kiçik U ətrafında bütün $i, j \in L$ indeksləri üçün $\xi \in U$ nöqtələrində $\varphi_j(\xi) = \varphi_i(\xi) = \varphi_i(x), \xi \in U$ şərtinin ödənilməsindən ibarətdir.

İsbatı. Lemma2.-dən $A(X) = C(X)$ halı üçün, aydındır ki, $T_1 : C(X) \rightarrow C(X), f \mapsto \sum_{i=1}^n u_i \cdot f \circ \varphi_i$ şəklində olan çəkili kompozisiya operatorlarının kompakt olması üçün zəruri və kafi şərt, hər bir qeyd olunmuş $x \in X$ nöqtəsi üçün X kompaktının təbii topologiyasında $\xi \rightarrow x$ yaxınlaşması zamanı

$$\sum_{i=1}^n u_i(x) [\delta_{\varphi_i(\xi)} - \delta_{\varphi_i(x)}]$$

cəminin $C(X)^*$ normasına görə sıfıra yığılmasıdır. Baxılan cəmi qeyd olunmuş $x \in X$ nöqtəsində φ_i ($i=1,2,...,n$) inikaslarının indekslərinin L_i güclü ekvivalentlik sinfləri üzrə ayıraq:

$$\sum_{i=1}^n u_i(x) [\delta_{\varphi_i(\xi)} - \delta_{\varphi_i(x)}] = \sum_i \sum_{L_i} u_i(x) [\delta_{\varphi_i(\xi)} - \delta_{\varphi_i(x)}]$$

$C(X)^*$ fəzasında $x, y \in X$ nöqtələri müxtəlif olduqda $\|\lambda \delta_x + \mu \delta_y\| = |\lambda| + |\mu|$ və bərabər olduqda $\|\lambda \delta_x + \mu \delta_y\| = |\lambda + \mu|$ olduğunu nəzərə alsaq, aydındır ki, baxılan cəmin $\xi \rightarrow x$ yaxınlaşmasında $C(X)^*$ normasına görə sıfıra yığılması, elə cəməlti ifadənin L güclü ekvivalentlik sinfləri üzrə $C(X)^*$ normasına görə sıfıra yığılmasına ekvivalentdir. Ona görə də, kifayətdir ki, həmin cəmin yuxarıda qeyd olunan normaya görə sıfıra yaxınlaşmasını, L güclü ekvivalentlik sinfləri üzrə aparaq; yəni $C(X)^*$ normasına görə həmin sinflər üzrə cəmin sıfıra yığılmasını tədqiq etmək kifayətdir. Sadəlik üçün, yuxarıda baxılan cəmin, güclü ekvivalentlik sinfləri üzrə ayrılışındakı müəyyən bir L güclü ekvivalentlik sinfi üzrə tədqiqinə baxaq:

$$\sum_{i \in L} u_i(x) [\delta_{\varphi_i(\xi)} - \delta_{\varphi_i(x)}] = -(\sum_{i \in L} u_i(x)) \delta_{\varphi_i(x)} + \sum_{i \in L} u_i(x) \delta_{\varphi_i(\xi)} \quad (1)$$

Bu zaman, $C(X)^*$ fəzasında normanın yuxarıda qeyd etdiyimiz xassəsinə görə aydındır ki, (1) ifadəsinin normaca sıfıra yaxınlaşması $\sum_{j \in L} u_j(x) = 0$ şərti ödənildikdə X kompaktında $\xi \rightarrow x$ yaxınlaşması zamanı $\sum_{i \in L} u_i(x) \delta_{\varphi_i(\xi)}$ cəminin $C(X)^*$ normasına görə sıfıra yığılmasına ekvivalentdir. Sonuncu cəmin baxılan normada sıfıra yığılması isə, yalnız x nöqtəsinin müəyyən bir U ətrafında bütün $i, j \in L$ indeksləri üçün $\varphi_j(\xi) = \varphi_i(\xi), \xi \in U$ şərtinin ödənilməsindən ibarətdir. Əks halda, yəni $\sum_{j \in L} u_j(x) \neq 0$ olduqda isə, X kompaktında $\xi \rightarrow x$ yaxınlaşması zamanı (1) cəminin $C(X)^*$ normasına görə sıfıra yığılması, nəinki, x nöqtəsinin müəyyən bir kiçik U ətrafında bütün $i, j \in L$ indeksləri üçün φ_j, φ_i inikaslarının üst –üstə düşmələrinə, həm də x nöqtəsinin müəyyən bir kiçik U ətrafında lokal sabit olaraq $\varphi_i(x)$ qiymətini almalarına ekvivalentdir; yəni $\xi \in U$ nöqtələrində $\varphi_j(\xi) = \varphi_i(\xi) = \varphi_i(x)$ şərtinin ödənilməsinə ekvivalentdir. Teorem isbat olundu.

Qeyd 1. Onu da qeyd etmək yerinə düşər ki, [5] işində olduğu kimi, baxılan teoremdə tədqiq edilən cəmin X kompaktında $\xi \rightarrow x$ yaxınlaşması zamanı $C(X)^*$ normasına görə sıfıra yığılmasını K ekvivalentlik sinflərinə görə tədqiq edilməsi düzgün deyildir. Çünki, həmin işdəki teorem 3.3-ün hökmündəki hər iki haldan (x nöqtəsinin müəyyən bir kiçik U ətrafında bütün $i, j \in K$ indeksləri üçün $\varphi_j(\xi) = \varphi_i(\xi), \xi \in U$ və ya $\varphi_j(\xi) = \varphi_i(\xi) = \varphi_i(x), \xi \in U$ olması hallarından) aydındır ki, bu halların hər birində i və j indeksləri, onsuz da baxılan L güclü ekvivalentlik sinflərindəndirlər; və nəticədə həmin işdəki analogi teoremin isbatında yanlışlıqlara yol verilmişdir. Ona görə də [5] işindəki baxılan teoremin hökmü ümumi halda desək səhv və düzgün olmayan nəticələrə gətirib çıxara bilər. Belə ki, [5] işində baxılan teorem 3.3-də X kompaktı olaraq $X = [0,1]$ parçasını götürsək, $n=3$ halı üçün, hər bir $x \in X$ nöqtəsində u_i çəki funksiyaları və kompaktın öz-özünə olan φ_i inikaslarını $u_1(x) = u_2(x) = 1, u_3(x) = -1, \varphi_1(x) = 1, \varphi_2(x) = \varphi_3(x) = x$ kimi təyin etsək, aydındır ki, $x=1$ nöqtəsində, üç indeksin üçü də ekvivalentdirlər; yəni $x=1$ nöqtəsi üçün K ekvivalentlik sinfi bir sinifdən ibarətdir və $K = \{1,2,3\}$ olur. Baxmayaraq ki,

$$T : C(X) \rightarrow C(X), (Tf)(t) = \sum_{i=1}^3 u_i(t) \cdot (f \circ \varphi_i(t)) = 1f(1) + 1f(t) - 1f(t) = f(1)$$

çəkili tip endomorfizmi kompaktıdır və teoremdə baxılan şərtlər, yəni:

$[0,1]$ parçasının hər bir $x \in [0,1]$ nöqtəsində $u_i(x) \neq 0 (i=1,2,3)$, və $x=1$ nöqtəsində,

$\sum_{i \in K} u_i(x) = \sum_{n=1}^3 u_i(x) = u_1(1) + u_2(1) + u_3(1) = 1 + 1 - 1 = 1 \neq 0$ şərtləri ödənilir, lakin yuxarıdakı şərtlərlə təyin olunan φ_2 (eləcə də, φ_3) inikası $x=1$ nöqtəsinin heç bir kiçik ətrafında qiyməti vahidə bərabər olan lokal sabit inikas deyildir.

Onu da qeyd etmək yerinə düşərdi ki, $n = 2$ halında $C(X)$ müntəzəm cəbrlərinin $Tf(x) = u_1(x)f(\varphi_1(x)) + u_2(x)f(\varphi_2(x))$ şəklində olan çəkili tip endomorfizmləri üçün əvvəllərdə [3] işində isbat etdiyimiz teoremdə kompaktlıq meyarı aşağıdakı şəkildə olur ki, bu da həmin teoremin məhz teorm2.4-ün xüsusi halı olduğunu göstərir:

Teorem2.[3,Teorem2.4]. $Tf(x) = u_1(x)f(\varphi_1(x)) + u_2(x)f(\varphi_2(x))$ şəklində olan $T : C(X) \rightarrow C(X)$ çəkili tip endomorfizmi onda və yalnız onda kompaktıdır ki, ixtiyari $x \in X$ nöqtəsi üçün aşağıdakı hallardan biri mövcud olsun:

- a) əgər $u_1(x) \neq 0$, $u_2(x) = 0$ olarsa, onda x nöqtəsinin müəyyən ətrafında $\varphi_1(\gamma) = \varphi_1(x)$ şərti ödənilir.
- b) əgər $u_1(x) = 0$, $u_2(x) \neq 0$ olarsa, onda x nöqtəsinin müəyyən ətrafında $\varphi_2(\gamma) = \varphi_2(x)$ şərti ödənilir.
- c) əgər $u_1(x) \neq 0$, $u_2(x) \neq 0$, $\varphi_1(x) \neq \varphi_2(x)$ olarsa, onda x nöqtəsinin müəyyən ətrafında $\varphi_1(\gamma) = \varphi_1(x)$ və $\varphi_2(\gamma) = \varphi_2(x)$ şərti ödənilir.
- d) əgər $u_1(x) \neq 0$, $u_2(x) \neq 0$, $\varphi_1(x) = \varphi_2(x)$ və $u_1(x) + u_2(x) = 0$ olarsa, onda x nöqtəsinin müəyyən ətrafında $\varphi_1(\gamma) = \varphi_2(\gamma)$ şərti ödənilir.
- e) əgər $u_1(x) \neq 0$, $u_2(x) \neq 0$, $\varphi_1(x) = \varphi_2(x)$, $u_1(x) + u_2(x) \neq 0$ olarsa, onda x nöqtəsinin müəyyən ətrafında $\varphi_1(\gamma) = \varphi_2(\gamma) = \varphi_1(x)$ şərti ödənilir.

ƏDƏBİYYAT

1. H.Kamowitz, Compact operators of the form uC_φ , Pacific J.Math., vol.80, No1(1979), 205-211.
2. А.И.Шахбазов, О некоторых компактных операторах в равномерных пространствах непрерывных функций, Докл.Акад. Наук.Азерб.ССР, т..36, №12 (1980), 6-8.
3. А.И.Шахбазов, Спектр компактных операторов взвешенной композиции в некоторых пространствах аналитических функций, Диссертация на соискание ученой степени к.ф.м.н., Москва, 1984.
4. А.И.Шахбазов, О спектре компактного оператора взвешенной композиции в некоторых банаховых пространствах голоморфных функций, Теория функций, Функ анализ и их приложения (Украин.ССР), 1987г., вып. 47, стр. 105-112.
5. A.I.Shahbazov and H.Vaezi, Compact sums of weighted composition operators on $C(X)$, Transactions of Azerb.National Academy of Sciences, v.17, (1996), n.3, pp. 185-192.
6. A.I. Shahbazov and Y.N. Dehghan, Compactness and nuclearity of weighted composition operators on uniform spaces, Bulletin of the Ir. Math. Soc., vol.23, No1, (1997), 49-62.
7. A.I.Shahbazov, D.A.Seyidov, Closed range and compact weighted composition operators on uniform algebras, Transactions of Azerb.National Academy of Sciences, v.30, (2010), n.1, 185-192.
8. N. Dunford and J. Schwartz, Linear Operators, Part 1, Interscience Publishers, Inc. (1958), New York.

ABSTRACT

COMPACTNESS WEIGHTED TYPE ENDOMORPHISMS OF UNIFORM ALGEBRAS OF CONTINUOUS FUNCTIONS DEFINED ON COMPACT SETS

In this article we investigated compactness of weighted type composition operators (i.e., finite sums of weighted composition operators) on the uniformly closed subspaces of $C(X)$; where, $C(X)$ denote the uniform space of continuous functions, which defined on Hausdorff compact set X . In particular, we gave compactness criterion for finite sums of weighted endomorphisms (i.e., weighted type endomorphisms) on the uniform algebras $C(X)$, which corrected Theorem 3.3 in [5].

РЕЗЮМЕ

КОМПАКТНОСТЬ ЭНДОМОРФИЗМОВ ВЗВЕШЕННОГО ТИПА РАВНОМЕРНЫХ АЛГЕБР НЕПРЕРЫВНЫХ ФУНКЦИЙ ОПРЕДЕЛЕННЫХ НА КОМПАКТАХ

В статье исследуется компактность конечных сумм операторов взвешенных композиций (т.е., операторов типа взвешенного композиций) в равномерных подпространствах пространства $C(X)$; где $C(X)$ означает пространства непрерывных функций определенных на Хаусдорфовой компакте X . В частности, дается критерий компактности для конечных сумм взвешенных эндоморфизмов, т.е., эндоморфизмов взвешенного типа в алгебре $C(X)$, которое корректирует Теорема 3.3 в [5].

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).
Məqaləni çapa təqdim etdi: Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru,
dosent Məhəmməd Namazov

SAMIRA HASANLI

Nakhcivan State University

UOT 517.51

ON THE BOUNDEDNESS OF COMMUTATORS DUNKL-TYPE FRACTIONAL INTEGRAL OPERATOR IN THE DUNKL-TYPE MORREY SPACES

Açar sözlər: kommutator, ümumiləşmiş sürüşmə operatoru, Dankl tipli kəsr integral operator, Dankl tipli Morri fəzası, Dankl tipli BMO fəzası

Key words: commutator, generalized shift operator, Dunkl-type fractional integral operator, Dunkl-type Morrey space, Dunkl-type BMO space

Ключевые слова: коммутатор, оператор обобщенного сдвига, дробно-интегральный оператор типа Данкля, пространства Морри типа Данкля, пространства BMO типа Данкля

2000 Mathematics Subject Classification: Primary 42B20, 42B25, 42B35

Introduction

In the theory of partial differential equations Morrey spaces $M_{p,\lambda}(\mathbb{R}^n)$ play an important role. They were introduced by C. Morrey in 1938 [26] and defined as follows: For $0 \leq \lambda \leq n$, $1 \leq p < \infty$, $f \in M_{p,\lambda}(\mathbb{R}^n)$ if $f \in L_p^{loc}(\mathbb{R}^n)$ and

$$\|f\|_{M_{p,\lambda}} \equiv \|f\|_{M_{p,\lambda}(\mathbb{R}^n)} = \sup_{x \in \mathbb{R}^n, r > 0} r^{-\frac{\lambda}{p}} \|f\|_{L_p(B(x,r))} < \infty.$$

If $\lambda = 0$, then $M_{p,\lambda}(\mathbb{R}^n) = L_p(\mathbb{R}^n)$, if $\lambda = n$, then $M_{p,\lambda}(\mathbb{R}^n) = L_\infty(\mathbb{R}^n)$, if $\lambda < 0$ or $\lambda > n$, then $M_{p,\lambda}(\mathbb{R}^n) = \Theta$, where Θ is the set of all functions equivalent to 0 on $\mathbb{R}^n$.

These spaces appeared to be quite useful in the study of the local behaviour of the solutions to elliptic partial differential equations, apriori estimates and other topics in the theory of partial differential equations.

Also by $WM_{p,\lambda}(\mathbb{R}^n)$ we denote the weak Morrey space of all functions $f \in WL_p^{loc}(\mathbb{R}^n)$ for which

$$\|f\|_{WM_{p,\lambda}} \equiv \|f\|_{WM_{p,\lambda}(\mathbb{R}^n)} = \sup_{x \in \mathbb{R}^n, r > 0} r^{-\frac{\lambda}{p}} \|f\|_{WL_p(B(x,r))} < \infty,$$

where $WL_p(\mathbb{R}^n)$ denotes the weak L_p -space.

The Hardy–Littlewood maximal function, fractional maximal function and fractional integrals are important technical tools in harmonic analysis, theory of functions and partial differential equations. On the real line, the Dunkl operators are differential-difference operators associated with the reflection group Z_2 on $\mathbb{R}$. In the works [2, 13, 21, 30] the maximal operator associated with the Dunkl operator on $\mathbb{R}$ were studied. Let b be a locally integrable function on $\mathbb{R}^n$ and T be a Calderon-Zygmund operator. The commutator is defined for smooth functions f as

$$[b, T]f = bT(f) - T(bf).$$

Coifman, Rochberg and Weiss [10] stated that $[b, T]$ is a bounded operator on $L_p(\mathbb{R}^n)$, $1 < p < \infty$, when b is a BMO function. Chanillo [9] proved that the commutators of the Riesz potentials characterize the function space BMO . In [12] proved that $b \in BMO(\mathbb{R}^n)$ if and only if the maximal commutator M_b is bounded from the Morrey space $M_{p,\lambda}(\mathbb{R}^n)$. In this work, we study the and the commutator of the fractional integral (Dunkl-type fractional integral) associated with the Dunkl operator on $\mathbb{R}$. We obtain the necessary and sufficient conditions for the boundedness of the commutator fractional integral from the spaces $M_{p,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$ to the spaces $M_{q,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$, $1 < p < q < \infty$, and from the spaces $M_{1,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$ to the weak spaces $WM_{q,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$, $1 < q < \infty$.

For $x \in \mathbb{R}^n$ and $r > 0$, let $B(x, r)$ denote the open ball centered at x of radius r .

Let $f \in L_1^{loc}(\mathbb{R}^n)$. The maximal operator M and the Riesz potential I^β are defined by

$$Mf(x) = \sup_{t>0} |B(x, t)|^{-1} \int_{B(x, t)} |f(y)| dy,$$

$$I^\beta f(x) = \int_{\mathbb{R}^n} \frac{f(y) dy}{|x - y|^{n-\beta}}, \quad 0 < \beta < n,$$

where $|B(x, t)|$ is the Lebesgue measure of the ball $B(x, t)$.

The operators M and I^β play important role in real and harmonic analysis (see, for example [31] and [27]).

F. Chiarenza and M. Frasca [11] studied the boundedness of the maximal operator M in Morrey spaces $M_{p,\lambda}$. Their results can be summarized as follows:

Theorem A. Let $0 < \alpha < n$ and $0 \leq \lambda < n$, $1 \leq p < \infty$.

- 1) If $1 < p < \infty$, then M is bounded from $M_{p,\lambda}$ to $M_{p,\lambda}$.
- 2) If $p = 1$, then M is bounded from $M_{1,\lambda}$ to $WM_{1,\lambda}$.

The classical result by Hardy-Littlewood-Sobolev states that if $1 < p < q < \infty$, then I^β is bounded from $L_p(\mathbb{R}^n)$ to $L_q(\mathbb{R}^n)$ if and only if $\beta = \frac{n}{p} - \frac{n}{q}$ and for $p = 1 < q < \infty$, I^β is bounded from $L_1(\mathbb{R}^n)$ to $WL_q(\mathbb{R}^n)$ if and only if $\beta = n - \frac{n}{q}$.

D. R. Adams [5] studied the boundedness of the Riesz potential in Morrey spaces and proved the follows statement.

Theorem B. Let $0 < \beta < n$ and $0 \leq \lambda < n$, $1 \leq p < \frac{n-\lambda}{\beta}$.

- 1) If $1 < p < \frac{n-\lambda}{\beta}$, then condition $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{\beta}{n-\lambda}$ is necessary and sufficient for the boundedness I^β from $M_{p,\lambda}(\mathbb{R}^n)$ to $M_{q,\lambda}(\mathbb{R}^n)$.
- 2) If $p = 1$, then condition $1 - \frac{1}{q} = \frac{\beta}{n-\lambda}$ is necessary and sufficient for the boundedness I^β from $M_{1,\lambda}(\mathbb{R}^n)$ to $WM_{q,\lambda}(\mathbb{R}^n)$.

If $\beta = \frac{n}{p} - \frac{n}{q}$, then $\lambda = 0$ and the statement of Theorem B reduces to the abovementioned result by Hardy-Littlewood-Sobolev.

1. Definitions, notation and preliminaries

Let $\alpha > -1/2$ be a fixed number and μ_α be the weighted Lebesgue measure on $\mathbb{R}$, given by

$$d\mu_\alpha(x) := \left(2^{\alpha+1}\Gamma(\alpha+1)\right)^{-1} |x|^{2\alpha+1} dx.$$

For every $1 \leq p \leq \infty$, we denote by $L_{p,\alpha}(\mathbb{R}) = L_p(\mathbb{R}, d\mu_\alpha)$ the spaces of complex-valued functions f , measurable on $\mathbb{R}$ such that

$$\|f\|_{p,\alpha} \equiv \|f\|_{L_{p,\alpha}} = \left(\int_{\mathbb{R}} |f(x)|^p d\mu_\alpha(x) \right)^{1/p} < \infty \quad \text{if } p \in [1, \infty),$$

and

$$\|f\|_{\infty,\alpha} \equiv \|f\|_{L_\infty} = \operatorname{ess\,sup}_{x \in \mathbb{R}} |f(x)| \quad \text{if } p = \infty.$$

For $1 \leq p < \infty$ we denote by $WL_{p,\alpha}(\mathbb{R})$, the weak $L_{p,\alpha}(\mathbb{R})$ spaces defined as the set of locally integrable functions f with the finite norm

$$\|f\|_{WL_{p,\alpha}} = \sup_{r>0} (\mu_\alpha \{x \in \mathbb{R} : |f(x)| > r\})^{1/p}.$$

Note that

$$L_{p,\alpha} \subset WL_{p,\alpha} \quad \text{and} \quad \|f\|_{WL_{p,\alpha}} \leq \|f\|_{p,\alpha} \quad \text{for all } f \in L_{p,\alpha}(\mathbb{R}).$$

Let $B(x, t) = \{y \in \mathbb{R} : |y| \in [\max\{0, |x| - t\}, |x| + t]\}$ and $B_t \equiv B(0, t) = [-t, t]$, $t > 0$. Then

$$\mu_\alpha B_t = b_\alpha t^{2\alpha+2},$$

where $b_\alpha = \left[2^{\alpha+1}(\alpha+1)\Gamma(\alpha+1)\right]^{-1}$.

Let $M_\alpha^\#$ be the Dunkl-type sharp maximal function defined by

$$M_\gamma^\# f(x) = \sup_{r>0} \frac{1}{\mu_\alpha B_r} \int_{B_r} |\tau_x f(y) - f_{B_r}(x)| d\mu_\alpha(y),$$

where $f_{B_r}(x) = \frac{1}{\mu_\alpha B_r} \int_{B_r} \tau_x f(y) d\mu_\alpha(y)$.

We denote by $BMO_\alpha(\mathbb{R})$ (Dunkl-type BMO space) the set of locally integrable functions f with finite norm

$$\|f\|_{BMO_\alpha} = \sup_{r>0, x \in \mathbb{R}} \frac{1}{\mu_\alpha B_r} \int_{B_r} |\tau_x f(y) - f_{B_r}(x)| d\mu_\alpha(y) < \infty$$

or

$$\|f\|_{BMO_\alpha} = \inf_C \sup_{r>0, x \in \mathbb{R}} \frac{1}{\mu_\alpha B_r} \int_{B_r} |\tau_x f(y) - C| d\mu_\alpha(y).$$

Theorem 1. [24] 1) Let $f \in L_{1,\alpha}^{loc}(\mathbb{R})$. If

$$\sup_{t>0, x \in \mathbb{R}} \left(\mu_\alpha(B_t)^{-1} \int_{B_t} |\tau_y f(x) - f_{B_t}|^p d\mu_\alpha(y) \right)^{1/p} = \|f\|_{BMO_{p,\alpha}} < \infty$$

then for any $1 < p < \infty$,

$$\|f\|_{BMO_\alpha} \leq \|f\|_{BMO_{p,\alpha}} \leq A_p \|f\|_{BMO_\alpha},$$

where the constant A_p depends only on p .

2) Let $f \in BMO_\alpha(\mathbb{R})$. Then, there is a constant $C > 0$ such that

$$|f_{B_r} - f_{B_t}| \leq C \|f\|_{BMO_\alpha} \ln \frac{t}{r}, 0 < 2r < t,$$

where C is independent of f, x, r and t .

For all $x, y, z \in \mathbb{R}$, we put

$$W_\alpha(x, y, z) = (1 - \sigma_{x,y,z} + \sigma_{z,x,y} + \sigma_{z,y,x}) \Delta_\alpha(x, y, z)$$

where

$$\sigma_{x,y,z} = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2 - z^2}{2xy} & \text{if } x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

and Δ_α is the Bessel kernel given by

$$\Delta_\alpha(x, y, z) = \begin{cases} d_\alpha \frac{([(|x| + |y|)^2 - z^2][z^2 - (|x| - |y|)^2])^{\alpha-1/2}}{|xyz|^{2\alpha}}, & \text{if } |z| \in A_{x,y}, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

where $d_\alpha = (\Gamma(\alpha+1))^2 / (2^{\alpha-1} \sqrt{\pi} \Gamma(\alpha + \frac{1}{2}))$ and $A_{x,y} = [|x| - |y|, |x| + |y|]$.

Properties 1. (see Rösler [33]) The signed kernel W_α is even with respect to all variables and satisfies the following properties

$$W_\alpha(x, y, z) = W_\alpha(y, x, z) = W_\alpha(-x, z, y),$$

$$W_\alpha(x, y, z) = W_\alpha(-z, y, -x) = W_\alpha(-x, -y, -z)$$

and

$$\int_{\mathbb{R}} |W_\alpha(x, y, z)| d\mu_\alpha(z) \leq 4.$$

In the sequel we consider the signed measure $\nu_{x,y}$, on $\mathbb{R}$, given by

$$\nu_{x,y} = \begin{cases} W_\alpha(x, y, z) d\mu_\alpha(z) & \text{if } x, y \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \\ d\delta_x(z) & \text{if } y = 0, \\ d\delta_y(z) & \text{if } x = 0. \end{cases}$$

Definition 1. For $x, y \in \mathbb{R}$ and f a continuous function on $\mathbb{R}$, we put

$$\tau_x f(y) = \int_{\mathbb{R}} f(z) d\nu_{x,y}(z).$$

The operators τ_x , $x \in \mathbb{R}$, are called Dunkl translation operators on $\mathbb{R}$ and it can be expressed in the following form (see [33])

$$\begin{aligned} \tau_x f(y) &= c_\alpha \int_0^\pi f_e((x, y)_\theta) h_1(x, y, \theta) (\sin \theta)^{2\alpha} d\theta \\ &\quad + c_\alpha \int_0^\pi f_o((x, y)_\theta) h_2(x, y, \theta) (\sin \theta)^{2\alpha} d\theta, \end{aligned}$$

where $(x, y)_\theta = \sqrt{x^2 + y^2 - 2|xy| \cos \theta}$, $f = f_e + f_o$, f_o and f_e being respectively the odd and the even parts of f , with

$$c_\alpha \equiv \left(\int_0^\pi (\sin \theta)^{2\alpha} d\theta \right)^{-1} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\alpha+1/2)},$$

$$h_1(x, y, \theta) = 1 - \operatorname{sgn}(xy) \cos \theta \quad \text{and}$$

$$h_2(x, y, \theta) = \begin{cases} \frac{(x+y)[1-\operatorname{sgn}(xy)\cos\theta]}{(x, y)_\theta}, & \text{if } xy \neq 0, \\ 0, & \text{if } xy = 0. \end{cases}$$

Using the change of variable $z = (x, y)_\theta$, we have also (see [4])

$$\begin{aligned} \tau_x f(y) &= c_\alpha \int_0^\pi \{f((x, y)_\theta) + f(-(x, y)_\theta) \\ &\quad + \frac{x+y}{(x, y)_\theta} [f((x, y)_\theta) - f(-(x, y)_\theta)] (1-\cos\theta)(\sin\theta)^{2\alpha} d\theta. \end{aligned}$$

Now we define the Dunkl-type maximal function by

$$M_\alpha f(x) = \sup_{r>0} (\mu_\alpha B_r)^{-1} \int_{B_r} \tau_x |f|(y) d\mu_\alpha(y), \quad 0 \leq \beta < 2\alpha + 2.$$

The following theorem was proved in [13].

Theorem 2. [13]

1. If $f \in L_{1,\omega,\alpha}(\mathbb{R})$ and $\omega \in A_{1,\alpha}(\mathbb{R})$, then $M_\alpha f \in WL_{1,\omega,\alpha}(\mathbb{R})$ and

$$\|M_\alpha f\|_{WL_{1,\omega,\alpha}} \leq C_{1,\alpha} \|f\|_{L_{1,\omega,\alpha}},$$

where $C_{1,\alpha}$ depends only on α .

2. If $f \in L_{p,\omega,\alpha}(\mathbb{R})$, $1 < p < \infty$ and $\omega \in A_{p,\alpha}(\mathbb{R})$, then $M_\alpha f \in L_{p,\omega,\alpha}(\mathbb{R})$ and

$$\|M_\alpha f\|_{L_{p,\omega,\alpha}} \leq C_{p,\alpha} \|f\|_{L_{p,\omega,\alpha}},$$

where $C_{p,\alpha}$ depends only on p, α .

Definition 2. Let $1 \leq p < \infty$, $0 \leq \lambda \leq 2\alpha + 2$. We denote by $M_{p,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$ Dunkl-type Morrey space ($\equiv$ D-Morrey space) as the set of locally integrable functions $f(x)$, $x \in \mathbb{R}$, with the finite norm

$$\|f\|_{M_{p,\lambda,\alpha}} = \sup_{t>0, x \in \mathbb{R}} \left(t^{-\lambda} \int_{B_t} [\tau_x |f|(y)]^p d\mu_\alpha(y) \right)^{1/p}.$$

Theorem 3. [15]

1. If $f \in M_{1,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$, $0 \leq \lambda < 2\alpha + 2$, then $M_\alpha f \in WM_{1,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$ and

$$\|M_\alpha f\|_{WM_{1,\lambda,\alpha}} \leq C_{1,\lambda,\alpha} \|f\|_{M_{1,\lambda,\alpha}},$$

where $C_{1,\lambda,\alpha}$ depends only on λ, α and n .

2. If $f \in M_{p,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$, $1 < p < \infty$, $0 \leq \lambda < 2\alpha + 2$, then $M_\alpha f \in M_{p,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$ and

$$\|M_\alpha f\|_{M_{p,\lambda,\alpha}} \leq C_{p,\lambda,\alpha} \|f\|_{M_{p,\lambda,\alpha}},$$

where $C_{p,\lambda,\alpha}$ depends only on p, λ, α and n .

For $1 \leq p, \theta \leq \infty$, $0 \leq \lambda \leq 2\alpha + 2$ and $0 < s < 1$, the Besov-Morrey space for the Dunkl operators on $\mathbb{R}$ (Besov-Morrey-Dunkl space) $B_{p\theta,\lambda,\alpha}^s(\mathbb{R})$ consists of all functions f in $L_{p,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$ so that

$$\|f\|_{B_{p\theta,\lambda,\alpha}^s} = \|f\|_{L_{p,\lambda,\alpha}} + \left(\int_{\mathbb{R}} \frac{P \tau_x f(\cdot) - f(\cdot) P^\theta_{L_{p,\lambda,\alpha}}}{|x|^{2\alpha+2+s\theta}} d\mu_\alpha(x) \right)^{1/\theta} < \infty. \quad (1.1)$$

Besov spaces in the setting of the Dunkl operators studied by C. Abdelkefi and M. Sifi [3, 4], R. Bouguila, M.N. Lazhari and M. Assal [6], L. Kamoun [19], Y.Y. Mammadov [22] and V.S.

Guliyev, Y.Y. Mammadov [14]. In the following theorem we prove the boundedness of the Dunkl-type maximal operator $M_{\beta,\alpha}$ in the Dunkl-type Besov spaces.

Theorem 4. ([14]) For $1 < p < q < \infty$, $0 \leq \lambda \leq 2\alpha + 2$, $1 \leq \theta \leq \infty$ and $0 < s < 1$ the Dunkl-type maximal operator M_α is bounded from $B_{p\theta,\lambda,\alpha}^s(\mathbb{R})$ to $B_{p\theta,\lambda,\alpha}^s(\mathbb{R})$. More precisely, there is a constant $C > 0$ such that

$$\|M_\alpha f\|_{B_{p\theta,\lambda,\alpha}^s} \leq C \|f\|_{B_{p\theta,\lambda,\alpha}^s}$$

hold for all $f \in B_{p\theta,\lambda,\alpha}^s(\mathbb{R})$.

For a real parameter $\alpha \geq -1/2$, we consider the Dunkl operator, associated with the reflection group Z_2 on $\mathbb{R}$:

$$\Lambda_\alpha(f)(x) = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{2\alpha+1}{x} (f(x) - f(-x)) \quad (1.2)$$

Note that $\Lambda_{-1/2} = d/dx$.

For $\alpha \geq -1/2$ and $\lambda \in \mathbb{C}$, the initial value problem:

$$\Lambda_\alpha(f)(x) = \lambda f(x), \quad f(0) = 1, \quad x \in \mathbb{R}$$

has a unique solution $E_\alpha(\lambda x)$ called Dunkl kernel [8, 28, 34] and given by

$$E_\alpha(\lambda x) = j_\alpha(i\lambda x) + \frac{\lambda x}{2(\alpha+1)} j_{\alpha+1}(i\lambda x), \quad x \in \mathbb{R},$$

where j_α is the normalized Bessel function of the first kind and order α [35], defined by

$$j_\alpha(z) = 2^\alpha \Gamma(\alpha+1) \frac{J_\alpha(z)}{z^\alpha} = \Gamma(\alpha+1) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (z/2)^{2n}}{n! \alpha(n+\alpha+1)}, \quad z \in \mathbb{C}.$$

We can write for $x \in \mathbb{R}$ and $\lambda \in \mathbb{C}$ (see Rösler [33], p. 295)

$$E_\alpha(-i\lambda x) = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\alpha+1/2)} \int_{-1}^1 (1-t^2)^{\alpha-1/2} (1-t) e^{i\lambda x t} dt.$$

Note that $E_{-1/2}(\lambda x) = e^{\lambda x}$.

The Dunkl transform F_α of a function $f \in L_{1,\alpha}(\mathbb{R})$, is given by

$$F_\alpha f(\lambda) := \int_{\mathbb{R}} E_\alpha(-i\lambda x) f(x) d\mu_\alpha(x), \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Here the integral makes sense since $|E_\alpha(ix)| \leq 1$ for every $x \in \mathbb{R}$ [33], p. 295.

Note that $F_{-1/2}$ agrees with the classical Fourier transform F , given by:

$$Ff(\lambda) := (2\pi)^{-1/2} \int_{\mathbb{R}} e^{-i\lambda x} f(x) dx, \quad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Proposition 1. (see Soltani [29])

(i) If f is an even positive continuous function, then $\tau_x f$ is positive.

(ii) For all $x \in \mathbb{R}$ the operator τ_x extends to $L_{p,\alpha}(\mathbb{R})$, $p \geq 1$ and we have for $f \in L_{p,\alpha}(\mathbb{R})$,

$$\|\tau_x f\|_{p,\alpha} \leq 4 \|f\|_{p,\alpha}. \quad (1.3)$$

(iii) For all $x, \lambda \in \mathbb{R}$ and $f \in L_{1,\alpha}(\mathbb{R})$, we have

$$F_\alpha(\tau_x f)(\lambda) = E_\alpha(i\lambda x) F_\alpha f(\lambda).$$

Let f and g be two continuous functions on $\mathbb{R}$ with compact support. We define the generalized convolution $*_\alpha$ of f and g by

$$f *_\alpha g(x) := \int_{\mathbb{R}} \tau_x f(-y) g(y) d\mu_\alpha(y), \quad x \in \mathbb{R}.$$

The generalized convolution $*_{\alpha}$ is associative and commutative [33]. Note that $*_{-1/2}$ agrees with the standard convolution $*$.

Proposition 2. (see Soltani [29])

- (i) If f is an even positive function and g a positive function with compact support, then $f *_{\alpha} g$ is positive.
- (ii) Assume that $p, q, r \in [1, +\infty[$ satisfying $1/p + 1/q = 1 + 1/r$ (the Young condition). Then the map $(f, g) \mapsto f *_{\alpha} g$, defined on $E_c \times E_c$, extends to a continuous map from $L_{p,\alpha}(\mathbb{R}) \times L_{q,\alpha}(\mathbb{R})$ to $L_{r,\alpha}(\mathbb{R})$, and we have

$$\|f *_{\alpha} g\|_{r,\alpha} \leq 4\|f\|_{p,\alpha}\|g\|_{q,\alpha}.$$

- (ii) For all $f \in L_{1,\alpha}(\mathbb{R})$ and $g \in L_{2,\alpha}(\mathbb{R})$, we have

$$F_{\alpha}(f *_{\alpha} g) = (F_{\alpha} f)(F_{\alpha} g).$$

2. Commutators of the Dunkl-type fractional integral operator in Dunkl-type Morrey spaces

In this section we consider commutators of the Dunkl-type fractional integral operator defined as the following equality

$$[b, I_{\beta,\alpha}]f(x) = \int_{\mathbb{R}} (b(x) - b(y)) |y|^{\beta-2\alpha-2} \tau_y f(x) d\mu_{\alpha}(y), \quad 0 < \alpha < 2\alpha + 2.$$

Given a measurable function b the operator $|b, I_{\beta,\alpha}|$ is defined by

$$|b, I_{\beta,\alpha}|f(x) = \int_{\mathbb{R}} |b(x) - b(y)| |y|^{\beta-2\alpha-2} \tau_y |f|(x) d\mu_{\alpha}(y), \quad 0 < \alpha < 2\alpha + 2.$$

Theorem 5. Let $0 < \alpha < 2\alpha + 2$, $0 \leq \lambda < 2\alpha + 2 - \beta$, $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{\beta}{2\alpha + 2 - \lambda}$ and $1 < p < \frac{2\alpha + 2 - \lambda}{\beta}$. Then the commutator $|b, I_{\beta,\alpha}|$ is bounded from $L_{p,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$ to $L_{q,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$ if and only if $b \in BMO_{\alpha}$.

Proof. Sufficiency: Let $f \in L_{p,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$. Then

$$|b, I_{\beta,\alpha}|f(x) = \left(\int_{B_t} + \int_{\mathbb{R} \setminus B_t} \right) \tau_y |b - b(x)| f(x) |y|^{\beta-2\alpha-2} d\mu_{\alpha}(y) \equiv F_1(x, t) + F_2(x, t). \quad (2.1)$$

Firstly, we estimate $F_1(x, t)$. By using the Hölder's inequality we have

$$\begin{aligned} F_1(x, t) &= \int_{E(0,t)} \tau_y |b - b(x)| f(x) |y|^{\beta-2\alpha-2} d\mu_{\alpha}(y) \\ &\leq \sum_{j=-\infty}^{-1} (2^j t)^{\beta-2\alpha-2} \int_{E(0,2^{j+1}t) \setminus E(0,2^j t)} \tau_y |b - b(x)| f(x) d\mu_{\alpha}(y) \\ &\leq \sum_{j=-\infty}^{-1} (2^j t)^{\beta-2\alpha-2} \left(\int_{B_{2^{j+1}t} \setminus B_{2^j t}} |\tau_y b(x) - b|^{r'} d\mu_{\alpha}(y) \right)^{1/r'} \times \left(\int_{B_{2^{j+1}t} \setminus B_{2^j t}} \tau_y |f(x)|^r d\mu_{\alpha}(y) \right)^{1/r} \\ &\leq \sum_{j=-\infty}^{-1} (2^j t)^{2\alpha+2} (2^j t)^{\beta-2\alpha-2} \|b\|_{BMO_{\alpha}} (M_{\alpha}(|f|^{r'})(x))^{1/r}. \end{aligned}$$

Hence

$$F_1(x, t) \leq Ct^\beta \|b\|_{BMO_\alpha} \left(M_\alpha(|f|^r)(x) \right)^{1/r}. \quad (2.2)$$

Now we estimate $F_2(x, t)$. By using the Hölder's inequality we get

$$\begin{aligned} F_2(x, t) &\leq \int_{\mathbb{R} \setminus B_t} \tau_y(|b - b(x)| |f(x)| |y|^{\beta-2\alpha-2}) d\mu_\alpha(y) \\ &\leq \sum_{j=0}^{\infty} (2^j t)^{\beta-2\alpha-2} \int_{B_{2^{j+1}t} \setminus B_{2^j t}} \tau_y(|b - b(x)| |f(x)|) d\mu_\alpha(y) \\ &\leq \sum_{j=0}^{\infty} (2^j t)^{\beta-2\alpha-2} \left(\int_{B_{2^{j+1}t} \setminus B_{2^j t}} |\tau_y b(x) - b|^{p'} d\mu_\alpha(y) \right)^{1/p'} \times \left(\int_{B_{2^{j+1}t} \setminus B_{2^j t}} \tau_y |f(x)|^p d\mu_\alpha(y) \right)^{1/p} \\ &\leq 2^{\frac{2\alpha+2-\lambda}{p'}} t^{\alpha-\frac{2\alpha+2-\lambda}{p}} \|b\|_{BMO_\alpha} \|f\|_{M_{p,\lambda,\alpha}} \sum_{j=0}^{\infty} 2^{j \left(\beta - \frac{2\alpha+2-\lambda}{p} \right)}. \end{aligned}$$

Thus

$$F_2(x, t) \leq Ct^{\beta-\frac{2\alpha+2-\lambda}{p}} \|b\|_{BMO_\alpha} \|f\|_{M_{p,\lambda,\alpha}}. \quad (2.3)$$

So, from (2.2) and (2.3) we have

$$\|b, I_{\beta,\alpha} |f(x)|\| \leq Ct^\beta \|b\|_{BMO_\alpha} \left(M_\alpha(|f|^r)(x) \right)^{1/r} + Ct^{\beta-\frac{2\alpha+2-\lambda}{p}} \|b\|_{BMO_\alpha} \|f\|_{L_{p,\lambda,\alpha}}.$$

Minimizing with respect to $t = \left[\left(M_\alpha(|f|^r)(x) \right)^{-1/r} \|f\|_{L_{p,\lambda,\alpha}} \right]^{p/(2\alpha+2-\lambda)}$ we obtain

$$\|b, I_{\beta,\alpha} |f(x)|\| \leq C \|b\|_{BMO_\alpha} \left(\left(M_\alpha(|f|^r)(x) \right)^{1/r} \right)^{p/q} \|f\|_{L_{p,\lambda,\alpha}}^{1-p/q}.$$

Hence, by Theorem 3, we get

$$\begin{aligned} &\int_{B_t} \tau_y [|b, I_{\beta,\alpha} |f|]^q(x) d\mu_\alpha(y) \\ &\leq C \|b\|_{BMO_\alpha}^q \|f\|_{M_{p,\lambda,\alpha}}^{q-p} \int_{B_t} \tau_y \left(M_\alpha(|f|^r)(x) \right)^{p/r} d\mu_\alpha(y) \\ &\leq C_{p,\alpha} t^\lambda \|b\|_{BMO_\alpha}^q \|f\|_{M_{p,\lambda,\alpha}}^{q-p} \| |f|^r \|_{M_{p/r,\lambda,\gamma}}^p = Ct^\lambda \|b\|_{BMO_\alpha}^q \|f\|_{M_{p,\lambda,\alpha}}^{q-p} \|f\|_{M_{p,\lambda,\alpha}}^p \\ &= Ct^\lambda \|b\|_{BMO_\alpha}^q \|f\|_{M_{p,\lambda,\alpha}}^q. \end{aligned}$$

Finally $|b, I_{\beta,\alpha} |f| \in M_{q,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$ and

$$\| |b, I_{\beta,\alpha} |f| \|_{M_{q,\lambda,\alpha}} \leq C \|b\|_{BMO_\alpha} \|f\|_{M_{p,\lambda,\alpha}}.$$

Necessity: Let $|b, I_{\beta,\alpha} |f|$ be bounded from $M_{p,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$ to $M_{q,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$, $1 < p < \frac{2\alpha+2-\lambda}{\beta}$. We

have

$$\frac{1}{(\mu_\alpha B_t)} \int_{B_t} |\tau_z b(x) - f_{B_t}| d\mu_\alpha(z)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{(\mu_\alpha B_t)} \int_{B_t} \left| \tau_z b(x) - \frac{1}{(\mu_\alpha B_t)} \int_{B_t} \tau_z b(y) d\mu_\alpha(y) \right| d\mu_\alpha(z) \\
&\leq \frac{1}{(\mu_\alpha B_t)^{1+\frac{\beta}{2\alpha+2}}} \int_{B_t} \frac{1}{(\mu_\alpha B_t)^{1-\frac{\beta}{2\alpha+2}}} \int_{B_t} |\tau_z b(x) - \tau_z b(y)| d\mu_\alpha(y) d\mu_\alpha(z) \\
&\leq \frac{1}{(\mu_\alpha B_t)^{1+\frac{\beta}{2\alpha+2}}} \int_{B_t} \int_{B_t} \frac{|\tau_z(b(x) - b(y))|}{|y|^{2\alpha+2-\alpha}} d\mu_\alpha(y) d\mu_\alpha(z) \leq \frac{1}{(\mu_\alpha B_t)^{1+\frac{\beta}{2\alpha+2}}} \int_{B_t} |b, I_{\beta,\alpha} | \chi_{B_t}(z) d\mu_\alpha(z) \\
&\leq Ct^{-2\alpha+2-\beta+\lambda} \left\| |b, I_{\beta,\alpha} | \chi_{B_t} \right\|_{M_{q,\lambda,\alpha}} \left\| \chi_{B_t} \right\|_{M_{q',\lambda,\gamma}} \leq Ct^{\frac{2\alpha+2-\lambda}{q'} + \frac{2\alpha+2-\lambda}{p} - 2\alpha+2-\beta+\lambda} \leq C.
\end{aligned}$$

This shows that $b \in BMO_\alpha(\mathbb{R})$.

Theorem 6. Let $0 < \alpha < 2\alpha + 2$, $0 \leq \lambda < 2\alpha + 2 - \beta$, $1 - \frac{1}{q} = \frac{\beta}{2\alpha + 2 - \lambda}$ and $b \in BMO_\alpha(\mathbb{R})$. Then the commutator $|b, I_{\beta,\alpha}|$ is bounded from $M_{1,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$ to $WM_{q,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$.

Proof. Let $f \in L_{1,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$. We have

$$\begin{aligned}
\mu_\alpha(\{x \in B_t : |b, I_{\beta,\alpha}| f(x)| > 2\beta\}) &\leq \mu_\alpha(\{x \in B_t : F_1(x, t) > \beta\}) \\
&+ \mu_\alpha(\{x \in B_t : F_2(x, t) > \beta\})
\end{aligned}$$

where $F_1(x, t)$ and $F_2(x, t)$ are defined in (2.1). Now taking into account (2.2) and Theorem 3 we have

$$\begin{aligned}
\mu_\alpha(\{x \in B_t : |F_1(x, t)| > \delta\}) &\leq \mu_\alpha\left(\left\{x \in B_t : \left(M_\alpha(|f|^r)(x)\right)^{1/r} > \frac{\delta}{Ct^\beta \|b\|_{BMO_\alpha}}\right\}\right) \\
&\leq \frac{Ct^\beta}{\delta} \cdot \|b\|_{BMO_\alpha} \|f\|_{M_{1,\lambda,\alpha}}.
\end{aligned}$$

Also taking into account (2.3), for $\delta = Ct^{\beta - \frac{2\alpha+2-\lambda}{p}} \|b\|_{BMO_\alpha} \|f\|_{M_{1,\lambda,\alpha}}$ we have $F_2(x, t) \leq \delta$, that is, $\mu_\alpha(\{x \in B_t : F_2(x, t) > \delta\}) = 0$.

Finally

$$\mu_\alpha(\{x \in B_t : |b, I_{\beta,\alpha}| f(x)| > 2\delta\}) \leq \frac{C}{\delta} t^\beta \|b\|_{BMO_\alpha} \|f\|_{M_{1,\lambda,\alpha}} = C \left(\frac{\|b\|_{BMO_\alpha} \|f\|_{M_{1,\lambda,\alpha}}}{\delta} \right)^q.$$

The following theorem is known as Hardy-Littlewood-Sobolev-Morrey-type theorem for the commutator of the Dunkl-type fractional integral operator and it gives a necessary and sufficient condition for the boundedness of the operator $|b, I_{\beta,\alpha}|$ from $M_{p,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$ to $M_{q,\lambda,\alpha}(\mathbb{R})$

Theorem 7. Let $0 < \alpha < 2\alpha + 2$, $0 \leq \lambda < 2\alpha + 2 - \beta$, $b \in BMO_\alpha(\mathbb{R})$ and

$$1 \leq p < \frac{2\alpha + 2 - \lambda}{\beta}.$$

1) If $1 < p < \frac{2\alpha+2-\lambda}{\beta}$, then the commutator $|b, I_{\beta, \alpha}|$ is bounded from $M_{p, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$ to $M_{q, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$ if and only if $\frac{1}{p} - \frac{1}{q} = \frac{\beta}{2\alpha+2-\lambda}$.

2) If $p=1$, then the commutator $|b, I_{\beta, \alpha}|$ is bounded from $M_{1, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$ to $WM_{q, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$ if and only if $1 - \frac{1}{q} = \frac{\beta}{2\alpha+2-\lambda}$.

Proof. 1) The sufficiency follows from Theorem 5.

Necessity: Let $1 < p < \frac{2\alpha+2-\lambda}{\beta}$ and $|b, I_{\beta, \alpha}|$ be bounded from $M_{p, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$ to $M_{q, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$.

Let us define $f_t(x) =: f(tx)$, $t > 0$. Then

$$\|f_t\|_{M_{p, \lambda, \alpha}} = t^{-\frac{2\alpha+2}{p}} \sup_{r>0, x \in \mathbb{R}} \left(r^{-\lambda} \int_{B_{tr}} \tau_y [|f|]^p(tx) d\mu_\alpha(y) \right)^{1/p} = t^{-\frac{2\alpha+2-\lambda}{p}} \|f\|_{M_{p, \lambda, \alpha}}$$

and

$$\begin{aligned} |b, I_{\beta, \alpha}| f_t(x) &= t^{-\beta} |b, I_{\beta, \alpha}| f(tx), \\ \| |b, I_{\beta, \alpha}| f_t \|_{M_{q, \lambda, \alpha}} &= t^{-\beta} \sup_{r>0, x \in \mathbb{R}} \left(r^{-\lambda} \int_{B_r} \tau_{ty} [|b, I_{\beta, \alpha}| f]^q(tx) d\mu_\alpha(y) \right)^{1/q} \\ &= t^{-\beta - \frac{2\alpha+2}{q}} \sup_{r>0, x \in \mathbb{R}} \left(r^{-\lambda} \int_{B_{tr}} \tau_y [|b, I_{\beta, \alpha}| f]^q(x) d\mu_\alpha(y) \right)^{1/q} = t^{-\beta - \frac{2\alpha+2-\lambda}{q}} \| |b, I_{\beta, \alpha}| f \|_{M_{q, \lambda, \alpha}}. \end{aligned}$$

Since the operator $|b, I_{\beta, \alpha}|$ is bounded from $M_{p, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$ to $M_{q, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$, we have

$$\| |b, I_{\beta, \alpha}| f_t \|_{M_{q, \lambda, \alpha}} \leq C t^{-\beta - \frac{2\alpha+2-\lambda}{q} + \frac{2\alpha+2-\lambda}{p}} \|b\|_{BMO_\alpha} \|f_t\|_{M_{p, \lambda, \alpha}}, \quad (2.4)$$

where C depends on p, q, λ and α .

If $\frac{2\alpha+2-\lambda}{p} > \frac{2\alpha+2-\lambda}{q} + \beta$, by the (2.4) then $\| |b, I_{\beta, \alpha}| f_t \|_{M_{q, \lambda, \alpha}} = 0$ for all $f \in L_{p, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$ as $t \rightarrow 0$.

If $\frac{2\alpha+2-\lambda}{p} < \frac{2\alpha+2-\lambda}{q} + \beta$, by the (2.4) then $\| |b, I_{\beta, \alpha}| f_t \|_{M_{q, \lambda, \alpha}} = 0$ for all $f \in L_{p, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$ as $t \rightarrow \infty$. Therefore $\frac{1}{p} = \frac{1}{q} + \frac{\beta}{2\alpha+2-\lambda}$.

2) The sufficiency follows from Theorem 6.

Necessity: Let $|b, I_{\beta, \alpha}|$ bounded from $M_{1, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$ to $WM_{q, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$. We have

$$\| |b, I_{\beta, \alpha}| f_t \|_{WM_{q, \lambda, \alpha}} = \sup_{r>0} \sup_{\xi>0, x \in \mathbb{R}} \left(\xi^{-\lambda} \int_{\{y \in B_\xi : \tau_y |b, I_{\beta, \alpha}| f_t(x) > r\}} d\mu_\alpha(y) \right)^{1/q}$$

$$\begin{aligned}
&= t^{-\beta} \sup_{r>0} t^{\beta} \sup_{\xi>0, x \in \mathbb{R}} \left(\int_{\xi^{-\lambda}}^{\xi^{-\lambda}} \int_{\{y \in B_{\xi} : \tau_{ty} \|b, I_{\beta, \alpha}\| f\|(tx) > rt^{\beta}\}} d\mu_{\alpha}(y) \right)^{1/q} \\
&= t^{-\beta - \frac{2\alpha+2}{q}} \sup_{r>0} t^{\beta} \sup_{\xi>0, x \in \mathbb{R}} \left(t^{\lambda} (t\xi)^{-\lambda} \int_{\{y \in B_{t\xi} : \tau_y \|b, I_{\beta, \alpha}\| f\|(x) > rt^{\beta}\}} d\mu_{\alpha}(y) \right)^{1/q} \\
&= t^{-\beta - \frac{2\alpha+2-\lambda}{q}} \|b, I_{\beta, \alpha} | f\|_{WM_{q, \lambda, \alpha}}.
\end{aligned}$$

Since the operator $|b, I_{\beta, \alpha}|$ bounded from $M_{1, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$ to $WM_{q, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$, we get

$$\|b, I_{\beta, \alpha} | f_t\|_{WM_{q, \lambda, \alpha}} \leq C t^{-\beta - \frac{2\alpha+2-\lambda}{q} + (2\alpha+2-\lambda)} \|b\|_{BMO_{\alpha}} \|f_t\|_{M_{1, \lambda, \alpha}},$$

where C depends on q, λ and α .

If $1 > \frac{1}{q} + \frac{\beta}{2\alpha+2-\lambda}$, then $\|b, I_{\beta, \alpha} | f_t\|_{WM_{q, \lambda, \alpha}} = 0$ for all $f \in M_{1, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$ as $t \rightarrow 0$.

Similarly, if $1 < \frac{1}{q} + \frac{\beta}{2\alpha+2-\lambda}$, then we have $\|b, I_{\beta, \alpha} | f_t\|_{WM_{q, \lambda, \alpha}} = 0$ for all $f \in M_{1, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$ as

$t \rightarrow \infty$. Therefore $1 = \frac{1}{q} + \frac{\beta}{2\alpha+2-\lambda}$.

REFERENCES

1. G.A.Abasova, L.R.Aliyeva, J.J.Hasanov, E.S.Shirinova, *Necessary and sufficient conditions for the boundedness of comutators of B-Riesz potentials in Lebegues spaces*. J.of Cont. Appl. Math., 6(2) (2016), 18-31.
2. C.Abelkefi and M.Sifi, *Dunkl Translation and Uncentered Maximal Operator on the Real Line*, International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences Volume 2007, Article ID 87808, 9 pages doi:10.1155/2007/87808
3. C.Abelkefi and M.Sifi, *On the uniform convergence of partial Dunkl integrals in Besov- Dunkl spaces*, Fractional Calculus and Applied Analysis, 9(1) (2006), 43-56.
4. C.Abelkefi and M.Sifi, *Characterization of Besov spaces for the Dunkl operator on the real line*, Journal of Inequalities in Pure and Applied Mathematics, Volume 8 (2007), Issue 3, Article 73, 1-21.
5. D.R.Adams, *A note on Riesz potentials*. Duke Math., 42 (1975), 765-778.
6. R.Bouguila, M.N.Lazhari and M. Assal, *Besov spaces associated with Dunkl's operator*, Integral Transforms and Special Functions, 18:8 (2007), 545 - 557.
7. L.Caffarelli, *Elliptic second order equations*, Rend. Sem. Mat. Fis. Milano **58** (1990), 253-284.
8. C.F.Dunkl, *Differential-difference operators associated with reflections groups*, Trans. Amer. Math. Soc. 311 (1989), 167-183.
9. S.Chanillo, *A note on commutators*, Indiana Math. J., **31** (1982), 7-16.
10. R.Coifman, R.Rochberg and G.Weiss, *Factorization theorems for Hardy spaces in several variables*, Ann. of Math., **103**(3) (1976), 611—635.
11. F.Chiarenza, M.Frasca, *Morrey spaces and Hardy–Littlewood maximal function*. Rend. Math. **7** (1987), 273-279.
12. A.Gogatishvili, R.Ch.Mustafayev, M.Agcaayazi, *Weak-type estimates in Morrey spaces for maximal commuatator and commutator of maximal function*, ArXiv: 1504.04509v2 [math.FA] 19 June (2015).

13. V.S.Guliyev, Y.Y.Mammadov, *Function spaces and integral operators for the Dunkl operator on the real line*, Khazar Journal of Mathematics, **2** (2006), no. 4, 17-42.
14. V.S.Guliyev, Y.Y.Mammadov, *On fractional maximal function and fractional integrals associated with the Dunkl operator on the real line*. Journal of Mathematical Analysis and Applications. 2009, v. 353, Issue 1, pp. 449-459.
15. E.V.Guliyev, A.Eroglu, Y.Y.Mammadov, *Necessary and Sufficient Conditions for the Boundedness of Dunkl-Type Fractional Maximal Operator in the Dunkl-Type Morrey Spaces*, Hindawi Publishing Corporation Abstract and Applied Analysis Volume 2010, Article ID 976493, 10 pages doi:10.1155/2010/976493
16. V.S.Guliyev, *On maximal function and fractional integral, associated with the Bessel differential operator*. Mathematical Inequalities and Applications, **6** (2) (2003), 317-330.
17. V.S.Guliyev and J.J.Hasanov, *Sobolev-Morrey type inequality for Riesz potentials, associated with the Laplace-Bessel differential operator*. Fractional Calculus and Applied Analysis. **9** (1) (2006), 17-32.
18. V.S.Guliyev and J.J.Hasanov, *Necessary and sufficient conditions for the boundedness of B-Riesz potential in the B-Morrey spaces*. J. Math. Anal. Appl. **347** (2008), 113-122.
19. L.Kamoun, *Besov-type spaces for the Dunkl operator on the real line*, Journal of Computational and Applied Mathematics, 199 (2007) 56-67.
20. A.Kufner, O.John and S.Fucik, *Function Spaces*, Noordhoff, Leyden, and Academia, Prague, 1977.
21. Y.Y.Mammadov, *On maximal operator associated with the Dunkl operator on $\mathbb{R}$* , Khazar Journal of Mathematics, **2** (2006), no. 4, 59-70.
22. Y.Y.Mammadov, *On the boundedness of the maximal operator associated with the Dunkl operator on $\mathbb{R}$ on the Besov-Dunkl spaces*, Proc. of NAS of Azerbaijan. Embedding theorems. Harmonic analysis. 26(34) (2007), Issue XIII, 244-257.
23. Y.Y.Mammadov, *On the boundedness of Riesz potential in the Morrey spaces associated with Dunkl's operator*. Dokl. Nats. Akad. Nauk Azerb. LXVI (2010), no. 3, pp. 13-19.
24. Y.Y.Mammadov, S.A.Hasanli, *On the boundedness of commutators Dunkl-type maximal operator in the Dunkl-type Morrey spaces*. Caspian Journal of Applied Mathematics, Ecology and Economics (2018), 17 p. (In press)
25. A.L.Mazzucato, *Besov-Morrey spaces: function space theory and applications to non-linear PDE*, Trans. Amer. Math. Soc. **355** (2003), 1297-1364.
26. C.B.Morrey, *On the solutions of quasi-linear elliptic partial differential equations*. Trans. Amer. Math. Soc. **43** (1938), 126-166.
27. S.G. Samko, A.A. Kilbas and O.I. Marichev, *Fractional Integrals and Derivative. Theory and Applications*. Gordon and Breach Sci. Publishers, 1993.
28. M.Sifi, F.Soltani, *Generalized Fock spaces and Weyl relations for the Dunkl kernel on the real line*, J. Math. Anal. Appl. 270 (2002), 92-106.
29. F.Soltani, *L_p -Fourier multipliers for the Dunkl operator on the real line*, J. Funct. Anal. 209 (2004) 16-35.
30. F. Soltani, *Littlewood-Paley operators associated with the Dunkl operator on $\mathbb{R}$* , J. Funct. Anal. 221 (2005) 205-225.
31. E.M.Stein, *Harmonic Analysis: Real-Variable Methods, Orthogonality and Oscillatory Integrals*, Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, 1993.
32. E.M.Stein and G.Weiss, *Introduction to Fourier analysis on Euclidean spaces*, Princeton Univ. Press, Princeton, NJ, 1971.
33. M.Rösler, *Bessel-type signed hypergroups on $\mathbb{R}$* , in Probability measures on groups and related structures, XI (Oberwolfach, 1994), H. Heyer and A. Mukherjea, Eds., pp. 292-304, World Scientific, River edge, NJ, USA, 1995.
34. K.Trimeche, *Paley-Wiener theorems for the Dunkl transform and Dunkl translation operators*, Int. Trans. Spec. Funct. 13 (2002), 17-38.
35. G.N.Watson, *A treatise on theory of Bessel functions*, Cambridge University Press, Cambridge, 1966.

XÜLASƏ

Samirə Həsənlı

DANKL TIPLI KƏSR INTEQRAL OPERATORUN KOMUTATORUNUN DANKL TIPLI MORRI FƏZASINDA MƏHDUDLUĞU

Son illərdə riyazi ədəbiyyatlarda ümumiləşmiş sürüşmənin yeni sinfi olan ümumiləşmiş Dankl sürüşməsi meydana gəlmiş və istifadə olunmağa başlamışdır. Ümumiləşmiş Dankl sürüşməsi hər hansı diferensial fərq operatorunun (Dankl operatoru) köməyi ilə qurulur ki, ondan riyazi fizikada geniş istifadə olunur.

Məqalədə Dankl operatoru ilə bağlı olan ümumiləşmiş sürüşmə operatoru təyin olunur və ümumiləşmiş sürüşmə operatoru ilə bağlı olan Dankl tipli kəsir inteqral operator araşdırılır. Dankl tipli kəsir inteqral operatorun kommutatorunun $[b, I_{\beta, \alpha}]$ Dankl tipli $M_{p, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$ Morri fəzasından $M_{q, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$ fəzasına məhdudluğu isbat edilir, harada ki, $\beta/(2\alpha + 2 - \lambda) = 1/p - 1/q$, $1 < p < (2\alpha + 2 - \lambda)/\beta$, $b \in BMO_{\alpha}(\mathbb{R})$.

РЕЗЮМЕ

Самира Гасанлы

ОГРАНИЧЕННОСТЬ КОММУТАТОРА ДРОБНО-ИНТЕГРАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ТИПА ДАНКЛЯ В ПРОСТРАНСТВАХ МОРРИ ТИПА ДАНКЛЯ

В последние годы в математической литературе появился и стал использоваться новый класс обобщенных сдвигов – обобщенные сдвиги Данкля. Обобщенные сдвиги Данкля строятся по некоторым дифференциально – разностным операторам (операторам Данкля), которые широко используются в математической физике.

В статье определена оператор обобщенного сдвига, порожденного оператором Данкля и исследован дробно – интегральный оператор типа Данкля, порожденного оператором обобщенного сдвига. Доказана ограниченность коммутатора дробно – интегрального оператора типа Данкля $[b, I_{\beta, \alpha}]$ из пространств Морри типа Данкля $M_{p, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$ в пространство $M_{q, \lambda, \alpha}(\mathbb{R})$, где $\beta/(2\alpha + 2 - \lambda) = 1/p - 1/q$, $1 < p < (2\alpha + 2 - \lambda)/\beta$, $b \in BMO_{\alpha}(\mathbb{R})$.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

Məqaləni çapa təqdim etdi: Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent Məhəmməd Namazov

TƏRLAN MƏHƏRRƏMOVA

Naxçıvan Dövlət Universiteti
tarlanmaharramova@yahoo.com

UOT: 517

**QEYRİ-DIVERGENT CİRLAŞAN QEYRİ-XƏTTİ ELLİPTİK TƏNLİKLƏRİN
HƏLLƏRİ ÜÇÜN HÖLDER QIYMƏTLƏNDİRMƏLƏRİ****Açar sözlər:** qeyr-xətti elliptik, cırlaşan, çəkili Hölder qiymətləndirməsi**Keywords:** nonlinear elliptic, degenerate, weighted Holder estimate**Ключевые слова:** нелинейное эллиптическое, вырождающееся, весовые гельдеровые оценки**1. Giriş**Hər hansı $2r, r \geq 1$ radiuslu $B_{2r} \subset R^n$ kürəsində

$$\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x, u(x), Du(x)) D^2 u(x) + f(x, u, Du(x)) = 0, \quad (1.1)$$

qeyri-divergent qeyri-xətti elliptik tənliyin $C(\overline{B_{2r}}) \cap W_{loc}^{2,n}(B_{2r})$ -dan olan həllərinə baxaq. Burada $a_{ij} = a_{ji}$, yəni $A(x, y, p)$ $m \times n$ ölçülü simmetrik matrislərdir və $\forall y \in R, \forall x, p, \xi \in R^n$ üçün elə $\Lambda \geq 1, k > 1$ sabitləri var ki,

$$\begin{cases} \Lambda^{-1} \lambda(p) \omega(x) |\xi|^2 \leq (\xi, A(x, y, p) \xi) \leq \Lambda \lambda(p) \omega(x) |\xi|^2 \\ f(x, y, p) \leq \frac{1}{k} \Lambda (1 + \lambda(p)) (1 + |p|) \end{cases} \quad (1.2)$$

şərtləri ödənilir. $\lambda: R^n \rightarrow R_+$ təsir edən elə kəsilməz inikasdır ki, λ_0 və $M > 0$ üçün $|z| \geq M$ olduqda $\lambda(z) \geq \lambda_0$ olur. $\omega(x)$ A_p -Makenxoupt sinfindən olan çəki funksiyasıdır. $1 < p < \infty$ olduqda $\omega: R^n \rightarrow [0, \infty)$ təsir edən çəki o zaman A_p sinfinə daxildir ki, $\omega(x)$ lokal inteqrallanan olsun və elə C sabiti olsun ki, ixtiyari $B \subset R^n$ kürəsi üçün

$$\left(\frac{1}{|B|} \int_B \omega(x) dx \right) \left(\frac{1}{|B|} \int_B \omega^{-\frac{q}{p}}(x) dx \right)^{\frac{p}{q}} \leq C < \infty$$

şərti ödənilsin. Burada $|B|$ - B - kürəsinin Lebeq ölçüsü, $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = 1$ -dir. $C(\overline{B_{2r}})$ - $\overline{B_{2r}}$ -kürəsində kəsilməz funksiyalar çoxluğu, $W_{loc}^{2,n}(B_{2r})$ isə ikinci tərtib törəmələri n -tərtibdən lokal inteqrallanan Sobolev fəzasıdır.Fərz edək ki, $u: \overline{B_{2r}} \rightarrow R$ (1.1) tənliyinin məhdud və kəsilməz həllidir.

Divergent tipli tənliklər üçün həllin Hölder qiymətləndirmələri ilk dəfə De Giorgi və Nash (bax [2, 3]) tərəfindən alınmışdır. [4, 5] məqalələrində Krylov və Sofonov tərəfindən uyğun nəticələr qeyri-divergent tənliklər üçün əldə edilmişdir.

Serrin [6], Ladyzhenskaya, Uraltseva [7], De Giorgi və Nashin qiymətləndirmələrini divergent tipli kvazi xətti elliptik tənliklər üçün almışlar.

Bu məqalədə yuxarıda sadalanan uyğun nəticələr qeyri-divergent cırlaşan qeyri-xətti elliptik tənliklərə köçürülmüşdür.

Aldığımız nəticələr aşağıdakı şəkildə qeyri-divergent elliptik tənliklər üçün alınmışdır.

$$\|Du\|^{p-2} \omega(x) \cdot \sum_{i,j=1}^n [I_n + (p-2)(|Du|^{-2} \cdot Du) D^2 u],$$

burada I_n -ölçüsü n olan vahid matrisdir. Bu nəticələr əvvəlki nəticələrin genişləndirilməsidir.

2. Əsas nəticələr

Teorem 2.1. *Fərz edək ki, (1.1)tənliyinə baxırıq və bu tənliyin əmsalları üçün (1.2) şərtləri ödənilir. Onda $u(x)$ həlli $\bar{B}_r$ kürəsində Hölder mənadə kəsilməzdir. Bundan əlavə n, λ, λ_0 və M -dən asılı olan elə β, C sabitləri var ki, ixtiyari $x, y \in \bar{B}_r$ üçün aşağıdakı qiymətləndirmə doğrudur:*

$$|\omega(x)u(x) - \omega(y)u(y)| \leq C |x - y|^\beta \left(1 + \sup_{\bar{B}_{2r}} |u| \right).$$

Qeyd 2.1. Əmsallar üzərinə qoyulan (1.2) şərtlərinin birincisi tənliyin müntəzəm elliptikliyini təmin edir. İkinci şərt isə əmsalın yuxarıdan hansı sürətlə artdığını göstərir.

Qeyd 2.2. Bu nəticələrin alınması üçün stoxastik diferensial tənliklər nəzəriyyəsinin bəzi elementlərindən istifadə edəcəyik.

Onu da qeyd edək ki, xüsusi törəməli diferensial tənliklərin keyfiyyət nəzəriyyəsində stoxastik diferensial tənliklər nəzəriyyəsindən ilk dəfə Krylov və Safanov [4], [5] istifadə etmişlər. Onlar müəyyən tip tənliklər üçün bu nəzəriyyədən istifadə edərək həllərin keyfiyyət xüsusiyyətlərini öyrənmişlər.

Yuxarıdakı teoremin isbatında biz qeyri-xətti tənliklərin ehtimal interpretasiyasından istifadə edəcəyik.

Xətti tənliklər halında a_{ij} və f əmsalları y və p -dən asılı deyillər.

İsbat üçün stoxastik diferensial tənliyin (SDT)

$$dX_t = \sigma(X_t) dW_t, t \geq 0$$

həlləri olan X diffuziya prosesini daxil edirik. Burada W - n ölçülü Viner prosesi, σ isə $2A$ matrisinin kəsilməz kvadrat köküdür. Əsas ideya ondan ibarətdir ki, diffuziya prosesinin generatoru uyğun trivial olmayan ehtimal fəzasında müəyyən hamarlıq xassələrinə malikdir.

Fərz edək ki, f sıfıra yaxınlaşan funksiyadır, $u(x)$ isə hamardır. $u(X_t)_{t \leq 0}$ ilə martingalı işarə edək. Bu halda $u(x)$ ixtiyari yoxlanıla bilən zaman τ ərzində $E[u(X_\tau^x)]$ riyazi gözləməsi kimi ifadə oluna bilər. Nəticədə $u(x)$ X nöqtəsinin müəyyən ətrafında u -nun orta qiyməti kimi başa düşülə bilər, çünki X uyğun fəzada X -in ətrafındadırsa, onda u -nun bütün qiymətləri X -in ətrafında olacaq. Bu halda aşağıdakı ehtimal ayrılış formulu doğrudur:

$$u(x) = E[u(X_\tau^x)] + \int_0^\tau f(X_s^x) ds. \quad (2.1)$$

X diffuziya prosesinin Borel alt çoxluğunun sıfır olmayan Lebeq ölçüsü B_{2r} -ə daxildir.

Baxdığımız qeyri-xətti halda, $A(x, y, p)$ və $u(x)$ hamadırlarsa, X -i belə təyin etmək olar

$$dX_t = \sigma(X_t, u(X_t), Du(X_t)) dW_t, t \geq 0 \quad (2.2)$$

Burada $(x, y, p) \rightarrow \sigma(x, y, p)$ $2A(x, y, p)$ -nin kvadrat kökünün hamar versiyasıdır.

Biz göstəririk ki, stoxastik sistemin cırlaşdığı oblastda əlavə dreyflə (şərtlərlə) onu əvvəlcədən verilmiş Borel altçoxluluğuna yaxınlaşdırmaq olar.

Teorem 2.2. Fərz edək ki, $\sigma : R^n \rightarrow R^{n \times n}$ elə Lipşitz kəsilməz inikasıdır ki, $\forall \lambda, \xi \in R^n$ üçün

$$\Lambda^{-1} \bar{\lambda}(x) \omega(x) |\xi|^2 \leq (\xi, a(x) \xi) \leq \Lambda \bar{\lambda}(x) \omega(x) |\xi|^2, \quad (2.3)$$

şərti ödənilir, burada $\Lambda \geq 1$ konstantadır və $\bar{\lambda} : R^n \rightarrow [0,1]$ inikasıdır, $a(x) = \sigma \cdot \sigma^*(x)$ -dir.

$(\Omega, \mathcal{F}, (\mathcal{F}_t)_{t \geq 0}, P)$ ilə elə filtrə olunmuş ehtimal fəzasını işarə edirik ki, o, bu cür fəzalar üçün adi şərtləri ödəsin. $(W_t)_{t \geq 0}$ Broun hərəkətidir, α -həqiqi müsbət sabitdir və Q_ρ R^n -də radiusu ρ olan hiperkubdur.

Onda ixtiyari $\mu \in (0,1)$ üçün elə müsbət $\varepsilon(\mu)$, $R(\mu)$ və $(\Gamma_p(\mu))_{1 \leq p < 2}$ sabitləri var ki, onlar yalnız d, α, Λ və μ -dən asılıdırlar ixtiyari $\rho \in (0,1)$ və $x_0 \in Q_\rho$, üçün elə integrallanan n -ölçülü $(F_t)_{t \geq 0}$ və elə ölçülən $(b_t)_{t \geq 0}$ prosesi tapmaq olar ki, $(b_t)_{t \geq 0}$ və X_t prosesi aşağıdakı SDT-nin həlli olsun

$$X_t = x_0 + \int_0^t b_s ds + \int_0^t \sigma(X_s) X_s dB_s, t \geq 0$$

ixtiyari $\forall t \geq 0$, $\bar{\lambda}(X_t) \geq \alpha \Rightarrow b_t = 0 \quad \forall p \in [1,2)$, $E \int_0^{+\infty} |b_t|^p dt \leq \Gamma_p(\mu) \rho^{p-2}$ və ixtiyari $V \subset Q_\rho$ Borel alt çoxluğu üçün

$$|Q_\rho \setminus V| \leq \mu |Q_\rho| \Rightarrow P\{T_V < (R(\mu) \rho^2) \cap S_{Q_\rho}\} \geq \varepsilon(\mu),$$

T_V V -nin başlanğıc zamanı və S_{Q_ρ} Q_ρ -dan X -ə çıxışın başlanğıc vaxtdır. ($|\cdot|$ -Lebeq ölçüsüdür).

Teorem 2.1 ilə əlaqə belə başa düşülür ki, $u(x)$ (1.1)-in güclü həlli olduqda, Teorem (2.2)-dən $a(x) = 2A(x, u(x), Du(x))$ -dir. Teorem 2.1-də $\lambda(Du(x))$ Teorem 2.2-də $\bar{\lambda}(x)$ -in rolunu oynayır. Teorem 2.2-də α -nı Teorem 2.1-də λ_0 -a bərabər götürürük, onda

$$|Du(X_t)| \geq M \Rightarrow \lambda(Du(X_t)) \geq \lambda_0 \Rightarrow \bar{\lambda}(X_t) \geq \alpha \Rightarrow b_t = 0.$$

Başqa sözlə, dreyf $(b_t)_{t \geq 0}$ gradientin kiçik olduğunu göstərir, yəni M ilə məhdudluğunu ifadə edir.

Daha sonra göstərəcəyik ki, Teorem 2.2 Teorem 2.1-ə necə tətbiq olunur. Teorem 2.2 o halda isbat olunur ki, V -nin Q_ρ -in daxilində olan hissəsi kifayət qədər böyükdür. Krylov və Safanovun fikirləri ilə müqayisə etsək, bizim işdə fərqlərdən biridə ehtimal qiymətləndirmələrinin xüsusi törəməli diferensial tənliklərə necə tətbiq olunmasıdır. Krylov və Safanovun işində xüsusi törəməli diferensial tənliklər ciddi mənada başa düşülür, yəni fərz edilir ki, $u(x) \in C(\bar{B}_{2r}) \cap W_{loc}^{2,n}(B_{2r})$ -dir. Onuda qeyd edək ki, Teorem 2.1-in isbatında həmçinin Gilbarqvə Trudingerin [[8], lem.8.23]-dən istifadə edirik.

ƏDƏBİYYAT

1. Canillo S., Weden R. Weighted poin care and Sobolev qualities. Nonlinear Analysis, 107, pp.1151-1226.
2. De Giorgi E. Sulla differenziabilità e l'analiticità delle estremali degli integrali multipli regolari. Mem. Accad. Sci. Torino Cl. Sci. Fis. Mat. Natur. 3(1957), pp.25-43.

3. Nash J. Continuity of solutions of parabolic and elliptic equations. Amer. J. Math. 80(1958), 931-954.
4. Krylov N., Safanov M. An estimate for the probability of a diffusion process hitting a set of positive measure. Dokl. Akad. Nauk SSSR. 245(1979), 18-20.
5. Krylov N., Safonov M. A property of the solutions of parabolic equations with measurable coefficients. Izv. Akad. Nauk SSSR. Ser. Mat. 44(1980), 161-175.
6. Serrin J. local behavior of solutions of quasilinear equations. Acta Math. 111(1964), 247-302.
7. Ladyzhenskaya O., Uraltseva N., Solonnikov V. Linear and quasilinear equations of parabolic type. Amer. Math. Society, Providence, R.I. 1967.
8. Gilbarg P., Trudinger N. Elliptic partial differential equations of second order. Springer-Verlag, Berlin, 1983

ABSTRACT

Tarlan Maharramova

In paper for nondivergent nonlinear elliptic equations weight Holder estimate is obtained. This equation is degenerate. Weight function from Macenxoupt classes. The used obtained estimate we have weight Holder estimate. The problem in weighted Sobolev spaces is considered. From smoothness of solution is obtained. Before this type results for another equations Serrin, De Giorgi, Ladyzhenskaya and et. Is obtained.

РЕЗЮМЕ

Тарлан Магەرрамова

В работе для решений недивергентных нелинейных эллиптических уравнений получены весовые гельдеровые оценки. Эти уравнения вырождающиеся. Функция вырождения выбирается из класса Макенхоупта. Используя полученные оценки для решений получены весовые гельдеровые оценки. Задача рассматривается в весовых Соболевских пространствах. Из этих результатов следует гладкость решения. Ранее такие результаты для других типов уравнений, получены Серринам, Де Джиорджи, Ладыженской и другими.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).
Məqaləni çapa təqdim etdi: Riyaziyyat üzrə fəlsəfə doktoru, dosent Məhəmməd Namazov

FİZİKA

SEYFƏDDİN CƏFƏROV

FƏRMAN QOCAYEV

Naxçıvan Dövlət Universiteti

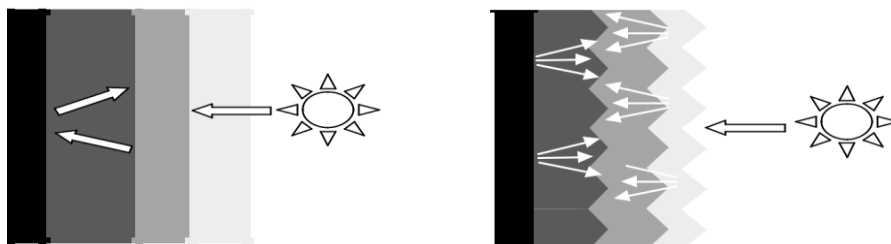
UOT:630

ELEKTROKİMYƏVİ ÜSULLA ÇÖKDÜRÜLMÜŞ ELASTİK
GÜNƏŞ ELEMENTLƏRİNİN FOTOELEKTRİK XASSƏLƏRİ**Açar sözlər:** nazik təbəqə, günəş elementi, heterokeçid, termik işləmə, nanotekstur**Key words:** film, solar cell, heterojunction, heat treatment, nanotexture**Ключевые слова:** пленка, солнечные элементы, гетеропереход, термическая обработка, нанотекстура

Məlumdur ki, p-CuInSe₂/CdS heterokeçidlərində pəncərə (windowlayer) təbəqəsi kimi əsasən ZnO və ZnS nazik təbəqələri tətbiq edilir [1-2]. Belə ki, ZnO nazik təbəqələri pəncərə təbəqəsi kimi tətbiq edilən nazik təbəqə mütləq spektrin görünən oblastında şəffaf olmalı və kifayət qədər keçiriciliyə malik olmalıdır. Düzdür bu şərtləri ödəyən bir çox materiallar (In₂O₃, SnO₂, ZnS, ITO(InSnO)) mövcuddur və Günəş enerjisi çeviricilərində geniş tətbiq edilir. Lakin ZnO birləşmələrinin daha geniş qadağan olunmuş zolağa malik olması, maya dəyərinin ucuz başa gəlməsi və ən başlıcası zəhərli olmaması onların digərlərinə nisbətən üstünlüyünü artırır. Digər tərəfdən ZnO nazik təbəqələrinin səth morfologiyasını asanlıqla idarə etmək mümkündür. Elmi ədəbiyyatda da göstərilirdiyi kimi [3-5] ZnO nazik təbəqələrinin səthinin teksturlu formada hazırlanması düşən işığın optik yolunun artmasına, əksolma əmsalının azalmasına və beləliklə də günəş elementlərinin effektivliyinin artmasına səbəb olur. Şəkil 1-də hamar və kələkötür səthli nazik təbəqələr əsasında struktur-larda işığın optik yolu sxematik olaraq təsvir edilmişdir. Belə ki, səthi hamar olan nazik təbəqələrdə işığın qısa dalğa uzunluqlu hissəsi (400-550 nm) uducu təbəqəyə (CuInSe₂) çatmamış hamar səthli pəncərə təbəqəsində (ZnO), qırmızı hissəsinin əksər hissəsi isə (550-1100 nm) uducu lay tərəfindən əks olunur.

Lakin teksturlu nazik təbəqələrdə işığın optik yolu süni şəkildə artırıldığına görə əksolunan işıq şüalarının maksimum udulması baş verir. İşığın optik yolunun uzunluğu isə aydındır ki, kələkötürlüyün dərəcəsiindən asılıdır. Belə ki, teksturun ölçüsünü azaltmaqla (nanometrik ölçülərə) işığın optik yolunu və nəticə etibarilə nazik təbəqədə udma əmsalını artırmaq mümkündür.

Bu məqsədlə elastik (molibden, polimer) və şüşə altlıqlar üzərində sulu məhluldan elektrokimyəvi çökdürmə metodu ilə əvvəlcə p-CuInSe₂ nazik təbəqələri, sonra A2B6 tip bərk məhlulların nazik təbəqələri alınmışdır.

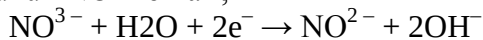


Şəkil 1. Hamar (a) və teksturlu (b) nazik təbəqələr əsasında strukturlarda düşən işığın optik yolu

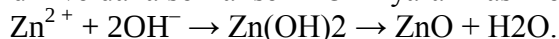
ZnO nazik təbəqələrinin alınmasında da elektrokimyəvi çökdürmə metodu tətbiq edilmişdir. Elmi ədəbiyyatdan da məlum olduğu kimi ZnO nazik təbəqələrinin müqavimətini azaltmaq

məqsədlə onları Al aşqarlanması daha məqsədəuyğundur [5-6]. Bu məqsədlə biz işdə Al-la aşqarlanmış ZnO nazik təbəqələrindən istifadə etmişik.

Qeyd edək ki, ZnO:Al nazik təbəqələrinin elektrik və optik para-metrlərini test etmək məqsədlə onlar ayrıca olaraq Mo və şüşə/SnO₂ keçirici altlıqları üzərində alınmışdır. Çökdürülmə otaq temperaturunda aparılmışdır. İon mənbəyi kimi, 0.1 M Zn(NO₃)₂+1M KNO₃+(aşqarlanmadan asılı olaraq 0.05-5 mM) Al(NO₃)₃+H₂O sulu məhlulundan istifadə edilmişdir. Belə ki, azot turşusunun NO³⁻ ionları,



reaksiyasının köməyiylə hidrokسيد ionlarını yaradır ki, onlar da sink kationları ilə reaksiyaya girərək əvvəlcə sink hidrokسيدin və daha sonra isə ZnO-in yaranması ilə nəticələnir:

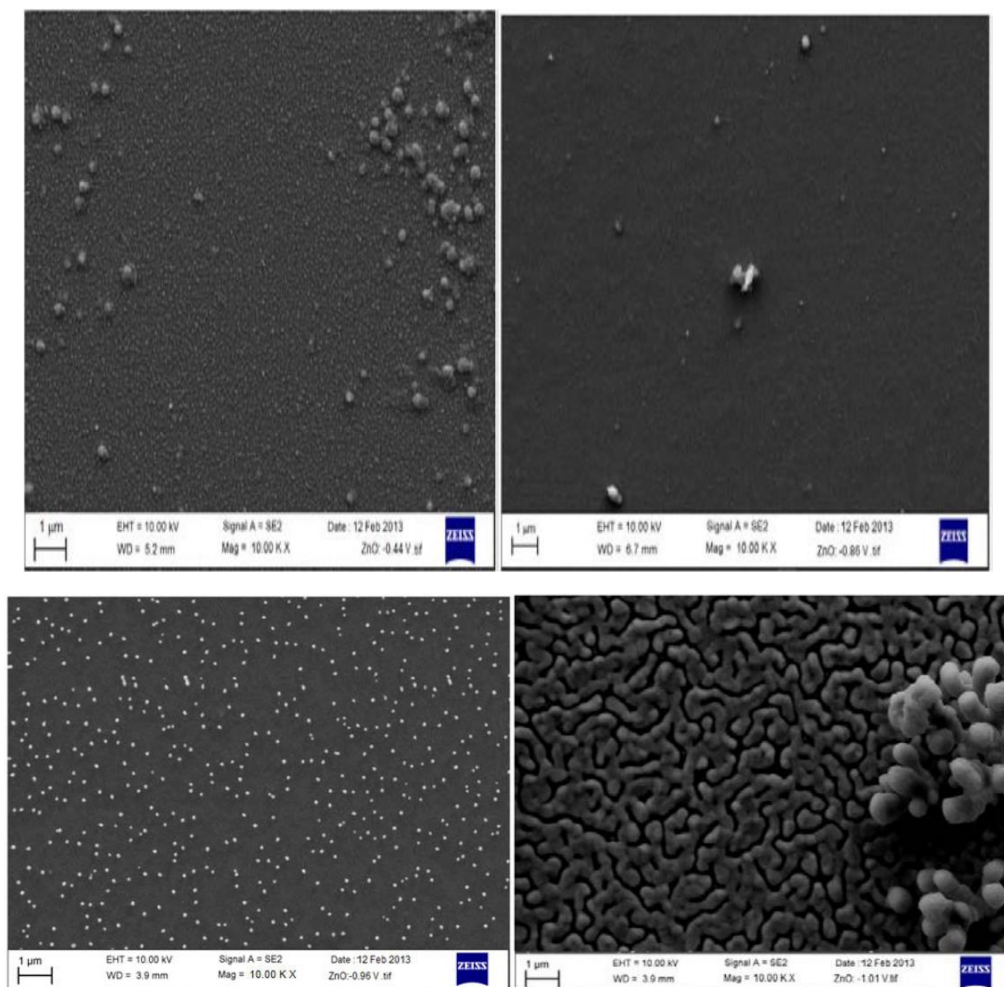


Anoloji qaydada



Reaksiya turşu mühitində pH-ın artırılması (adətən pH 4-7 intervalında dəyişdirilmişdir) yolu ilə həyata keçirilir. Məhlul 70°C temperatura qədər qızdırılır. Turşuluğa, temperatura və reaksiyanın davam etmə müddətinə nəzarət etməklə 100-1400 nm qalınlıqlı ZnO nazik təbəqələri alınmışdır.

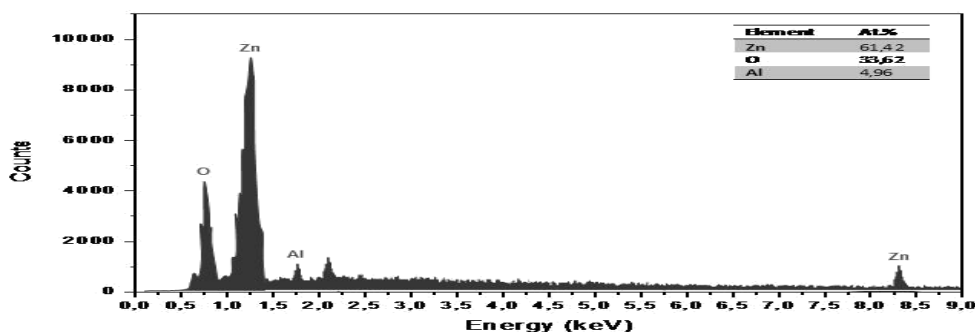
Nazik təbəqələrin quruluşu, səth morfologiyası və bütün elektrik və optik parametrləri katod çökdürmə potensialından kəskin asılı olmuşdur. Belə ki, nazik təbəqələrin səthinin morfologiyası, dənəciklərin ölçüsü və kristallaşma dərəcəsi katod çökdürülmə potensialından asılı olaraq asanlıqla idarə edilə bilər. Şəkil 2-də katod çökdürmə potensialının – 0.4 V; –0.86 V; – 0.97 V və – 1.04 V qiymətlərində çökdürülmüş ZnO:Al nazik təbəqələrinin səthinin SEM fotoşəkilləri təsvir edilmişdir.



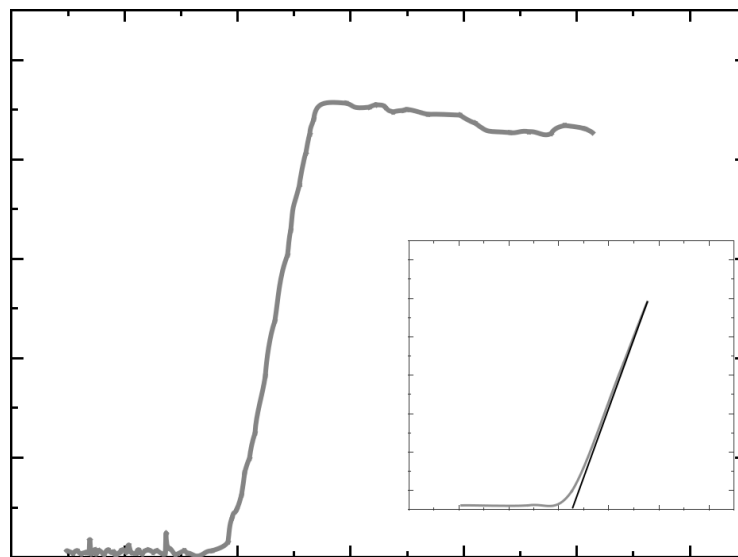
Şək. 2. Katod çökdürmə potensialının – 0.4 V (a); –0.86 V (b); – 0.97 V (c) və – 1.04 V (d) qiymətlərində çökdürülmüş ZnO:Al (5 at.%) nazik təbəqələrinin səthinin SEM fotoşəkilləri

Aparılmış tədqiqatlar nəticəsində müəyyən edilmişdir ki, katod potensialının $U \leq -0.8$ V qiymətlərində çökdürülmüş nazik təbəqələrin səthi çox nahamar olub, ölçüləri 10 nm – 700 nm intervalında dəyişən polikristallik dənəciklərdən təşkil olunmuşdur. Hamar və bircins səthə malik nazik təbəqələr katod potensialının $-0.8 \text{ V} \leq U \leq -0.92 \text{ V}$ qiymətlərində çökdürülə bilər. $-0.94 \text{ V} \leq U \leq -0.97 \text{ V}$ gərginliklərdə hazır-lanmış nazik təbəqələr isə bircins və nanodənəvari səthə malikdir. Altlığın materialından və quruluşundan asılı olaraq dənəciklərin ölçüsü 10 – 40 nm intervalında dəyişir. Daha böyük gərginliklərdə məhlulda termodinamik taraz-lıq pozulduğuna görə nazik təbəqələrdə Zn matrisində kiçik kosentrasiyalarda ZnO-dən ibarət sistem nümayiş etdirilir. Bəzi nümunələrdə, hətta dislokasiya-lardan ibarət olan sistem müşahidə olunur.

Məhluldan elektrokimyəvi çökdürmə üsulu ilə alınmış ZnO:Al nazik təbəqələrinin tərkibindəki kimyəvi elementlərin miqdarı ARL QUANTX (Thermo Scientific, ABŞ) enerjidispers rentgenfluorescent spektrometrində (EDX) təyin edilmişdir (şəkil 3). EDX spektrində müşahidə edilən 1.01 keV, 1.48 keV və 0.56 keV maksimumları uyğun olaraq Zn, Al və O elementlərinə uyğundur və ədəbiyyatdakı nəticələrlə üst-üstə düşür [16-19].



Şək. 3. Məhluldan elektrokimyəvi çökdürmə üsulu ilə alınmış ZnO:Al nazik təbəqələrinin tərkibinin element analizi üçün enerjidispers rentgenfluorescent spektri

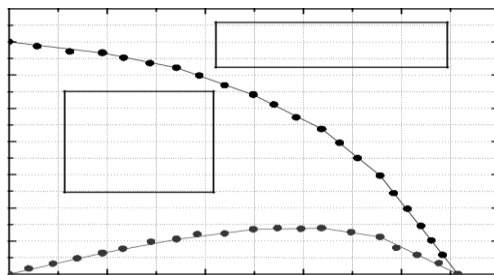


Şək. 4. Optimal çökdürmə rejimində alınmış 500 nm qalınlıqlı ZnO:Al nazik təbəqələrinin otaq temperaturunda optik buraxma spektrləri asılılığı

Şəkil 4-də optimal çökdürmə rejimində alınmış 500 nm qalınlıqlı ZnO:Al nazik təbəqələrinin otaq temperaturunda və 300-800 nm dalğa uzunluğu oblastında optik buraxma spektrləri təsvir olunmuşdur. Şəkildən görüldüyü kimi nazik təbəqələr spektrin görünən oblastında aydın udma sərhədinə malikdir ki, bu da sulu məhluldan elektrokimyəvi çökdürülmə metodu ilə alınmış ZnO:Al nazik təbəqələrinin yüksək keyfiyyətə malik olmasına dəlalət edir. Al-la aşqarlanmış nazik təbəqələr spektrin görünən oblastında 85-93% şəffaflıq nümayiş etdirir ki, bu da onlarda Günəş enerjisi çeviricilərində şəffaf lay kimi istifadə etməyə imkan verir. Nazik təbəqələrin

optik qadağan olunmuş zolağının eni $(\alpha \cdot hv)^2$ -nın fotonun enerjisindən $(hv-dən)$ asılılıq qrafiki əsasında, qrafiklərin hv oxuna ekstrapolyasiyası üsulu ilə hesablanmışdır (şəkil 4, əlavə). Şəkildən görüldüyü kimi qrafik udma sərhədində xətti qanuna tabedir ki, bu da öz növbəsində tədqiq etdiyimiz nazik təbəqələrin düz zolaqlı olduğunu göstərir.

Şəkildən görüldüyü kimi, Al-la aşqarlanmış ZnO nazik təbəqələrinin eni 3.25 eV təşkil edir ki, bu da təmiz ZnO nazik təbəqələrin qadağan olunmuş zolağının enindən (təmiz ZnO nazik təbəqələrin qadağan olunmuş zolağının eni 3,22 eV-dur) böyük alınır. Bu onunla izah oluna bilər ki, Al atomları aşqarlanma zamanı Al₂O₃ birləşmələrinin yaranmasına səbəb olur. Bunu element analizlərindən Al-un atom faizinin hesablanmış qiymətdən kiçik qiymətlər alması da təsdiq edir. Yəni əslində qadağan olunmuş zolaq üçün alınmış 3.25 eV qiyməti ZnO-Al₂O₃ sisteminin qadağan olunmuş zolağına uyğundur. Ümumi halda Al-la aşqarlanma zamanı həm qadağan olunmuş zolağın eninin, həm də yükdaşıyıcıların konsentrasiyasının artması Günəş elementlərində bilavasitə fəotəhəssaslıq spektrinin konturunun genişlənməsinə və effektivliyin artmasına səbəb olar. Cərəyan kontaktları kimi vakuumda termik buxarlanma metodu ilə alınmış II, T və III formalı əsasən Al və bəzi hallarda isə Ag və Cu-dən istifadə edilmişdir. Tədqiqatlar otaqtemperaturunda dalğa uzunluğunun 360÷1100 nm diapazonunda aparılmışdır. Şəkil 5-də ZnO:Al şəffaf laya malik və şəffaf laysız p-CuInSe₂/Cd_{0.5}Zn_{0.5}S_{0.3}Se_{0.7} və p-CuInSe₂/CdS heteroqəçidlərində qısa qapanma cərəyanı sıxlığının spektral paylanma əyriləri təsvir edilmişdir. Şəkildən görüldüyü kimi, şəffaf laysız heteroqəçidlərdə spektrin qısa dalğa oblastı Cd_{0.5}Zn_{0.5}S_{0.3}Se_{0.7} ($E_g = 2,79$ eV) və CdS ($E_g = 2,4$ eV) nazik təbəqələrinin qadağan olunmuş zolağının eninə, uzun dalğa hissəsi isə p-CuInSe₂ ($E_g = 1,0$ eV) nazik təbəqələrinə uyğundur. Şəkildən görüldüyü kimi, CdS əsasında heteroqəçidlərdə qəçid oblastındakı aralıq layın yüksək müqavimətli olması və onlarda rekombinasiya aktlarının yüksək olması qısa dalğa uzunluğu oblastında fəotəhəssaslığın zəif olmasına gətirir. Lakin Cd_{0.5}Zn_{0.5}S_{0.3}Se_{0.7} əsasında heteroqəçidlərdə həm qadağan olunmuş zolağının eninin böyük olması, həm də onların qəçid oblastında rekombinasiya aktlarının zəif olması qısa dalğa uzunluğu oblastında fəotəhəssaslığın CdS-ə nisbətən böyük olmasına gətirir. Həmçinin Cd_{0.5}Zn_{0.5}S_{0.3}Se_{0.7} əsasında heteroqəçidlərin bütün dalğa uzunluğu oblastında fəotəhəssaslığı CdS-ə nisbətən yüksək olması dördqat birləşmələr əsasında günəş elementlərinin daha perspektiv olmasına dəlalət edir. ZnO:Al şəffaf laya malik heteroqəçidlərdə əksetmə azalır, spektr qısa dalğalar tərəfə daha da genişlənir və qısa qapanma cərəyanı və açıq dövrə gərginliyi artır (şəkil 6). Bu da nəticədə effektivliyin $\approx 3\%$ artmasına səbəb olur (şəkil 6). Arqon mühitində termik işlənmə heteroqəçidlərin elektrik xassələrində olduğu kimi, fəotəlektrik xassələrini də dəyişir. Belə ki, əvvəlki paraqrafda qeyd etdiyimiz kimi, arqon mühitində Tİ zamanı re-kristallaşma nəticəsində metal/yarımqəçirici vakansiyalarının yeni-dən formalaşması nəticəsində rekombinasiya mərkəzlərinin konsentrasiyası və nazik təbəqənin müqaviməti kəskin olaraq azalır. Bu isə öz növbəsində işığın təsiri ilə elektron-deşik cütlərinin yalnız qəçid oblastında effektiv ayrılmasına səbəb olur. Bunu, həmçinin açıq dövrə fəotəgərginliyinin işarəsinin heteroqəçid üzərinə salınan işıq zondunun təbəqənin səthinin hansı hissəsinə salınmasından asılı olmaması faktı da təsdiqləyir. Bundan başqa Tİ-dən sonra heteroqəçidlər p-CuInSe₂ və n-Cd_{1-x}Zn_xS_{1-y}Se_y nazik təbəqələrinin qadağan olunmuş zonaları arasındakı enerjilərdə, demək olar ki, sabit fəotəhəssaslıq nümayiş etdirir (şəkil 6). Termik işlənmədən asılı olaraq heteroqəçidlərin fəotəelektrik parametrləri cədvəl 1-də göstərilmişdir. Cədvəldən və şəkil 6-dan görüldüyü kimi, arqon mühitində 200⁰C temperaturda 10 dəq. müddətində termik işlənmədən sonra heteroqəçidlər maksimal effektivlik nümayiş etdirir və effektivliyin $\approx 4\%$ artmasına səbəb olur.



Şək. 6. Şəffaf laysız və ZnO:Al şəffaf laya malik p-CuInSe₂/Cd_{0.5}Zn_{0.5}S_{0.3}Se_{0.7} heteroqəçidlərinin $\Phi=100$ mVt/sm² işıqlanmada yük xarakteristikaları

p- CuInSe2	/Cd0.5Zn0.5S0.3S e0.7	/ZnO:Al heteroqecidlərinin			Cədvəl 1
arqon mühitində Tİ-dən asılı olaraq fotoelektrik parametrləri					
Tİ-nin rejimi			İşıq parametrləri		
		Jqq	Uad	FF	η
		(mA/sm ²)	(V)		(%)
Tİ-dən əvvəl		26	0.528	0.46	5.6
t = 150°C, τ = 10 dəq		26.8	0.531	0.5	6.4
t = 200°C, τ = 5 dəq		30.6	0.542	0.54	8.7
t = 200°C, τ = 10 dəq		34.8	0.564	0.55	9.9
t = 200°C, τ = 15 dəq		17.1	0.526	0.4	3.8

Beləliklə, n-Cd_{1-x}Zn_x S_{1-y}Se_y nazik təbəqələrinin tərkibinin optimal qiymətini, nazik təbəqələrin səthinin morfologiyasına nəzarət etməklə və Tİ-nin rejimini seçməklə ucuz və sadə texnologiya ilə - sulu məhluldan elektro-kimyəvi çökdürmə üsulu ilə optimal fotoelektrik parametrlərə malik hetero-keçidlər hazırlamaq mümkündür.

Elektrokimyəvi çökdürmə metodu ilə alınmış ZnO:Al nazik təbəqələrinin səthinin morfologiyası, dənəciklərin ölçüsü və kristallaşma dərəcəsi katod çök-dürülmə potensialından asılı olaraq asanlıqla idarə edilə bilər. Cd_{0.5}Zn_{0.5}S_{0.3}Se_{0.7} əsasında heteroqecidlərdə həm qadağan olunmuş zolağının eninin böyük olması, həm də onların keçid oblastında rekombinasiya aktlarının zəif olması qısa dalğa uzunluğu oblastında fəthəssaslığın CdS-ə nisbətən böyük olmasına gətirir. ZnO:Al şəffaf laya malik heteroqecidlərdə effektivlik ≈3 % artır. Arqon mühitində Tİ zamanı rekristallaşma nəticəsində metal/yarımkeçirici vakansiyalarının yenidən formalaşması nəticəsində rekombinasiya mərkəzlərinin konsentrasiyası və nazik təbəqənin müqaviməti kəskin olaraq azalır. Arqon mühitində 200°C temperaturda 10 dəq. müddətində termik işlənmədən sonra heteroqecidlər maksimal effektivlik nümayiş etdirir(9,9 %) və effektivliyin ≈4% artmasına səbəb olur.

ƏDƏBİYYAT

1. Hassan G., Ramadan M., El-Labani H., Badawi M., Aboul-Enein S., Carter M. and Hill R. The Performance of CuInSe₂/CdS Solar Cells Fabricated by the Sandwich Structure Technique // Semicond. Sci. Technol., 1994, v.9, p.1261-1264.
2. Aparna Y., Hussain O., Reddy P., Naidu B. and Reddy P. Characterization of Thin Film CuGa_{0.5}In_{0.5}Se₂ Heterojunctions // Thin Solid Films, 1992, v.209, No 1, p.104-108.
3. Bayhan H. and Kavasoglu A. Tunnelling Enhanced recombination in Polycrystalline CdS/CdTe and CdS/Cu(In,Ga)Se₂ Heterojunction Solar Cells // Solid-State Electronics, 2005, v.49, No 6, p.991-996.
4. Minemoto, T.; Abe, Y. Anegawa, T. Osada, S. & Takakura, H. (2010). Lift-Off Process for Flexible Cu(In,Ga)Se₂ Solar Cells // Japanese Journal of Applied Physics, 2010, v. 49, No. 4, p. 04DP06-1-04DP06-3
5. Hartmann, M.; Schmidt, M. Jasenek, A. Schock, H. W. Kessler, F. Herz, K. & Powalla, M. Flexible and Light Weight Substrates for Cu(In,Ga)Se₂ Solar Cells and Modules / Conference Record of the Twenty-Eighth IEEE Photovoltaic Specialists Conference 2000, p. 638-641

6. Kessler, F.; Herrmann, D. & Powalla, M. Approaches to Flexible CIGS Thin-Film Solar Cells // *Thin Solid Films*, 2005, v. 480-481, p. 491-498
7. Ishizuka, S.; Yamada, A. & Niki, S. Efficiency Enhancement of Flexible CIGS solar cells using Alkali-Silicate Glass Thin Layers as an Alkali Source Material / Conference Record of the Thirty-Forth IEEE Photovoltaic Specialists Conference, 2009, p. 002349-002353
8. Nakada T., Ohkubo Y., Kunioka A. Effect of Water Vapor on the Growth of Textured ZnO-Based Films for Solar Cells by DC-Magnetron Sputtering // *Japanese Journal of Applied Physics*, 1991, v.30, p. 3344-3349

ABSTRACT

S.A.JAFAROV

F.R. QOJAYEV

PHOTOELECTRICAL PROPERTIES OF FLEXIBLE SOLAR CELLS

The photoelectrical properties of Mo/p-CuInSe₂ /n-Cd_{0.5}Zn_{0.5}S_{0.3}Se_{0.7}/ZnO:Al solar cells deposited on the surface of flexible substrate (Mo) have been investigated depending on the morphology of the ZnO: Al surface, deposited by electrochemical way, and on the heat treatment regime in argon atmosphere. It is established that heterojunctions with nano-textured surface show an efficiency ≈10%, after heat treatment in argon at 200°C for 10 min.

РЕЗЮМЕ

С.А.Джафаров

Ф.Р.Годжаев

ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ЭЛАСТИЧНЫХ СОЛНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В работе исследованы фотоэлектрические свойства солнечных элементов Mo/p-CuInSe₂ /n-Cd_{0.5}Zn_{0.5}S_{0.3}Se_{0.7}/ZnO:Al, полученных на поверхности эластичных подложках (Mo) в зависимости от морфологии поверхности пленок ZnO:Al, осажденных электрохимическим способом и от режима термической обработки в атмосфере аргона. Установлено, что гетеропереходы с нано-текстурной поверхностью обладают эффективностью ≈10 %, после термической обработки в атмосфере аргона при 200°C в течение 10 мин.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

XANƏLİ HƏSƏNOV

Naxçıvan Dövlət Universiteti

UOT 621.315.592

ELEKTRONLARIN VƏ FONONLARIN QARŞILIQLI SÖVQÜNÜN VƏ QIZIDIRILMASININ ELEKTROMAQNİT DALĞALARININ YAYILMASINA TƏSİRİ

Açar sözlər: *yarımkəçirici, dalğa, qarşılıqlı sövq, elektron, fonon, dreyf sürəti***Keywords:** *semiconductor, wave, ther mutual draq, electron, phonon, drift velocity***Ключевые слова:** *полупроводник, волна, взаимного увлечение электрон, фонон, дрейфовая скорость*

İşdə akustik fononlar üçün diffuziya yaxınlaşmasında cırlaşmamış aşqar yarımkəçiricilərdə elektronların akustik fononların deformasiya potensialından səpilməsində qarşılıqlı sövqün elektromaqnit dalğaların yayılmasına təsirinə baxılmışdır. Yarımkəçirici nümunə üzərinə düşən dalğanın tezliyi ω -nın, $\omega < \beta < \nu_p$ şərtini ödədiyi hala baxılır. Burada β -fononların səpici mərkəzlərdən səpilməsinin tam tezliyi, $\nu_p(\varepsilon)$ -elektron-fonon toqquşma tezliyidir.

İşdə həmçinin qəbul edilir ki, 1) normal skin-effekt şərti ödənilsin, yəni yayılan elektromaqnit dalğanın sahəsinin dəyişməsinin xarakterik uzunluğu elektronların enerjini və impulsu ötürməsindəki sərbəst yolun uzunluğundan böykdür, 2) elektronların enerji spektri izotroptur və parabolikdir, 3) elektronların öz aralarında toqquşmaları enerji vermə tezliyindən çox-çox böyükdür. Bu halda elektronların paylanma funksiyasının izotrop hissəsi f_0, T_e effektiv temperaturu Bolsman paylanması ilə təsvir edilir.

Elektronların dreyf sürətinin onların istilik hərəkətinin orta sürətindən nəzərəcarpacaq dərəcədə kiçikliyi nəzərə alsaq onların paylanma funksiyasını

$$f(\vec{p}, \vec{r}, t) = f_0(\varepsilon, \vec{r}, t) + \frac{(\vec{f} \vec{p})}{\rho} = f_0 + f_1$$

şəklində göstərmək olar. Burada f_1 -paylanma funksiyasının qeyri-tarazlıq hissəsidir. $f_1 \ll f_0$ olduğunu nəzərə alaraq Bolsmanın kinetik tənliyinin yuxarıda qeyd edilən şərtlər daxilində həllindən elektrikkeçiriciliyi üçün

$$\sigma = \frac{4ne^2}{3\sqrt{\pi}m} \left[\int_0^\infty \frac{v(x) - i(\omega_H - \omega)}{v^2(x) + (\omega_H - \omega)^2} x^2 e^{-x} dx + \frac{v_0(1 - \gamma_0) - i(\omega_H - \omega)}{v_0^2(1 - \gamma_0)^2 + (\omega_H - \omega)^2} - \int_0^\infty \gamma(x)(v(x) - i\omega) \frac{v(x) - i(\omega_H - \omega)}{v^2(x) + (\omega_H - \omega)^2} e^{-x} x^{3/2} dx \right] \quad (1)$$

alınır. Burada n -elektronların konsentrasiyası, $x = \varepsilon/T_e$ əvəzləməsi, $\omega_H = \frac{eH}{mc}$ -tsiklotron tezlik, c -ışığın vakumda sürəti, H -maqnit sahəsinin intensivliyidir.

$$\gamma(\varepsilon) = \frac{4\pi m}{(2\pi h)^3} \frac{\omega_0 T_e}{(v(\varepsilon) - i\omega) s \rho^3} \int_0^{2\rho} \frac{\beta_e(q)}{\beta(q)} \cdot \frac{\beta_e(q)}{\beta(q) - i\omega} q^3 dq$$

elektron-fonon qarşılıqlı sövqü xarakterizə edən ölçüsüz kəmiyyətdir. $\beta_e(q)$ – fononlarda elektronların toqquşma tezliyi, γ_0 və v_0 $\gamma(\varepsilon)$ və $v(\varepsilon)$ -in $\varepsilon = T_e$ olanda qiymətləridir. w_0 - deformasiya potensialı sabiti s -səsin kistalda sürətidir. Güclü maqnit sahəsində yəni $(\omega_H - \omega) \gg \nu$ olduqda qarşıya qoyulan məsələnin iki asimptotik həlli araşdırılmışdır:

a) qızdırılma güclüdür $\theta_e \gg (\theta_e)_{kr}$. Onda (1) ifadəsi

$$\sigma = \frac{8ne^2}{3\sqrt{\pi m}} \cdot \frac{v_p(T)\delta(u)}{(\omega_H - \omega)^2} \theta_e^{\frac{3}{2}} \delta(u) 1 + \frac{1}{4} \left(\frac{\pi T \theta_e^7}{2mS^2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\omega}{\beta} \delta(u) (1 - \gamma_0) - i \frac{ne^2}{m(\omega_H - \omega)} \left[1 + \frac{2}{3} \left(\frac{T \cdot \theta_e^7}{2mS^2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\omega}{\beta} \delta(u) \frac{v_p(T)}{\omega_H} \right] \quad (2)$$

kimi olar. Burada $\theta_e = T_e/T$ -ölçüsüz elektron temperaturu, $\delta(u)$ -qarşılıqlı sövq parametridir.

$$(\theta_e)_{kr} = \left(\frac{4}{\sqrt{\pi}} \frac{\omega_H - \omega(1 - \gamma_0)}{v_p(T)} \frac{\beta}{\omega} \left(\frac{2mS^2}{T} \right)^{1/2} \frac{1}{\delta(u)(1 - \gamma_0)} \right)^{2/7},$$

$v_p(T)$ -qızdırma olmadıqda elektron-fonon toqquşma tezliyidir, u-fononların dreyf sürətidir.

b) qızdırılma zəyifdir $\theta_e \ll (\theta_e)_{kr}$. Yenə də (1) ifadəsindən

$$\sigma = \frac{8ne^2}{3\sqrt{\pi m}} \cdot \frac{v_p(T)\delta(u)}{(\omega_H - \omega)^2} \theta_e^{\frac{3}{2}} \left[1 - \left(\frac{\beta_e}{\beta} \right)^2 \right] i \frac{ne^2}{m(\omega_H - \omega)} \left[1 + \frac{2}{3} \frac{v_p(T)\delta(u)\omega}{\omega_H \beta} \left(\frac{T \cdot \theta_e^7}{2mS^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (3)$$

alınır. Enerji balansı tənliyinin həllindən isə alınır ki, fononların dreyf sürəti u səs sürəti s-ə yaxınlaşanda hər iki halda ölçüsüz elektron temperaturu

$$\theta_e = \frac{3\pi\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}} \left(\frac{h^2 n^{\frac{2}{3}}}{mT} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{ms^2}{T} \left(\frac{\beta}{\beta_e} \right)^2 \frac{v_p(T)}{\beta} \quad (4)$$

kimidir.

Nümunədə yayılma halını araşdırmaq üçün fononların zəif dreyfi halında ($0 < u < s$) mühitin sındırma əmsalının

$$n(z) = \sqrt{\varepsilon_0 + \frac{\omega_0^2}{\omega\omega_H} \left[1 + \frac{2}{3} \left(\frac{T}{2mS^2} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{\omega}{\beta} \frac{v_p(T)}{\omega_H} \delta(u) \theta_e^{7/2} \right]}$$

ifadəsinə baxaq. Kvadrat mötərizədə ikinci toplanan vahidə nəzərən çox-çox kiçik olur. Buna səbəb

$\delta(u)$ qarşılıqlı sövq vurğununun $\delta(u) \rightarrow 0$ olmasıdır. Bu halda $n(z) = \sqrt{\varepsilon_0 + \frac{\omega_0^2}{\omega\omega_H}}$. Göründüyü

kimi bu limit halında sındırma əmsalı z koordinatdan asılı olmur. Fononların dreyf sürətinin səs kristaldakı sürətinə yaxınlaşması akustik dayanıqsızlıq hesab edilir. Burada ε_0 kristal qəfəsin dielektrik nüfuzlüğü, ω_0 -elektronların plazma tezliyidir.

$E \parallel H \parallel k \parallel oZ$ həndəsəsində elektromaqnit dalğalarının yayılmasının Maksvel tənliyindən dalğanın elektrik sahəsinin dəyişmə qanunun

$$E(z) = U(+0) \left(1 - \frac{3\xi_0 z}{u^3(+0)} \right)^{1/3} e^{inkz} \quad (5)$$

olduğu alınır. Burada $U(+0) = U(z)|_{z=0}$. Sərhəd şərtlərindən [2] istifadə etməklə düşən dalğanın E_0 amplitudu ilə yayılan dalğanın (nüfuz edənin) $U(+0)$ amplitudu arasında güclü sövqə

$$U(+0) = \frac{2E_0}{1+n+i\frac{\xi_{0,1}}{\kappa}}, \quad L_E = \text{const} \quad (6)$$

zəif sövqə

$$U(+0) = \frac{2E_0}{1+n+i\frac{\xi_{0,1}}{\kappa}}, \quad L_E = \frac{8}{3(n+1)^3} \frac{E_0^3}{\xi_{02}} \quad (7)$$

alınır. Burada ξ_{01} və ξ_{02} uyğun olaraq hər iki halda yarımkəçiricinin inkrementidir.

Beləliklə araşdırmaların nəticəsində alınır ki, güclü qarşılıqlı sövq oblastında ($u \approx s$) dalğanın nümunəyə nüfuz etmə dərinliyi L_E, E_0 -dan asılı olmayaraq güclü artır, zəif sövqdə isə sabit qalır. Zəif sövqdə həmçinin impedans E_0^3 qanunu ilə böyüyür. Güclü və zəif qızdırılma oblastlarında θ_e elektron temperaturu düşən dalğanın amplitudundan asılı olmur.

ƏDƏBİYYAT

1. Басс Ф.Г., Гуревич Ю.Г. Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда. М., Наука, 1975
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред М., Физматгиз, 1957
3. Аскеров Б.М. Кинетические эффекты в полупроводниках Л., Наука, 1970

ABSTRACT

Khanali Hasanov

THE INFLUENCE OF THE ELECTRON HEATING AND THEIR MUTUAL DRAG ON ELECTROMAGNETIC WAVE PROPAGATION

The propagation of a strong lowfrequency electromagnetic wave (EMW) is considered in nondegenerate semiconductors taking into account the heating of electrons and acoustic phonons and their mutual drag it is shown that under the acoustic instability conditions the mutual drag in semiconductors leads to the essentially nonlinear problem of the EMW propagation. Near the acoustic instability point in the weak mutual drag region the electron temperature is independent of the amplitude of the incident wave E_0 . In the weak mutual drag region the field penetration depth and semiconductor impedance are increased with E_0 and near the acoustic instability point the field penetration depth is strongly increased in magnitude? But it is independent of the field amplitude E_0 .

РЕЗЮМЕ

Ханали Гасанов

ВЛИЯНИЕ ВЗАИМНОГО УВЛЕЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ И ФОНОНОВ И ИХ РАЗОГРЕВА НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

В статье рассмотрено влияние взаимного увлечения акустических фононов электронами в невырожденных полупроводниках с учетом их разогрева на распространение электромагнитных волн (ЭМВ). Показано что, при акустической неустойчивости взаимное увлечение в принципе приводит распространение ЭМВ к нелинейной задаче. С приближением к точке акустической неустойчивости в области слабого повышения электронной температуры не зависит от амплитуды подающего ЭМВ на образец E_0 . В области слабого взаимного увлечения с ростом амплитуды электрического поля волны, импеданс полупроводника и глубина проникновения волны растет, в близости точки акустической неустойчивости глубина проникновения волны на образец сильно растет по абсолютной величине, но не зависит от амплитуды поля E_0 .

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

Məqaləni çapa təqdim etdi: Fizika üzrə fəlsəfə doktoru, dosent Fərman Qocayev

MƏMMƏD HÜSEYNƏLİYEV

AMEA Naxçıvan Bölməsi

mamedhuss@mail.ru

UOT: 537. 533. 3

YARIMKEÇİRİCİLƏRDƏ KOMPLEKS DİELEKTRİK FUNKSIYASININ NƏZƏRİ ANALİTİK İFADƏSİNƏ DAXİL OLAN PARAMETRLƏRİN FUNKSIYANIN GEDİŞİNƏ TƏSİRİ

Açar sözlər: *yarımkeçirici, kritik nöqtə, "Graphical analysis", fitting, kompleks dielektrik funksiyası, həqiqi hissə, xəyali hissə, parametr, ikinci tərtib törəmə*

Key words: *semiconductor, critical point, "Graphical analysis", fitting, complex dielectric function, real part, imaginary part, parameter, second derivative*

Ключевые слова: *полупроводник, критическая точка, "Graphical analysis", фиттинг, комплексная диэлектрическая функция, действительная часть, мнимая часть, параметр, второе производное*

Yarımkeçiricilər fizikasında yarımkeçiricinin kritik nöqtələrinin təyini əsas məsələdir. Spektroskopik ellipsometriya ölçmələri bu nöqtələri təyin etməyə imkan verən tədqiqat üsullarından biridir.

Ellipsometrik ölçmələrdən nəticə olaraq ε kompleks dielektrik funksiyasının ε_1 həqiqi və ε_2 xəyali hissələrinin enerjiden asılılıq qrafikləri alınır. Bu funksiya həm də 700-dən çox nöqtənin asılılığı şəklində rəqəmsal olaraq koordinatlarla verilmiş olur və ona görə də bu asılılıq asanlıqla hər hansı bir proqramda qurmaq və analizini aparmaq mümkündür. Bir çox müəlliflər fitting prosesini yerinə yetirərkən çox mürəkkəb hesablamalardan, Savitski-Golay alqoritmlərindən, SA alqoritmlərindən [1-3], və s. istifadə etmişlər.

Halbuki "Graphical analysis" proqramı bu məqsəd üçün çox əlverişli bir proqramdır. Ona görə ki, əvvəla bu proqramla koordinatlarla verilmiş eksperimental əyri qurmaq mümkündür. Bu asılılığın birinci, ikinci tərtib törəmələrini çox asanlıqla almaq mümkündür və nəhayət həmin əyrinin və yaxud onun müəyyən oblastının fittingini aparmaq (yəni həmin əyri ilə maksimum üst-üstə düşə bilən nəzəri asılılıqları müəyyən etmək) mümkündür. Konkret olaraq spektroskopik ellipsometriya məsələlərinin həlli zamanı eksperimental kompleks dielektrik funksiyası $\varepsilon(\omega)$ -nın ikinci tərtib törəmələrinin həqiqi və xəyali hissələri üçün aldığımız asılılıqların fittingi belə məsələlərin həllində istifadə olunan nəzəri funksiyaların vasitəsilə aparılır. Nəticədə bu funksiyalara daxil olan sabitlər təyin olunur. Bu sabitlərdən biri də E - kritik nöqtəsidir ki, bu da yarımkeçiricilər nəzəriyyəsi üçün çox mühüm kəmiyyətdir.

Bu proqramın üstünlükləri barədə əvvəlki işlərimizdə məlumat verilmişdir [4,5].

Bu məqalədə "Graphical analysis" proqramından istifadə etməklə yarımkeçiricilərdə kompleks dielektrik funksiyasının həqiqi və xəyali hissələrinin analitik ifadəsinə daxil olan parametrlərin funksiyanın gedishinə təsiri təhlil olunmuşdur.

Məsələnin qoyuluşu

Bildiyimiz kimi kompleks dielektrik funksiyası üçün nəzəri analitik ifadə $m \neq 0$ halı üçün aşağıdakı şəkildədir [6,7]:

$$\varepsilon(\omega) = C - Ae^{i\theta}(\omega - E + i\Gamma)^m \quad (1)$$

burada A -amplituda, E -kritik nöqtə, Γ - genişlənmə, θ -isə eksiton faza bucağıdır.

İfadəyə daxil olan m kəmiyyəti dörd müxtəlif qiymət ala bilər: $m = \frac{1}{2}$ kritik nöqtənin üçölçülü (3D) halına aiddir; $m = 0$ kritik nöqtənin ikiölçülü (2D) halına aiddir; $m = -\frac{1}{2}$ kritik nöqtənin birölçülü (1D) halına aiddir; $m = -1$ isə eksiton tip kritik nöqtədir [8]. $m = 0$ halı üçün (1) ifadəsi aşağıdakı kimi olur:

$$\varepsilon(\omega) = C - Ae^{i\theta} \ln(\omega - E + i\Gamma) \quad (2)$$

Lakin (1) və (2) funksiyalarına daxil olan parametrləri təyin etmək üçün (eləcə də C parametrini aradan qaldırmaq üçün) $\varepsilon(\omega)$ dielektrik funksiyasının eksperimental qiymətlərinin ikinci tərtib diferensiallanmasından alınan $\frac{d^2\varepsilon}{d\omega^2}$ funksiyasından istifadə etmək lazım gəlir.

Bu halda (1) və (2) funksiyalarının ikinci tərtib törəmələri $m \neq 0$ halı üçün

$$\frac{d^2\varepsilon}{d\omega^2} = -m(m-1)Ae^{i\theta}(\omega - E + i\Gamma)^{m-2} \quad (3)$$

və ya triqonometrik formada yazsaq

$$\frac{d^2\varepsilon}{d\omega^2} = A^1(\Omega)^{m-2/2} \left\{ \cos \left[(m-2) \arg \cos \left(\frac{\omega - E}{\Omega^{\frac{1}{2}}} \right) + \theta \right] + i \sin \left[(m-2) \arg \sin \left(\frac{\omega - E}{\Omega^{\frac{1}{2}}} \right) + \theta \right] \right\} \quad (4)$$

olacaqdır, burada $A^1 = -m(m-1)A$ və $\Omega = (\omega - E)^2 + \Gamma^2$.

$m = 0$ halı üçün

$$\frac{d^2\varepsilon}{d\omega^2} = Ae^{i\theta}(\omega - E + i\Gamma)^{-2} \quad (5)$$

və triqonometrik formada

$$\frac{d^2\varepsilon}{d\omega^2} = \frac{A}{\Omega} \left\{ \cos \left[-2 \arg \cos \left(\frac{\omega - E}{\Omega^{\frac{1}{2}}} \right) + \theta \right] + i \sin \left[-2 \arg \sin \left(\frac{\omega - E}{\Omega^{\frac{1}{2}}} \right) + \theta \right] \right\} \quad (6)$$

Fitting apararkən triqonometrik formada yazılmış (4) ($m \neq 0$ olduqda) və ya (6) ($m = 0$ olduqda) funksiyasının həqiqi $d^2\varepsilon_1(\omega)/d\omega^2$ və xəyali $d^2\varepsilon_2(\omega)/d\omega^2$ komponentləri istifadə olunur.

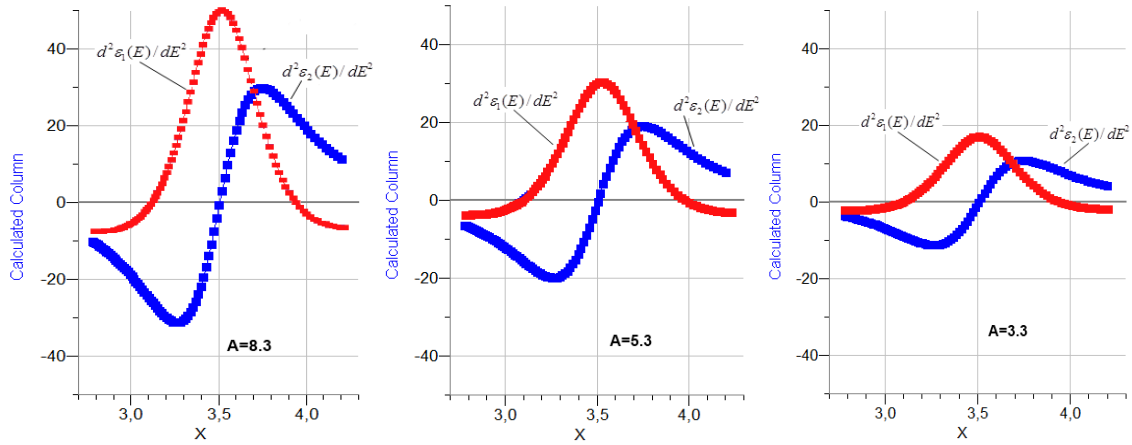
A, E, Γ və θ -parametrlərinin nəzəri funksiyanın gedişinə təsiri

(4) və (6) nəzəri asılılıqları fittingə cəlb olunarkən A, E, Γ və θ -parametrlərinə müxtəlif qiymətlər verməklə eksperimental asılılıqla maksimum üst-üstə düşə bilən asılılığı axtarmaq lazım gəlir. Ona görə də bu parametrlərin kompleks dielektrik funksiyasının həqiqi və xəyali hissələrinin ikinci tərtib törəmələrinin enerjiden asılılığına necə təsir etməsi məsələsinə ayrıca baxaq. Konkretlik üçün $m = 0$ (2D) halına baxacağıq. Araşdırmalardan müəyyən edilmişdir ki, alınan nəticələr kritik nöqtənin üçölçülü (3D) $m = 1/2$, birölçülü (1D) $m = -1/2$ və eksiton tip kritik nöqtə $m = -1$ halları üçün də doğrudur.

A (amplitud) parametrinin təsiri

Şəkil 1 - də (4) və (6) nəzəri asılılıqlarına xas olan əyrilər göstərilmişdir. Burada digər üç parametr ($E=3,5$; $\Gamma=0,42$ və $\theta=3,1$) sabit saxlanılmaqla A parametrinə müxtəlif qiymətlər verməklə onun asılılığa necə təsir göstərdiyini aşkar görmək mümkündür. Göründüyü kimi A parametri $d^2\varepsilon_1(E)/dE^2$ və $d^2\varepsilon_2(E)/dE^2$ asılılıqlarının qarşılıqlı vəziyyətinə, onların fiksə olunduğu yerə və

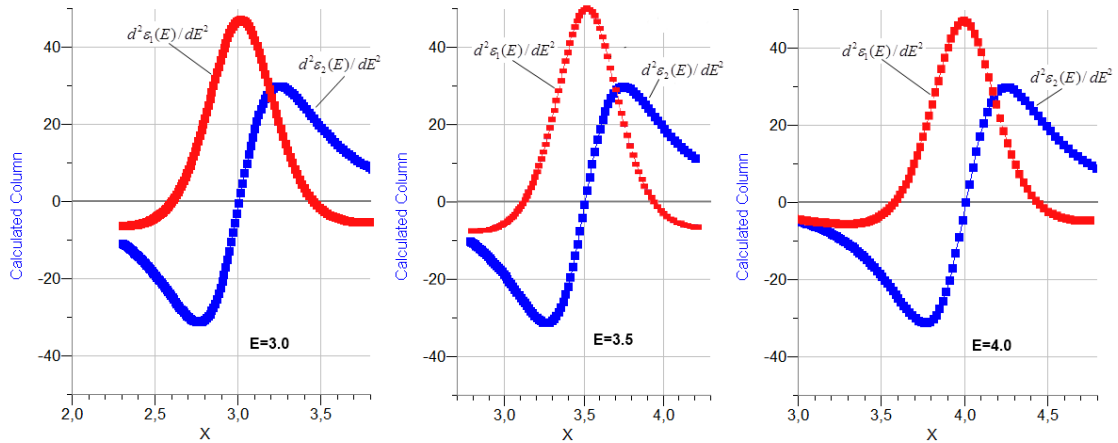
maksimumların yarım eninə təsir göstərmir, yalnız asılılığın amplituduna təsir edir. A parametri artdıqca amplitud da artır.



Şəkil 1. A- parametrinin $d^2\varepsilon_1(E)/dE^2$ və $d^2\varepsilon_2(E)/dE^2$ asılılıqlarına təsiri.

E (kritik nöqtə) parametrinin təsiri

Yenə də digər üç parametri ($A=8,3$; $\Gamma=0,42$ və $\theta=3,1$) sabit saxlamaqla E parametrinə müxtəlif qiymətlər verməklə onun asılılığa necə təsir göstərdiyi araşdırılmışdır.

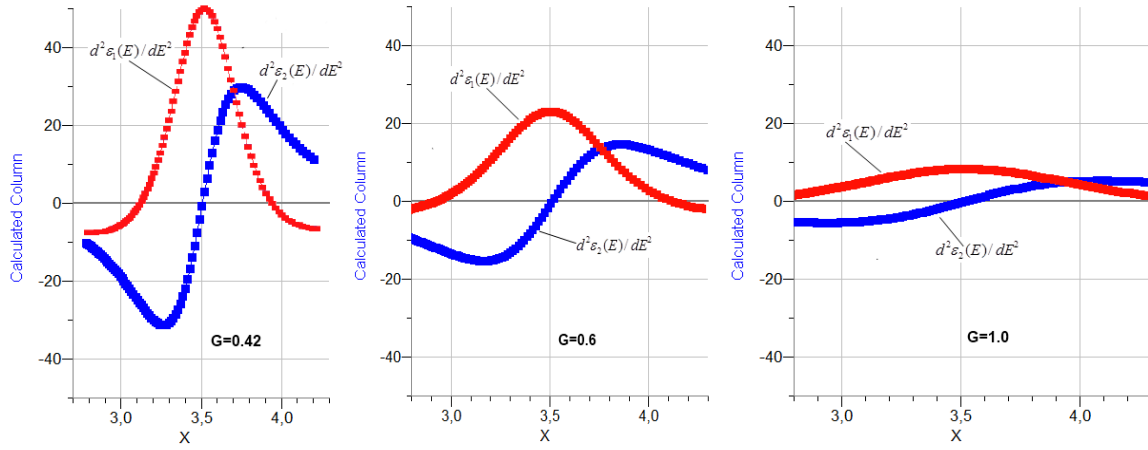


Şəkil 2. E- parametrinin $d^2\varepsilon_1(E)/dE^2$ və $d^2\varepsilon_2(E)/dE^2$ asılılıqlarına təsiri

Şəkil 2-dən göründüyü kimi E parametri də $d^2\varepsilon_1(E)/dE^2$ və $d^2\varepsilon_2(E)/dE^2$ asılılıqlarının qarşılıqlı vəziyyətinə, maksimumların qiymətinə və yarım eninə heç bir təsir göstərmir, yalnız bu asılılıqları absis oxu (enerji) boyunca sürüşdürür və enerjinin verilmiş qiymətinə uyğun yerdə fiksə olunur.

Γ (genişlənmə) parametrinin təsiri

Bu parametr də kompleks dielektrik funksiyasının həqiqi və xəyali hissələrinin ikinci tərtib törəmələrinin enerjiden asılılıqlarının qarşılıqlı vəziyyətinə, onların fiksə olunduğu yerə heç bir təsir göstərmir. Adından da göründüyü kimi bu parametr asılılıqlardakı maksimumların yarım eninin dəyişməsinə səbəb olur, başqa sözlə desək fit aralıqlarını dəyişdirir. Γ -nin qiyməti artdıqca maksimumların yarım enləri və deməli fit aralıqları da artır.

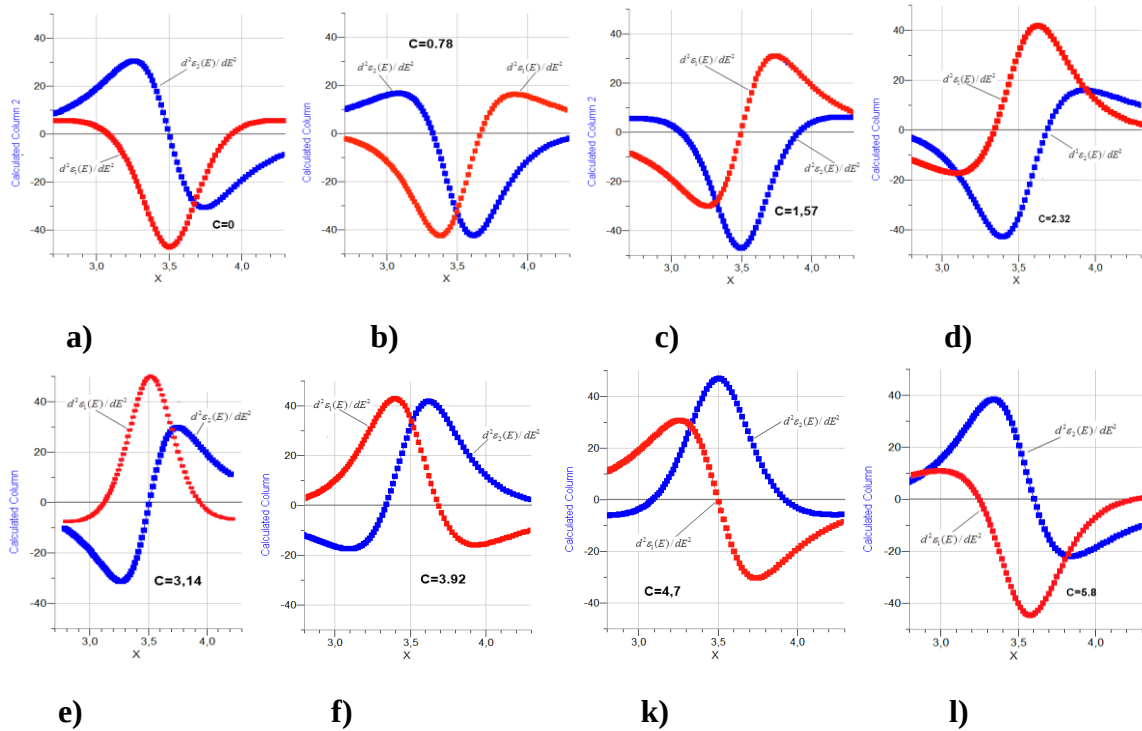


Şəkil 3. Γ -parametrinin $d^2\varepsilon_1(E)/dE^2$ və $d^2\varepsilon_2(E)/dE^2$ asılılıqlarına təsiri.

Bundan başqa Γ həm də maksimumların boyuna təsir edir. Γ artdıqca amplitud azalır. Şəkil 3 -də A , E , və θ -parametrlərinin sabit qiymətlərində ($A=8,3$; $E=3,5$ və $\theta=3,1$) Γ -nin üç müxtəlif qiyməti üçün asılılıqlar göstərilmişdir.

θ (faza) parametrinin təsiri

Bu parametrin dəyişməsi maksimumların qiymətinə, onların yarım eninə və fiksə olunduğu yerə təsir göstərmir. Lakin bu parametr nəinki $d^2\varepsilon_1(E)/dE^2$ və $d^2\varepsilon_2(E)/dE^2$ asılılıqlarının qarşılıqlı vəziyyətinə birbaşa təsir göstərir, həm də onların formalarını tamamilə dəyişdirir. Şəkil 4-də A , E , və Γ -parametrlərinin sabit qiymətlərində ($A=8,3$; $E=3,5$ və $\Gamma=0,42$) θ -parametrinin səkkiz müxtəlif qiyməti üçün asılılıqlar göstərilmişdir. Şəkindən göründüyü kimi θ -parametrinin dəyişməsi ilə $d^2\varepsilon_1(E)/dE^2$ və $d^2\varepsilon_2(E)/dE^2$ asılılıqlarının formaları və qarşılıqlı vəziyyətləri kəskin dəyişikliyə məruz qalır.



Şəkil 4. θ (şəkilə C- ilə işarələnmişdir)- parametrinin $d^2\varepsilon_1(E)/dE^2$ və $d^2\varepsilon_2(E)/dE^2$ asılılıqlarına təsiri

Bu asılılıqların, onların formalarının və qarşılıqlı vəziyyətlərinin xüsusiyyətləri haqqında aşağıdakıları söyləmək olar:

1. Hər şeydən öncə onu qeyd etmək lazımdır ki, xəyali hissə bütün hallarda həqiqi hissənin asılılığından sağda yerləşir. Bu əslində belə də olmalıdır, çünki həqiqi hissə (kosinus qanunu ilə dəyişir) xəyali hissəni (sinus qanunu ilə dəyişir) fazaca $\pi/2$ bucağı qədər qabaqlayır.
2. Bir çox hallarda funksiyalardan hər hansı birinin maksimumu demək olar ki, digərinin sıfırına uyğun gəlir.
3. Bu asılılıqlarda xüsusi simmetrik (şəkil 4-də $C=0$, $C=0,78=\pi/4$, $C=1,57=\pi/2$, $C=3,14=\pi$, $C=3,92=5\pi/4$, $C=4,7=3\pi/2$ və s.) halların olması mümkündür.
4. Əgər fittingə tam bir tsikl cəlb olunursa onda bu funksiyalar ən azı bir dəfə sıfır qiyməti almalıdır (ən çoxu iki dəfə).

Beləliklə, kompleks dielektrik funksiyasının həqiqi və xəyali hissələrinin eksperimental qiymətlərinin ikinci tərtib törəmələrinin enerjiden asılılıqlarının (4) və (6) analitik nəzəri funksiyalarla fittingi aparılarkən ilk növbədə onların θ (faza) parametrinə uyğun forma dəyişikliklərinə görə müqayisəsi aparılmalıdır. Həmin eksperimental asılılıqlar eyni bir şəkildə və eyni miqyasda yerləşdirilməli və onların formaları və qarşılıqlı vəziyyətləri şəkil 4-də göstərilən asılılıqlarla tutuşdurulmalıdır. Bu halda şübhə yoxdur ki, eksperimental $d^2\varepsilon_1(E)/dE^2$ və $d^2\varepsilon_2(E)/dE^2$ asılılıqlarının müəyyən oblastlarının formaları və qarşılıqlı vəziyyətləri şəkildə göstərilmiş formalardan birinə uyğun gələcəkdir və həmin oblastların hər biri ayrıca olaraq "Graphical analysis" proqramında fittingə cəlb edilməklə ən yaxşı fitting halında bu oblastlara məxsus olan A , E , Γ və θ parametrlərinin qiymətləri tapılmış olacaqdır.

ƏDƏBİYYAT

1. León, M., Serna, R., Levchenko, S., Nateprov, A., Nicorici, A., Merino, J. M. and Arushanov, E. Modeling the optical constants of $\text{Cu}_2\text{In}_4\text{Se}_7$ and CuGa_3Se_5 crystals. // J. Appl. Phys., 2007, vol. 101, p. 013524.
2. Corana, M., Marchesi, C., Martini, and Ridella, S. Minimizing multimodal functions of continuous variables with the "Simulated annealing" algorithm. // ACM Transactions on Mathematical Software, 1987, vol. 13, No. 3, p. 262-280
3. Кардона, М. Модуляционная спектроскопия. Москва: Мир, 1972, 416 с.
4. Hüseynəliyev M.H., Əhmədov O.R., Abdullayeva N.M., Xəlilova X.N., Qasimov N.A. Spektroskopik ellipsometriya ölçmələrinin tədqiqində "Graphical analysis" proqramının tətbiqinin üstünlükləri // Azərbaycan Milli Elmlər Akademiyasının Xəbərləri, 2015 №5 s.100-103.
5. Hüseynəliyev M.H. Qurğuşun sulfid monokristallarının dielektrik xassələri və kritik nöqtələrinin təyini // AMEA Naxçıvan Bölməsi, "Xəbərlər", 2016, №4. s.240-246

ABSTRACT

Mammad Huseynaliyev

THE INFLUENCE OF THE PARAMETERS INCLUDING IN THE THEORETICAL ANALYTIC EXPRESSION OF COMPLEX DIELECTRIC FUNCTION IN SEMICONDUCTORS ON THE COURSE OF FUNCTION

The influence of the parameters A , E , Γ and θ -, including in the theoretical analytic expression of the dependence of the complex dielectric function on energy in semiconductors on the course of the real and imaginary parts of the second derivative of the function, was investigated in the article. It was determined that this parameter affects not only the mutual position of the real and imaginary parts of the second derivative of the function, but also completely changes their forms. When fitting the energy dependence of the second derivatives of the real and imaginary parts of the experimental complex dielectric function with analytic theoretical functions, we first compare their relative positions and shapes that strongly depend on the θ parameter.

РЕЗЮМЕ

Мамед Гусейналиев

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ВХОДЯЩИХ В ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ КОМПЛЕКСНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ НА ХОД ФУНКЦИИ

В статье исследуется влияние параметров A , E , Γ и θ - входящих в теоретически аналитическое выражение зависимости комплексной диэлектрической функции от энергии в полупроводниках на ход действительной и мнимой частей второй производной функции. Было определено, что этот параметр влияет не только на взаимное расположение действительной и мнимой частей второй производной функции, но и полностью меняет их формы. При фиттинге энергетической зависимости вторых производных действительной и мнимой частей экспериментальной комплексной диэлектрической функции с аналитическими теоретическими функциями, прежде всего сравниваются их взаимное расположение и формы, которые сильно зависят от параметра θ .

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

ГУЛУ ГАЗИЕВ

*Нахчыванское отделение НАН Азербайджана
atcc55@mail.ru*

УДК: 539.12

ПРОБЛЕМА СКРЫТОЙ МАССЫ ВО ВСЕЛЕННОЙ

Açar sözlər: *gizli kütlə, qalaktika, böhran kütləsi, orta böhran sıxlığı, differensial sürət, gravitasiya, barion maddə, fotino, gravitino*

Key words: *hidden mass, galaxy, critical mass, critical mean density, differential velocity, gravity, baryonic matter, photino, gravitino*

Ключевые слова: *скрытая масса, галактика, критическая масса, критическая средняя плотность, дифференциальная скорость, гравитация, барионная вещества, фотино, гравитино*

После открытия в 1929 году Эдвардом Хабблом красного смещения в спектрах удаленных галактик стало ясно, что Вселенная расширяется. Одним из вопросов, возникших в этой связи, был следующий: как долго будет продолжаться расширение и чем оно закончится? Силы гравитационного притяжения, действующие между отдельными частями Вселенной, стремятся затормозить разбегание этих частей. К чему торможение приведет — зависит от суммарной массы Вселенной. Если она достаточно велика, силы тяготения постепенно остановят расширение и оно сменится сжатием. В результате Вселенная в конце концов опять «схлопнется» в точку, из которой когда-то начала расширяться. Если же масса меньше некоторой критической массы, то расширение будет продолжаться вечно. Обычно принято говорить не о массе, а о плотности, которая связана с массой простым соотношением, известным из школьного курса: плотность есть масса, деленная на объем.

Расчетное значение критической средней плотности Вселенной примерно 10^{-29} граммов на кубический сантиметр, что соответствует в среднем пяти нуклонам на кубический метр. Следует подчеркнуть, что речь идет именно о средней плотности. Характерная концентрация нуклонов в воде, земле и в нас с вами составляет около 10^{30} на кубический метр. Однако в пустоте, разделяющей скопления галактик и занимающей львиную долю объема Вселенной, плотность на десятки порядков ниже. Значение концентрации нуклонов, усредненное по всему объему Вселенной, десятки и сотни раз измеряли, тщательно подсчитывая разными методами количества звезд и газопылевых облаков. Результаты таких измерений несколько различаются, но качественный вывод неизменен: значение плотности Вселенной едва дотягивает до нескольких процентов от критической. Поэтому вплоть до 70-х годов XX столетия общепринятым был прогноз о вечном расширении нашего мира, которое неизбежно должно привести к так называемой тепловой смерти. Тепловая смерть — это такое состояние системы, когда вещество в ней распределено равномерно и разные ее части имеют одну и ту же температуру. Как следствие, невозможна ни передача энергии от одной части системы к другой, ни перераспределение вещества. В такой системе ничего не происходит и никогда уже не сможет произойти. Однако постепенно стало ясно, что истинная масса Вселенной намного больше видимой массы, заключенной в звездах и газопылевых облаках и, скорее всего, близка к критической. А возможно, в точности равна ей.

Первое указание на то, что с подсчетом массы Вселенной что-то не так, появилось в середине 30-х годов XX века. Швейцарский астроном Фриц Цвикки измерил скорости, с которыми галактики скопления Волосы Вероники (а это одно из самых больших известных

нам скоплений, оно включает в себя тысячи галактик) движутся вокруг общего центра [1]. Результат получился обескураживающим: скорости галактик оказались гораздо больше, чем можно было ожидать, исходя из наблюдаемой суммарной массы скопления. Это означало, что истинная масса скопления Волосы Вероники гораздо больше видимой. Но основное количество материи, присутствующей в этой области Вселенной, остается по каким-то причинам невидимой и недоступной для прямых наблюдений, проявляя себя только гравитационно, то есть только как масса.

О наличии скрытой массы в скоплениях галактик свидетельствуют также эксперименты по так называемому гравитационному линзированию. Объяснение этого явления следует из теории относительности. В соответствии с ней, любая масса деформирует пространство и подобно линзе искажает прямолинейный ход лучей света. Искажение, которое вызывает скопление галактик, столь велико, что его легко заметить. В частности, по искажению изображения галактики, которая лежит за скоплением, можно рассчитать распределение вещества в скоплении-линзе и измерить тем самым его полную массу. И оказывается, что она всегда во много раз больше, нежели вклад видимого вещества скопления.

Через 40 лет после работ Цвикки, в 70-е годы, американский астроном Вера Рубин изучала скорости вращения вокруг галактического центра вещества, расположенного на периферии галактик [2]. В соответствии с законами Кеплера (а они напрямую следуют из закона всемирного тяготения), при движении от центра галактики к ее периферии скорость вращения галактических объектов должна убывать обратно пропорционально квадратному корню из расстояния до центра. Измерения же показали, что для многих галактик эта скорость остается почти постоянной на весьма значительном удалении от центра. Эти результаты можно истолковать только одним способом: плотность вещества в таких галактиках не убывает при движении от центра, а остается почти неизменной. Поскольку плотность видимого вещества (содержащегося в звездах и межзвездном газе) быстро падает к периферии галактики, недостающую плотность должно обеспечивать нечто, чего мы по каким-то причинам увидеть не можем. Для количественного объяснения наблюдаемых зависимостей скорости вращения от расстояния до центра галактик требуется, чтобы этого невидимого «чего-то» было примерно в 10 раз больше, чем обычного видимого вещества. Это «нечто» получило название «темная материя» (по-английски «dark matter») и до сих пор остается самой интригующей загадкой в астрофизике.

Дифференциальные скорости вращения галактик (то есть зависимость скорости вращения $V(r)$ галактических объектов от расстояния r до центра галактики) определяются распределением массы в данной галактике и для сферического объема с радиусом r , в котором заключена масса $M(r)$, задаются соотношением

$$V(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}}$$

то есть за пределами объема, в котором сосредоточена основная масса галактики $M(r)$, скорость вращения $V(r) \sim r^{-\frac{1}{2}}$. Однако для многих спиральных галактик скорость $V(r)$ остаётся почти постоянной на весьма значительном удалении от центра (20—25 килопарсек), что противоречит быстрому убыванию плотности наблюдаемой материи от центра галактик к их периферии (Рис. 1).

Таким образом, для объяснения наблюдаемых значений $V(r)$ необходимо допустить существование ненаблюдаемой (несветящейся) материи, простирающейся на расстояния, превышающие в десятки раз видимые границы галактик и с массой, на порядок выше совокупной массы наблюдаемой светящейся материи галактики (гало галактик).

Современная стандартная космологическая модель ведёт к заключению, что видимые массы барионного вещества в галактиках существенно ниже, чем предсказываемые. В последнее время появились результаты, которые свидетельствуют, что эта недостающая барионная масса может быть сосредоточена в гало галактик в виде горячего межгалактического газа с температурой от 1 000 000 до 2 500 000 К [3].

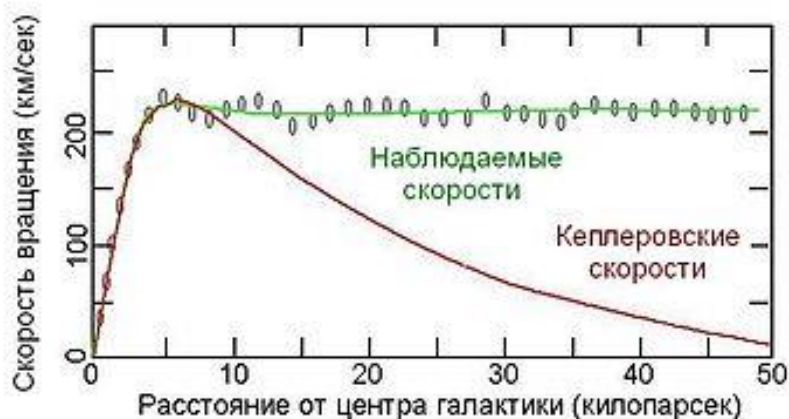


Рис. 1. Кривые дифференциального вращения галактик: отклонение от кеплеровского закона вращения объясняется, предположительно, наличием скрытой массы (изображение с сайта www.astronomy.ohio-state.edu).

По современным представлениям, только около 4,9 % массы Вселенной составляет обычная барионная материя. Приблизительно 26,8 % приходится на небарионную тёмную материю, не участвующую в сильном и электромагнитном взаимодействии. Она наблюдается только в гравитационных эффектах [4].

В зависимости от скорости частиц различают горячую и холодную тёмную материю. Горячая тёмная материя состоит из частиц, движущихся с околосветовыми скоростями, по-видимому, из нейтрино. Горячей тёмной материи недостаточно, по современным представлениям, для формирования галактик. Исследование структуры реликтового излучения показало, что существовали очень мелкие флуктуации плотности вещества. Быстро движущаяся горячая тёмная материя не могла бы сформировать такую тонкую структуру.

Холодная тёмная материя должна состоять из массивных медленно движущихся (и в этом смысле «холодных») частиц или сгустков вещества. Экспериментально такие частицы не обнаружены. В качестве кандидатов на роль холодной тёмной материи выступают слабо взаимодействующие массивные частицы (Weakly Interactive Massive Particles, WIMP), такие как аксионы и суперсимметричные партнёры-фермионы лёгких бозонов – фотино, гравитино и др.

Еще одно важное свидетельство присутствия темной материи в нашем мире приходит из расчетов, моделирующих процесс формирования галактик, который начался примерно через 300 тысяч лет после начала Большого взрыва. Эти расчеты показывают, что силы гравитационного притяжения, которые действовали между разлетающимися осколками возникшей при взрыве материи, не могли скомпенсировать кинетической энергии разлета. Вещество просто не должно было собраться в галактики, которые мы тем не менее наблюдаем в современную эпоху. Эта проблема получила название галактического парадокса, и долгое время ее считали серьезным аргументом против теории Большого взрыва. Однако если предположить, что частицы обычного вещества в ранней Вселенной были перемешаны с частицами невидимой темной материи, то в расчетах всё становится на свои места и концы начинают сходиться с концами — формирование галактик из звезд, а затем скоплений из галактик становится возможным. При этом, как показывают вычисления, сначала в галактики сгущалось огромное количество частиц темной материи и только потом, за счет сил тяготения, на них собирались элементы обычного вещества, общая масса которого составляла лишь несколько процентов от полной массы Вселенной. Получается, что знакомый и, казалось бы, изученный до деталей видимый мир, который мы совсем недавно считали почти понятым, — только небольшая добавка к чему-то, из чего в действительности состоит Вселенная. Планеты, звезды, галактики да и мы с вами — всего лишь ширма для громадного «нечто», о котором мы не имеем ни малейшего представления.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zwicky F. On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae // *Astrophys.J.* 1937, Vol. 86, P. 217
2. Rubin V. C., Ford W. K. Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions // *Astrophysical Journal*, 1970, Vol. 159, P. 379.
3. J.D. Harrington, Janet Anderson, Peter Edmonds. NASA's Chandra Shows Milky Way is Surrounded by Halo of Hot Gas (англ.). NASA.
4. P. A. R. Ade et al. (Planck Collaboration). «Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results – Table 9» // *Astronomy and Astrophysics*, 2013, 1303.

XÜLASƏ

Qulu Həziyev

KAİNATDA GİZLİ KÜTLƏ PROBLEMİ

Astronomlar Kainatdakı mövcud cisim və digər maddi strukturları onların şüalanmasına görə aşkar edirlər. Bu şüalanma görünən işıq və ya elektromaqnit dalğalarının digər növündən olsa da belə onları qeydə alan müxtəlif qəbuledicilər mövcuddur. Məhz bu şüalanmanın tədqiqi nəticəsində məlum olmuşdur ki, Kainatdakı görünən kütlənin böyük hissəsi ulduzlarda toplanmışdır. Bundan başqa ulduzlararası qalaktik seyrək qaz, toz və ulduzların yaxınlığında planet tipli cisimlər də vardır. Ancaq kosmik cisimlərin heç də hamısından gələn şüaları ayırd etmək mümkün deyildir. Məsələn, ikiqat ulduz sistemlərinin böyük kütləli, ancaq kiçik komponentlərini Yerdən görmək mümkün deyildir. Qara çuxurlar isə prinsipə özündən heç bir şüa buraxmır. Belə cisimlərin varlığını ancaq onların qonşuluqdakı cisimlərə qravitasiya təsirinə görə müəyyən etmək mümkündür. Bu metodun tətbiqi alimlərdə belə bir qəti fərkin formalaşmasına səbəb olmuşdur ki, əslində Kainatda müşahidə olunduğundan qat-qat çox kütlə mövcuddur. Özünü ancaq qravitasiya qarşılıqlı təsirində biruzə verən bu görünməyən maddə gizli kütlə kimi adlandırılır.

ABSTRACT

Qulu Həziyev

THE PROBLEM OF THE HIDDEN MASS IN THE UNIVERSE

The bodies existing in the Universe and other aggregations of matter are discovered by astronomers mainly from their radiation. It may be visible light or other types of electromagnetic waves - there are still radiation receivers that allow them to be registered. In this way it was found that most of the visible matter of the universe is concentrated in the stars. In addition to these, there are rarefied interstellar galactic gas, dust, bodies of planetary type near the stars. However, not all cosmic objects can receive radiation. For example, massive but very small components of binary systems can not be considered from the Earth. And black holes basically do not release from themselves any radiation. The presence of such bodies can be established only by their gravitational influence on the neighbors. The application of such an indirect method led scientists to believe that in fact there is much more substance in the universe, something that is accessible to direct observations. An invisible substance that manifests itself through interaction with the visible through gravitational forces, was called a hidden mass.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

RUSLAN MƏMMƏDOV

AMEA Naxçıvan Bölməsi

ruslan1213@box.az

UOT 539.12

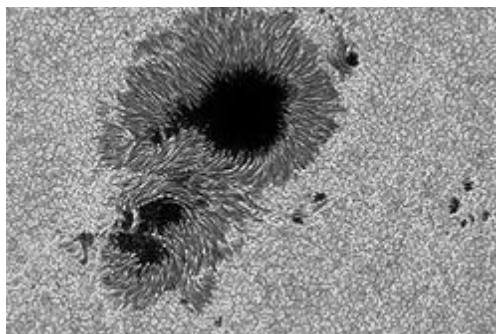
GÜNƏŞ AKTİVLİYİNİN DÖVRÜLÜYÜ

Açar sözlər: *Günəş aktivliyi, Günəş ləkələri, maqnit sahəsi, Volf ədədi, Maunder “kəpənəkləri”, proton alışmaları*

Keywords: *Solar activity, sunspots, magnetic field, Wolf number, Maunder “butterflies”, proton flares*

Ключевые слова: *Солнечная активность, солнечные пятна, магнитное поле, число Вольфа, «бабочки» Маундера, протонные вспышки*

Günəşin özündə gedən proseslər və onun fəal törəmələrindən biri olan Günəş ləkələrini tədqiq etmək vacib məqamlardan sayılır. Günəş ləkələri Günəşin ən xarakterik fəal törəmələrindən biridir. Bunun səbəbləri çoxdur. Hər şeydən əvvəl ləkələr Günəşin ümumi fəallığını müəyyən edir. Ləkələr Günəş fotosferində Günəş diskində əmələ gəlirlər. Əvvəlcə onlar nöqtəvi formada olur və zaman keçdikcə böyüyür, bir neçə sutkadan bir neçə aya qədər ilk ləkə əmələ gələn oblastda ləkə əmələgəlmə, inkişaf etmə və yox olma prosesi davam edir. Ləkələr adətən qrup şəklində yaranırlar. Hər qrupda çox vaxt iki və daha çox ləkə olur. Qrupun sağ tərəfindəki ləkə, yəni fırlanan Günəş səthində qərb tərəfdə - irəlidə gedən ləkə baş ləkə, diskin sol tərəfindəki ləkə, yəni arxada gedən ləkə quyruq ləkə adlanır. Baş və quyruq ləkələrin ətrafında xırda ləkələr də olur. Baş ləkə daha böyük sahəyə malik olur və ən axırda yox olur. Ən böyük ləkənin xətti ölçüsü 10^5 km-ə çata bilər. Ləkələr üçün əsas xarakterik cəhət onların güclü maqnit sahəsinə malik olmasıdır. Günəş ləkələrində maqnit sahəsinin gərginliyi bəzən 4500 Erstedə-ə (E) çatır. Halbuki, Günəşin ümumi maqnit sahəsinin gərginliyi 1 E-dir. Bu onu göstərir ki, maqnit sahəsi Günəşin bütün dərinliklərini əhatə etmir – maqnit sahəsi Günəşin konvektiv zonası ilə əlaqədardır. Müşahidələr göstərir ki, maqnit sahəsinin gərginliyi ləkənin mərkəzi hissəsində ən böyükdür, kənarlara doğru sahə zəifləyir. Ləkənin fotosəklindən görünür ki, onun mərkəzi hissəsi çox tutqun, kənarları isə nisbətən az tutqun və şüa quruluşudur [5, 8].



Şəkil 1. Günəş ləkələri

Ləkənin ən tutqun mərkəzi hissəsi ləkənin nüvəsi, az tutqun kənarları isə yarımkölgəsi adlanır. Onlar Günəşin ancaq $\pm 40^\circ$ helioqrafik enliklər arasındakı zolaqlarda müşahidə olunur. Ləkələrin XVII yüzilliyin əvvəllərindən aparılan müşahidələri göstərmişdir ki, onların Günəş səthində görünməsi müəyyən qanunauyğunluğa malikdir. Əvvəllər Günəş fəallığının göstəricisi olaraq Günəşin görünən yarımsəthindəki ləkələrin sayı götürülürdü. 1843-cü ildə Şvabe bu göstəriciyə görə Günəş fəallığının 11 illik dövrünü kəşf etmişdir. Sonralar Günəş fəallığı göstəricisi olaraq Volf aşağıdakı kəmiyyəti qəbul etməyi təklif etmişdir:

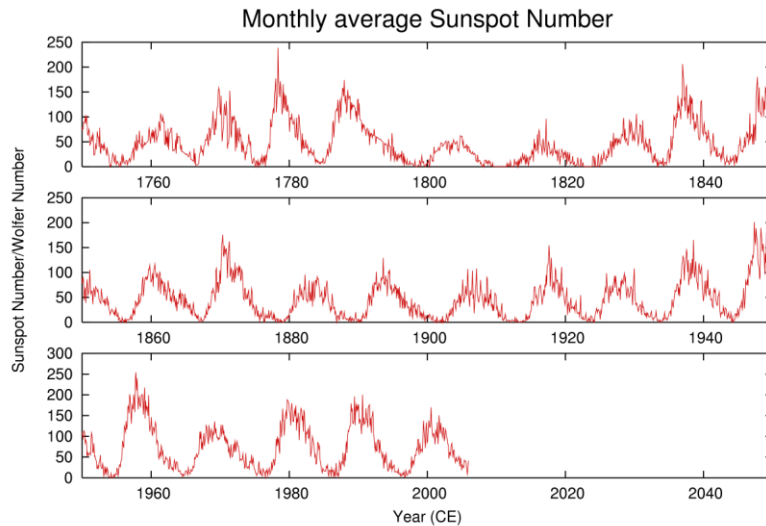
$$W = k(10g + f) \quad (1)$$

burada g – Günəşin görünən yarımsəthindəki ləkə qruplarının sayı, f – bütün ləkələrin ümumi sayı, k – cihazdan, müşahidə üsulundan (vizual və ya fotoqrafik) və müşahidəçinin individual özəlliklərindən asılı olan mütənasiblik əmsalıdır. Bu fəallıq göstəricisi W onu təklif edən və geniş istifadə edən Volfun şərəfinə Volf ədədi adlanır [4]. Odur ki, Günəşdə ləkə yoxdursa $W = 0$, bir ləkə varsa, onda $W = 11$ olar, çünki yeganə ləkə həm bir qrup, həm də ləkənin özü hesab edilir. Günəşin səthində iki ləkə qrupu, qruplardan birində iki ləkə, digərində isə beş ləkə varsa onda $W = 10 \times 2 + 7 = 27$ alırıq. Ən uzun dövrü əhatə edən Volf ədədləri sırası Çürix rəsədxanasında alınmışdır. Beynəlxalq sıra adlanan bu sıra 1749-cu ildən başlayır.

Müşahidələrlə müəyyən olunmuşdur ki, Günəş ləkələrinin orta illik sayı və ya onların tutduğu summar sahə 11 illik dövrlə dəyişir və təkrarlanır. Bəzən Günəşdə ləkələrin sayı maksimal olur, bəzən isə minimal olur. Bu dövrlər uyğun olaraq Günəş fəallığının maksimum və minimum dövrləri adlanır. Minimum dövründə ləkələrin sayı sıfır da ola bilər. Ləkə əmələgəlmə fəaliyyətində aşağıdakı qanunauyğunluqlar vardır.

1. Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi əsri ortalaşdırmaya görə müəyyən edilmişdir ki, ləkələrin sayı 11 illik dövrlə dəyişir. Günəş aktivliyinin minimumunda Günəşdə aylarla heç bir ləkə müşahidə olunmaya bilər, sonra ləkələrin sayı və onların sahəsi artır. 4-5 ildən sonra ləkələrin sayı və sahəsi maksimuma çatır və bu dövr, Günəş aktivliyinin maksimum dövrü adlanır. Aylarla Günəş maksimum aktivliyində qalır, sonra ləkələrin sayı tədricən azalır və 6-7 ildən sonra yenidən minimum olur. Şəkil 2-də orta illik Volf ədədinin 1750-2010 cu illər üzrə dəyişməsi göstərilmişdir [6].

2. Günəş aktivliyinin hər yeni dövrü və ya hət bir tsikli fəallığın minimum mərhələsindən başlayır. Hər yeni dövrdə ləkə əvvəlcə Günəş ekvatorundan uzaqda yaranır. Dövr ləkələrin ən yüksək helioqrafik enliklərdə $\pm (30^\circ - 40^\circ)$ görünməsi ilə başlayır, zaman keçdikcə ləkələrin sayı və sahəsi artır, eyni zamanda ləkə əmələgəlmə prosesi Günəş ekvatoruna yaxınlaşır, ləkələrin maksimum sayı adətən $\pm 15^\circ$ -lik helioqrafik enliklərdə olur, sonra ləkələrin sayı azalır, eyni zamanda ləkə əmələgəlmə prosesi ekvatora tərəf sürüşür, ekvator yaxınlığında $\pm 5^\circ$ -dək ləkələrin əmələgəlməsi, aktivliyin minimum dövrü ilə tamamlanır, sonra yeni dövr başlayır [5].



Şəkil 2. Volf ədədinin dövrü dəyişməsi.

Son zamanlar Günəş fəallığını alışma göstəricisi ilə xarakterizə etmək daha geniş yayılmışdır. Günəş fəallığının alışma göstəricisi Dodson və Hedeman tərəfindən təklif olunub aşağıdakı düsturla təyin olunur [1]:

$$I = n_1 + 2.5n_2 + 5n_3 + 10n_4 + \dots \quad (2)$$

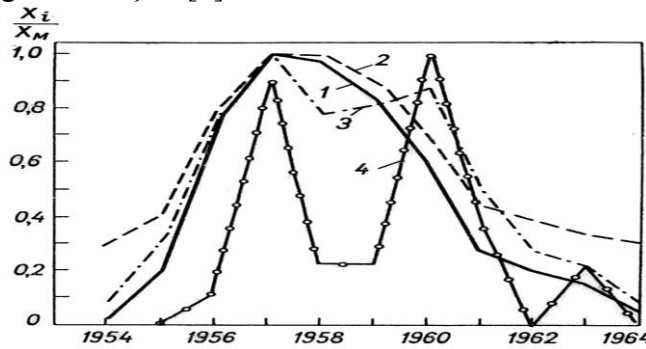
burada n_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) i ballı alışmaların sayıdır. Bu göstərici hər gündükdür. Lakin bu ifadədən orta aylıq və orta illik göstəriciləri də almaq olar.

Kleçək Günəş fəallığının göstəricisi kimi Günəş alışmalarının cəm intensivliyini xarakterizə edən aşağıdakı ifadəni təklif etmişdir [1]:

$$Q = \sum_j i_j t_j \quad (3)$$

burada i_j – verilmiş alışımanın ballarla ifadə olunmuş parlaqlığı, t_j – həmin alışımanın yaşama müddətidir.

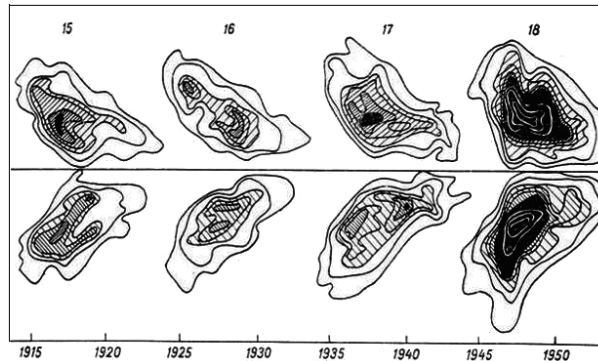
Yuxarıda qeyd edildiyi kimi Şvabe və Volf uzun illərin müşahidələrinin analizindən müəyyən etmişlər ki, Günəş ləkələrinin nisbi sayı 11 illik dövrlə dəyişir və təkrarlanır. Bu Şvabe-Volf qanunu adlanır və bütün Günəş fəallığını təsvir edir. Başqa sözlə Günəşdə baş verən bütün fəal törəmələrdə, müxtəlif spektral bölgələrdə (rentgen, radio və s. də daxil olmaqla) şüalanmanın intensivliyində də müşahidə olunur. Şəkil 3-də Günəş fəallığının XIX dövründə müxtəlif fəallıq göstəricilərinin dəyişməsi göstərilmişdir [1].



Şəkil 3. Günəş fəallığının XIX dövründə müxtəlif fəallıq göstəricilərinin dəyişməsi (1-Volf ədədi, 2 - 10.7 sm dalğa uzunluğunda radioşüalanmanın sel sıxlığı, 3 - 5303 Å xəttinin intensivliyi 4 - proton alışımalarının sayı)

11 illik dövrdə Volf ədədinin minimumu ($W_{\min}$) ilə maksimumu ($W_{\max}$) arasındakı intervala uyğun gələn vaxt dövrün yüksəliş qolu adlanır. Eləcə də Volf ədədinin maksimal qiymətindən minimal qiymətinə doğru uyğun gələn vaxt intervalı isə eniş qolu adlanır.

Şperer müəyyən etmişdir ki, dövrün əvvəlində ləkə qrupları daha yüksək helioqrafik enliklərdə yaranır, dövrün təkamülü ilə ləkə əmələgəlmə zonaları helioqrafik ekvatora doğru sürüşür. Bu hadisə Şperer qanunu adlanır. Şperer qanunu Maunder “kəpənəkləri” adlandırılan diaqramda (şəkil 4) aydın görünür [1, 2].



Şəkil 4. Maunder “kəpənəkləri” diaqramı.

Qeyd etmək lazımdır ki, dövrün inkişafı ilə ləkəəmələgəlmə zonasının helioqrafik enliyinin azalması bərabər sürətlə baş vermir, bu sürət tədricən azalır və maksimumdan 2-3 il sonra 7,5-12,5° helioqrafik enlikdə sıfıra yaxınlaşır.

Şvabe-Volf qanunu ilə Şperer qanunu bir-biri ilə sıx əlaqədardır. Belə ki, dövr güclü olduqca ləkə qruplarının maksimum dövrünün orta helioqrafik enliyi yüksək olur və onların ekvatora doğru sürüşmə sürəti böyük olur. Dövrün maksimumuna 1-1,5 il qalmış fəallığın artması xeyli zəifləyir. Dövrün bu nöqtəsi qırılma nöqtəsi adlanır. Bəzi hallarda bu qırılma nöqtəsində fəallıq tərsinə artır.

Məlum olduğu kimi, istənilən dövrün başlanğıcında Günəşin şimal yarımkürəsində qrupun baş ləkəsinin maqnit sahəsi şimal, quyruq ləkəsininki isə cənub qütblü olur. Eyni vaxtda Günəşin cənub yarımkürəsində isə baş və quyruq ləkələrin qütbləşməsi bunun əksinə olur. Növbəti dövrdə ləkənin maqnit qütblüyü tam əksinə çevrilir. Beləliklə, Günəşin hər iki yarımkürəsində bir 11

illik dövrdən digərinə keçdikdə ləkə qruplarının aparıcı və quyruq ləkələrinin maqnit sahəsinin qütblüyü əksinə çevrilir. Ona görə Günəş fəallığının tam maqnit dövrü 11 il yox 22 il hesab olunur.

Qeyd etdiyimiz kimi təxminən hər 11 ildən bir Günəşdə yeni fəallıq dövrü başlayır. Bu həm də o deməkdir ki, maqnit burulğanları Yerdə tez-tez baş verir və daha güclü olur. Günəş fəallığının fiziki nəzəriyyəsi hələlik məlum deyildir. Bu barədə yalnız bir sıra fərziyyələr vardır ki, bu fərziyyələrə görə fotosferdə daim müşahidə olunan zəif maqnit sahəsi vaxtaşırı müəyyən bölgələrdə güclənə bilər. Buna səbəb isə həmin bölgələrdə Günəşin daxilinə doğru konvektiv hərəkətlərin intensivləşməsi nəticəsində maqnit sahəsinin qüvvə xətlərinin mürəkkəbləşməsidir. Bu mürəkkəbləşmənin bir təzahürü qüvvə xətlərinin kələfləşməsi ola bilər ki, bu da ləkələrin yaranma nəzəriyyəsinin əsasını təşkil edir.

ƏDƏBİYYAT

1. C. M. Quluzadə. Günəş fizikası, Bakı, Elm və təhsil, 2012, 232 s.
2. R. Ə. Hüseynov . Astronomiya, Bakı, Maarif, 1997, 468 s
3. R. Ə. Hüseynov. Ümumi astrofizika, Bakı, Bakı Universiteti, 2010, 368 s.
4. Э. В. Кононович, В. И. Мороз. Общий курс астрономии. Москва, Либроком, 2011, 544 с.
5. Ə. Quliyev, H. Qasimov, T. Fərhadova / Günəş aktivliyinin 11-illik fazasına görə uzun periodlu kometlərin parametrlərinin təyini. / “II International scientific conference of Young Reserachers” mövzusunda beynəlxalq elmi praktiki konfransın materialları. Bakı. “BEU” 2018. s. 44-47.
6. <https://www.gismeteo.ru/news/sobytiya/18565-pochemu-solntse-stalo-neobychayno-tihim/>
7. https://en.wikipedia.org/wiki/Solar_cycle
8. https://ru.wikipedia.org/wiki/Солнечная_активность

ABSTRACT

Ruslan Mammadov

PERIODICITY OF SOLAR ACTIVITY

Sunspots are one of the most characteristic of the Sun. One of the basic concepts of solar physics is solar activity. Main physical aspects of solar activity are stated in the presented paper. It is shown that although the solar activity is mainly characterized by Wolf number, in recent years along that many solar parameters, including radiation flux density, change in the intensity of the line of $\lambda 5303\text{\AA}$ and proton flares can play a significant role in the study of solar activity.

РЕЗЮМЕ

Руслан Мамедов

ПЕРИОДИЧНОСТЬ СОЛНЕЧНАЯ АКТИВНОСТЬ

Солнечные пятна являются одними из самых характерных для Солнца. Одним из основных понятий солнечной физики является солнечная активность. В представленной работе излагаются основные физические аспекты солнечной активности. Показано, что, хотя солнечная активность в основном характеризуется числом Вольфа, в последнее время наряду с этим многие солнечные параметры, в том числе плотность потока радиоизлучения, изменение интенсивности линии $\lambda 5303\text{\AA}$ и протонные вспышки могут играть существенную роль в исследовании солнечной активности.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

Məqaləni çapa təqdim etdi: Fizika üzrə fəlsəfə doktoru,
dosent Fərman Qocayev

TEKNİKİ ELMLƏR

ИЛЬХАМ СУЛЕЙМАНОВ

ilham_suleymanov85@mail.ru

ДЖАВАНШИР ЗЕЙНАЛОВ

c.zeynalov@mail.ru

МАФТУН АЛИЙЕВ

meftun-aliyev@rambler.ru

Нахичеваньский Государственный Университет

UOT:621.317

ТЕХНОЛОГИЯ (ISDN) ЦИФРОВАЯ СЕТЬ С ИНТЕГРАЦИЕЙ СЛУЖБ

Açar sözlər: *İSDN, Rəqəmli xətt, Abonent, Kanal***Key words:** *ISDN, Digital Line, Subscriber, Calligraphy***Ключевые слова:** *İSDN, Цифровая линия, Абонент, Канал.*

В современных телекоммуникационных сетях используется множество разнообразных технологий и протоколов. Аналоговые системы связи все меньше отвечают требованиям времени, хотя из-за своей доступности они еще достаточно широко используются для телефонии и низкоскоростной передачи данных, в частности по протоколу Х.25. Более высокими скоростями передачи отличаются выделенные цифровые каналы связи, построенные на основе меди, оптоволокну, беспроводных и спутниковых каналов связи. Но их строительство и аренда обходятся значительно дороже. Развиваются очень перспективные сети с асинхронным режимом передачи АТМ, позволяющие передавать с максимальной эффективностью любые виды трафика и масштабировать полосу пропускания. Сети frame relay могут использоваться для передачи различных видов трафика, в том числе чувствительного к задержкам. В ряде стран, прежде всего в США, началось внедрение технологий высокоскоростной передачи интегрированных данных по сетям кабельного телевидения КТВ и обычным телефонным проводам xDSL. Получают развитие такие технологии, как SMDS (Synchronous Multimegabit Digital Service - многоточечная передача данных на основе коммутации ячеек) и В-ISDN (Broadband ISDN - широкополосная ISDN). Эти технологии очень перспективны, но пока мало доступны и дороги.

Во всем мире растет количество цифровых сетей с интеграцией услуг ISDN- Integrated Services Digital Network. Они основываются на "зрелой" технологии и создаются отчасти на базе оборудования и каналов существующих телефонных сетей общего пользования ТСОП. В данной статье рассматриваются практические аспекты использования каналов ISDN для построения интегрированных информационных сетей.

Технология ISDN была разработана в 1974 году. Первая ISDN станция была введена в эксплуатацию в 1976г. С самого начала внедрение этой технологии воспринималось как переход от существующей аналоговой телефонии к цифровой сети. Но технология ISDN изначально предполагала более широкий спектр возможностей, нежели простая замена устаревшей телефонной сети, применение её в качестве передачи голосового трафика не оправдывало финансовых затрат на организацию сети. Несмотря на первоначальный интерес к технологии ISDN, она не получила должного развития и, в течении двадцати лет человечество предпочитало жить "по старинке". Интерес к цифровой технологии возник только в последние несколько лет, в период бума развития компьютерных технологий, который в настоящий момент охватил не только сферы производства и обслуживания, но и сферу быта. Существующая аналоговая сеть уже не удовлетворяет современным

требованиям по качеству и скорости передачи данных, а организация оптической линии для сетей абонентского доступа пока не является экономически целесообразным. Наиболее приемлемым выходом в этой ситуации стала технология ISDN позволяющая использовать старые медные линии для высокоскоростной передачи данных. Хотя эволюция сетевых технологий передачи данных до сих пор значительно отстаёт от темпов внедрения компьютерных технологий. В основном это объясняется отсутствием единой транспортной среды на основе технологии наложенной сети передачи данных. Технология ISDN позволит решить эту задачу в кратчайшие сроки и с высокой экономической эффективностью. Благодаря усилиям со стороны ETSI (European Telecommunications Standards Institute) фактическим стандартом в Европе становится EuroISDN, который поддерживают большинство европейских телекоммуникационных провайдеров и производителей оборудования. Принципиальное отличие ISDN от существующей аналоговой сети заключается в том, что технология ISDN позволяет организовать коммутируемые цифровые каналы непосредственно от пользователя к пользователю. Использовать этот цифровой канал можно по-разному. Во-первых- Вы получаете качественную телефонную связь с мгновенным установлением соединения, в добавок большое количество сервисных функций до 230, высокую гарантию сохранности информации при ее прохождении по каналом связи.

Во-вторых- Вы получаете вторую телефонную линию без каких либо затрат, разве что Вам придётся купить ещё один телефонный аппарат. В-третьих- если Вы желаете не только говорить с собеседником, но и видеть его то ISDN предоставляет и эту возможность. Более того, с помощью ISDN технологии, возможно, организовать видео конференцию в реальном времени с участием нескольких абонентов. Эта услуга может быть полезна в тех сферах деятельности, где необходим оперативный обмен видео информацией.

В-четвёртых- при существующем дефиците абонентских линий Вы можете телефонизировать офис, используя всего лишь одну медную телефонную пару.

В-пятых- ISDN предоставляет уникальную возможность, объединения удалённых офисов в единую локальную сеть как внутри города, так и между городами, со скоростью до 128 кВ/с.



Структура ISDN включает в себя два типа доступа: базовый доступ (BRI Basic Rate Interface), регламентирующий соединение ISDN-станции с абонентом, и первичный доступ (PRI Primary Rate Interface), обеспечивающий связь между ISDN-станциями. BRI Базовый доступ ISDN (Basic Rate Interface) представляет собой два логических информационных В-канала со скоростью передачи данных по 64 кбит/с каждый и один служебный D-канал со скоростью передачи 16 кбит/с. Доведение цифрового потока до пользователя реализуется посредством и осуществляется в так называемой стандартной точке или интерфейсе U. Сетевое окончание NT, являющееся частью канала BRI, соединяет существующий

двухпроводный электрический абонентский кабель. Подключение к кабелю канала U с аппаратурой пользователя через 4-х проводную шину S

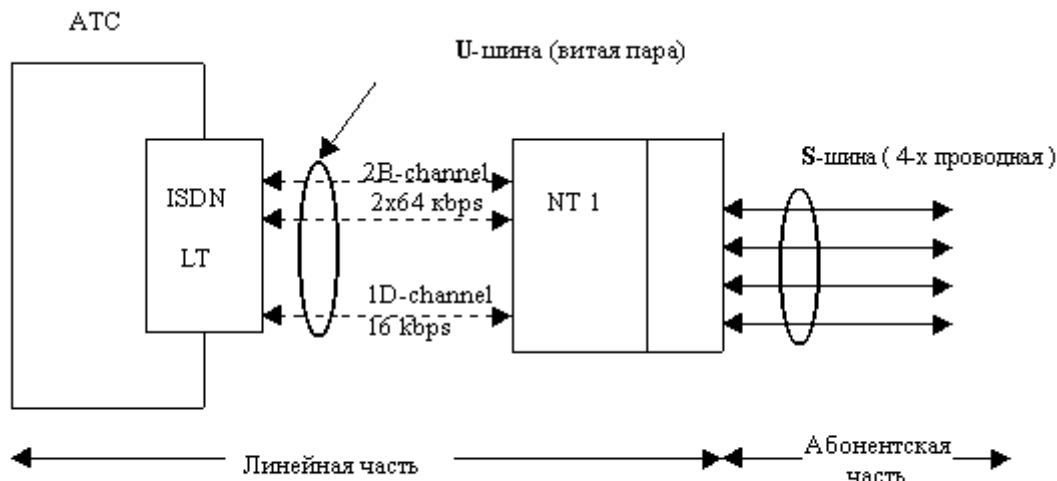


Рис. 1. Структура базового доступа ISDN.

Посредством S/T-интерфейса осуществляется разводка внутри офиса компании либо квартиры с помощью двух парного кабеля; при этом обеспечивается параллельное подключение до восьми ISDN устройств.

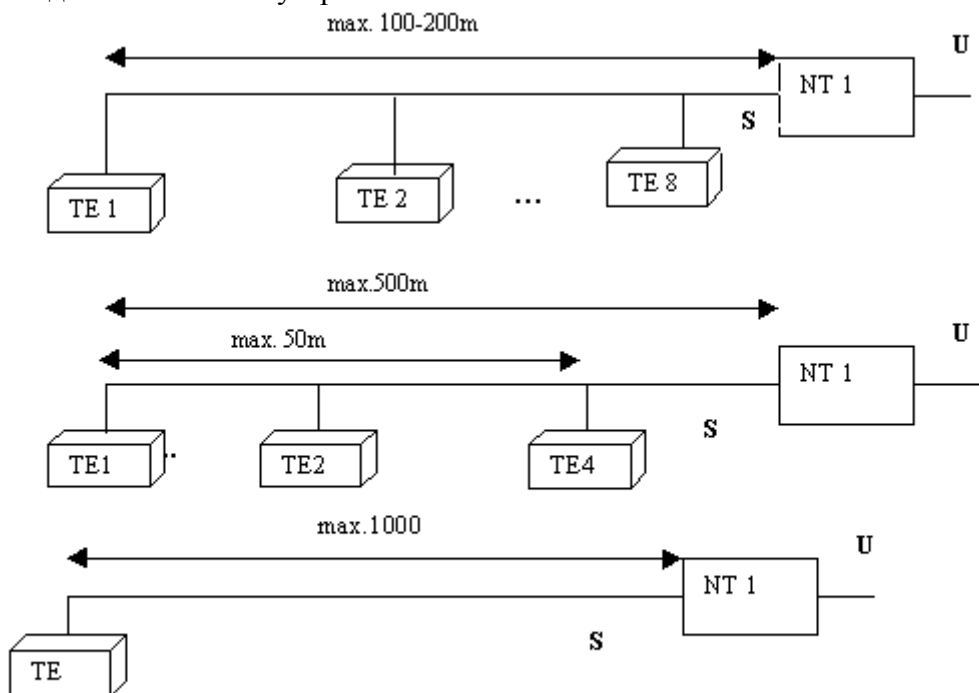


Рис. 2. Варианты построения шины S.

Конструктивно шина S представляет собой 4-х проводную кабельную линию с подключением терминалов к интерфейсу через разъём RJ45 стандарта. PRI Первичный доступ (Primary Rate Interface) обеспечивает подключение к сети ISDN со скоростью передачи данных 2 Мбит/с. PRI используется для связи между учрежденческими АТС и ТФОП. PRI-интерфейс построен по тому же принципу, что и BRI-интерфейс. Один PRI обеспечивает 30 В-каналов по 64 кбит/с и один D-канал со скоростью 64 кбит/с. Соединение с помощью PRI возможно только в режиме "точка-точка". Цикловая структура PRI ISDN соответствует структуре ИКМ-30. Конструктивно PRI представляет собой 4-х проводную электрическую линию. С целью стандартизации для взаимодействия учрежденческих АТС с телефонной сетью общего пользования ТФОП с помощью ISDN решено использовать

протокол абонентского доступа EDSS1, а для протокола межстанционной сигнализации ведомственных ISDN ATC стандартизован протокол Qsig.

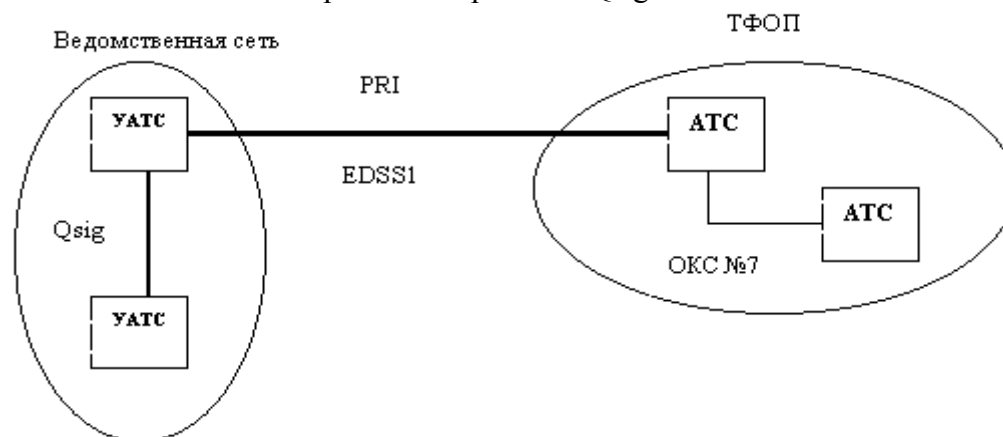


Рис.3. Взаимодействие ведомственной ISDN сети и ТФОП.

Вместе с тем, сети ISDN не лишены и некоторых недостатков, например: проблемы совместимости ISDN-оборудования различных поставщиков; сложность модернизации центральных коммутаторов и построения новой цифровой инфраструктуры; сложность заказа сервиса; необходимость значительных первоначальных финансовых вложений.

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Боккер П. ISDN. Цифровая связь с интеграцией служб. Понятия, методы, системы. Перевод с нем. М.: Радио и связь, 1991.
- 2 Компьютерные сети » ISDN. Цифровая сеть с интеграцией служб. Понятия, методы, системы
- 3 Справочник "Протоколы информационно-вычислительных сетей". Под ред. И. А. Мизина и А. П. Кулешова, Радио и связь, Москва 1990.
- 4 ISDN Explained, Worldwide Network and Applications Technology, 2 edition, John M. Griffiths, John Wiley & sons.
- 5 А. Н. Назаров, М.В. Симонов, "АТМ-технология высокоскоростных сетей" ЭКО-ТРЕНДЗ, Москва 1998.

XÜLASƏ

İ.Süleymanov, C. Zeynalov, M. Əliyev İSDN TEXNOLOGİYASI

Bu məqalədə ISDN texnologiyasının iş prinsipinə baxılmışdır. İlk gündən bu texnologiyanın tətbiqi mövcud analog telefondan rəqəmsal şəbəkəyə keçid kimi qəbul edilmişdir. Sonralar İSDN yüksək keyfiyyətli səs trafikinin ötürülməsi və köhnəlmiş telefon şəbəkələrinin dəyişdirilməsi üçün geniş imkanlar spektri təqdim etmişdir. ISDN və mövcud analog şəbəkə arasındakı əsas fərq ISDN texnologiyası istifadəçisininin birbaşa əlaqəli rəqəmsal kanalları təşkil etməyə imkan verir.

ABSTRACT

I. Suleymanov, C. Zeynalov, M. Aliyev ISDN TECHNOLOGY

This article discusses the ISDN technology working principle. The introduction of this technology from the very first day was regarded as a transition from the existing analogue to digital network. The ISDN provided a broad spectrum of opportunities for high-quality voice traffic and replacement of outdated telephone networks. The main difference between the ISDN and the existing analogue network is that ISDN technology allows you to organize digital channels directly from the user.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

QADİR ƏLİYEV

Naxçıvan Dövlət Universiteti

UOT: 726,04

MÖMİNƏ XATUN TÜRBƏSİNİN ÜZLƏRİNDƏN BİRİNDƏ NƏBATİ VƏ ƏRƏB QRAFİKASINDAN DÜZƏLƏN ORNAMENTLƏRİN TƏDQIQI

VII əsrdən başlayaraq yer kürəsinin böyük bir hissəsində formalaşan islam mədəniyyəti məhv olub getməkdə olan dünya mədəniyyətinə yeni nəfəs gətirdi. “İspaniyadan Amu Dəryaya qədər yayılan ərəb-islam mədəniyyəti tarixin elə bir dövründə formalaşdı ki, bu zaman bəşəriyyət öz keçmişi ilə əlaqəni itirirdi, bəşəriyyətin şüurlu inkişafı demək olar ki, məhv olub gətəkdə idi. Yeni mədəniyyət məhv olub getməkdə olan mədəni irsin yenidən bərpasını qarşısına məqsəd qoydu” [7. s. 33].

Nəticədə, Orta əsr müsəlman Şərqinin bir parçası olan Azərbaycan, o cümlədən Naxçıvan mədəniyyəti, memarlıq və incəsənəti özünün intibah zirvəsinə çatdı. Bu dövrdə Naxçıvanda Əcəmi Naxçıvaninin yaratdığı memarlıq əsərləri, xüsusilə Möminə Xatun türbəsinin memarlıq quruluşu Orta əsr müsəlman Şərq mədəniyyətinin memarlıq formaları şəklində üzə çıxan zirvəsinə çevrildi.

Məlumdur ki, XI-XII əsrlər müsəlman Şərqində naxış yaradıcılığı ornamentlərin ayrılmaz hissəsinə çevrilmişdir. “Bu dövrdə naxışlılıq Şərq incəsənətinin bütün növlərinə xas idi. Həm memarlıq tətbiqi incəsənətində, həm də poeziya və musiqidə özünəməxsus təyinedici üslula çevrilmişdir. O dövrün mütəfəkkir və sənətkarları bütün kainatı gah mücərrəd düzülüş formalarında, gah da fantastik heyvanlar şəklində təsəvvür edirdilər.” [4. s. 37].

Beləliklə, IX-XV yüzillərdə müsəlman sənətkarlar, kaş, mozaika, oyma üsulu ilə hazırlanan çiçək və yazılar rəngli mərmər, bişmiş kərpicdən istifadə edərək memarlıq dekorunda bütün sənətlərini ortaya qoydular. Məlumdur ki, Orta əsr Müsəlman Şərqində islamıyyətin hakim olduğu bölgələrdə heyvan və insan təsvirləri qadağan olunmuşdu. Odur ki, müsəlman sənətkarları təsvirləri mücərrəd formada göstərmək məcburiyyətində qalmışlar. Bu da müsəlman sənətinin yeni formada inkişafına səbəb olmuşdu. Görkəmli islam mədəniyyət nəzəriyyəçisi Will Durantın göstərdiyi kimi: “Bu dövrdə naxış yaradıcılığının möhtəşəmliyi üçün heyvan və insan şəkillərinin işlənməsinin qadağan olunmasına borcluyuq. İslam sənəti bu əskikliyi aradan qaldırmaq üçün son dərəcə müxtəlif formalar icad etdi. Əvvəlcə həndəsi şəkillərdən faydalanma yolu ilə getdi: cizgi, bucaq, çevrə, kub, konus, piramida, elleps, kürə, çoxbucaqlıların istifadə etdi. Bunların saysız kombinasiyalar halında bir-biri ilə formalaşması bir çox şəkillər meydana gətirdi. Daha sonra çiçəklərə döndü: müxtəlif materiallarda istifadə edilərək çiçək formalarından faydalandı. X yüzildə bütün bunları arabeks formalar içində əritdi və hamısının üstündə də ən yüksək bir süsləmə ünsürü olaraq yazılardan (ərəb qrafikasından düzələn naxış. Q. Ə) istifadə edildi. Ümumiyyətlə Kufi qrafikasını tətbiq etdi: hərfləri yüksəltdi, yaydı, genişlətdi, yaxud nöqtə və cizgilərlə bəzəyərək əlifbanı bir sənət materialı kimi istifadə etdi” [3. s. 132-133].

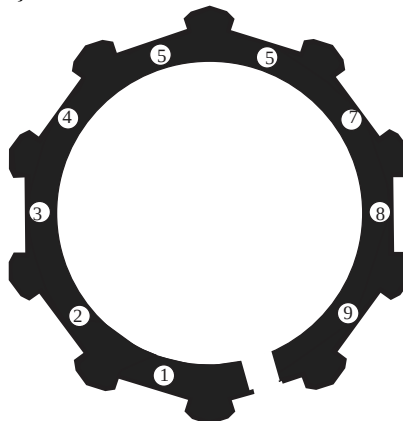
Məlumdur ki, Orta əsr müsəlman Şərqində məscidlər, minarələr, türbələr və s. üzərində memarlıq bəzəyinin üç forması var: düz xətlərin kompozisiyasından yaranan həndəsi ornamentlər, bitgisəl və ya nəbatəti naxışlar, ərəb qrafikasından düzələn naxışlar. Ornamentlərin memarlıqda tətbiqi, xüsusilə həndəsi ornamentlər “Müstəvi üzərində diskret qrupların hərəkətinin nəticəsidir” [2. s. 276].

Bu məqalədə biz böyük Əcəmi Naxçıvaninin şah əsəri olan Möminə xatun (1187-ci il) türbəsinin üzlərindən birinin nəbatəti və ərəb qrafikasından düzələn naxışları tədqiqi ilə məşğul olacağıq. Məlumdur ki, Möminə Xatun türbəsində üzlərinin sayı ondur. Üzlərinin hamısında belə naxışların tədqiqi bir məqalə çərçivəsinə sığmadığı üçün bir üzdə naxışlarını tədqiq etməyi məqsəduyğun hesab etdik.

Möminə Xatun türbəsinin (şəkil 1) ornamental səthini nəzərdən keçirdikdə görürük ki, bu ornamentlərdən bəziləri lentvari, bəziləri ornamental müstəvini başdan-başa doldurur. Həndəsi naxışlardan ibarət olan türbə səthinin memarlıq bəzək formaları yuxarıda göstərilən hər üç naxış elementləri ilə zəngindir. “Onların hamısını fəqurların təkrarlılığı, kompozisiyası, ritmi birləşdirir” [5. s.266]. Bu naxışların həndəsi formaları kifayət qədər dəqiqliklə tərəfimizdən tədqiq olunsada [1. s. 150]. nəbatı və ərəb qrafikasından düzələn naxışlar demək olar ki, tədqiq olunmamışdır. Möminə Xatun türbəsinin üzrlərindən birində (Plan üzrə qapı olan üzdən saat əqrəbi hərəkəti istiqamətində baxdıqda birinci üz, şəkil 2.) naxışlarını araşdıraraq. Nəbatı və ərəb qrafikasından düzələn naxışları tədqiqinə keçək. Əvvəlcə bu üzdə nəbatı ornamentləri araşdıraraq.



Şəkil 1. Möminə Xatun türbəsi



Şəkil 2. Möminə Xatun türbəsi. Plan

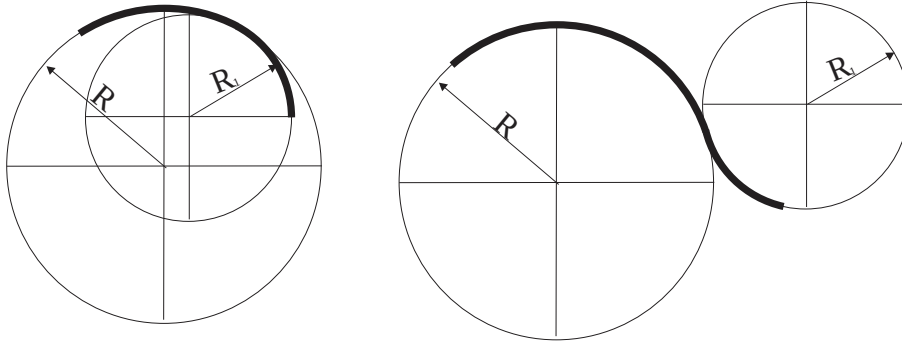


Şəkil 3. Möminə Xatun türbəsi. II üzdə memarlıq bəzək fraqmenti

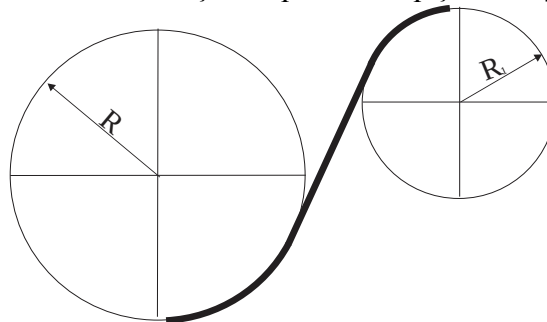
1. Nəbatı ornamentlərin tədqiqi

Tədqiq olunan üzdə nəbatı ornamentlərin quruluşunu diqqətlə nəzərdən keçirdikdə görürük ki, onların quruluşu düz xətlərin və çevrə qövsələrinin bir birinə qoşulmasından ibarətdir (şəkil 3). I

üzdə bu qoşulmaların iki növündən istifadə edilmişdir: iki toxunan çevrə qövsünün (şəkil 4) və bir – birinin xaricində olan iki-iki çevrənin düz xətlə qoşulması (şəkil 5) [6. s. 40].



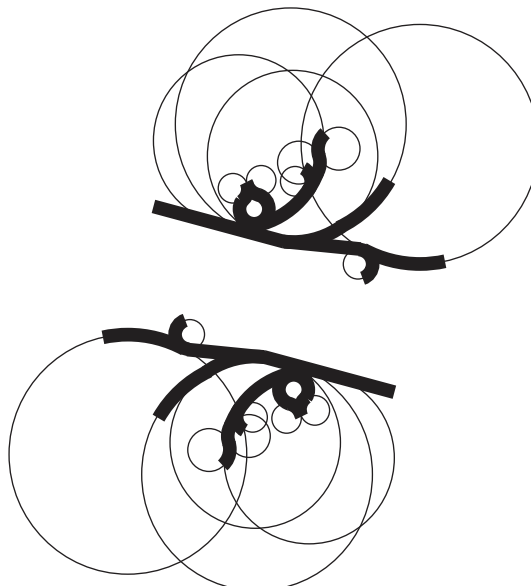
Şəkil 4. İki toxunan çevrə qövsünün qoşulması [6s.40]



Şəkil 5. Bir-birinin xaricində olan iki çevrə qövsünün düz xətlə qoşulması [6s.41]



Şəkil 6. Möminə Xatun türbəsi. II üzdə nəbatî naxış elementi



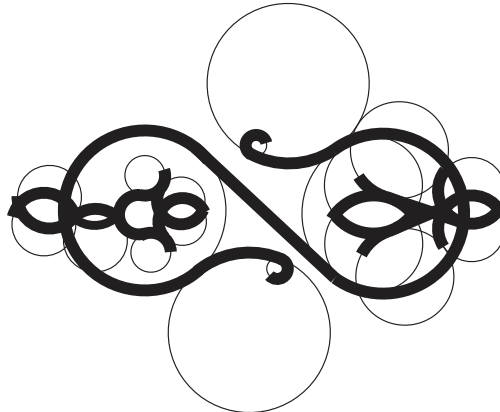
Şəkil 7. Möminə Xatun türbəsi. II üzdə nəbatî naxış elementinin qrafiki analizi

Şəkil 6-da II üzdə həndəsi naxış kompozisiyalarının mərkəzində olan nəbatî naxış kompozisiyası göstərilmişdir. Şəkil 7-də isə bu naxış kompozisiyasının qrafiki analizi göstərilmişdir. Naxış kompozisiyasının qrafiki analizi göstərir ki, bu kompozisiyanın quruluşu şəkil 4-də göstərilən iki toxunan çevrə qövsünün qoşulması üsuluna əsaslanır.

Şəkil 8-də II üzdə memarlıq bəzək fraqmenti içərisində nəbatî naxış elementi göstərilib. Nəbatî naxış elementi kompozisiyasının qrafiki analizi göstərir ki, bu kompozisiyanın quruluşu şəkil 4 və şəkil 5-də göstərilən iki toxunan çevrə qövsünün və bir-birinin xaricində olan iki çevrə qövsünün düz xətlə qoşulması üsullarına əsaslanır (şəkil 9).



Şəkil 8. Möminə Xatun türbəsi. II üzdə nəbatî naxış elementi

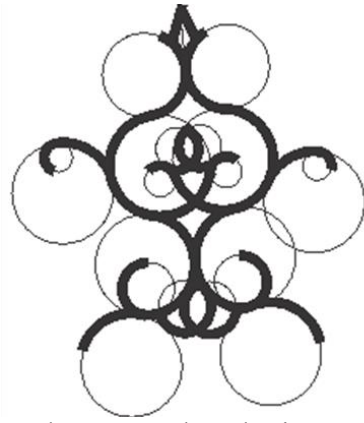


Şəkil 9. Möminə Xatun türbəsi. II üzdə nəbatî naxış elementinin qrafiki analizi.

Şəkil 10 və şəkil 12-də II üzdə memarlıq bəzək fraqmenti içərisində nəbatî naxış elementi göstərilib. Bu naxış elementi kompozisiyalarının qrafiki analizləri şəkil 11 və şəkil 13-də göstərilib. Analizlər göstərir ki, onların da quruluşları şəkil 4-də göstərilən toxunan çevrələr üsuluna əsaslanır.



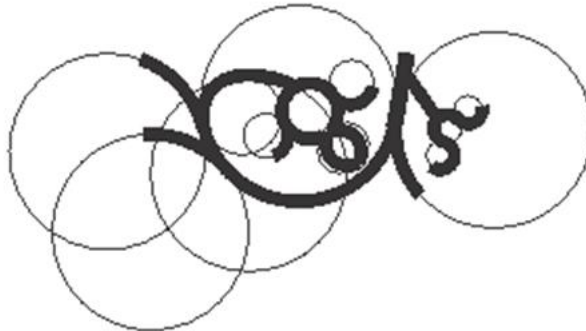
Şəkil 10. Möminə Xatun türbəsi. II üzdə nəbatî naxış elementi



Şəkil 11. Möminə Xatun türbəsi. II üzdə nəbati naxış elementinin qrafiki analizi



Şəkil 12. Möminə Xatun türbəsi. II üzdə nəbati naxış elementi



Şəkil 13. Möminə Xatun türbəsi. II üzdə nəbati naxış elementinin qrafiki analizi.



Şəkil 14. Möminə Xatun türbəsi. II üzdə ərəb qrafikasından düzələn naxış elementi

2. II üzdə ərəb qrafikasından düzələn naxış elementi

II üzdə memarlıq naxış bəzəyində kompozisiya daxilində ərəb qrafikasından düzələn cəmi bir ədəd naxış elementi var (şəkil 14). Kufi formada olan bu naxış elementi mütəxəssislərin fikrincə “Vəllah” kimi oxunur ki, bunun da mənası “Allaha and olsun” anlamına gəlir.

Nəticə:

Möminə Xatun türbəsinin araşdırılan üzündə nəbati və ərəb qrafikasından düzələn naxışların tədqiqi göstərir ki, nəbati naxışların quruluşu iki çevrənin və düz xətlə çevrənin qoşulması prinsirinə əsaslanır. Buradan belə məlum olur ki, Möminə Xatun türbəsinin dekorativ səthində həndəsi naxışlar düz xətlərin simmetrik üsulla əmələ gətirdikləri kompozisiyalar şəklində olursa nəbati ornamentlər çevrə qövsələrinin qoşulması nəticəsində alınan kompozisiyalar şəklində həll olunmuşdur, bununla da böyük memar hələ orta əsrlərdə müasir dövrdə olan rəsmxəttin bütün qaydalarını özünün yaratdığı şah əsərində tətbiq etmişdir. Tədqiq olunan üzdə ərəb qrafikasında düzələn naxış isə həndəsi naxış elementlərinin əmələ gətirdikləri düyünlərdə yerləşdirilmişdir. Kufi formada olan bu naxış elementi mütəxəssislərin fikrincə “Vəllah” kimi oxunur. Bunun da mənası “Allaha and olsun” anlamına gəlir.

ƏDƏBİYYAT

1. Qadir Əliyev, Memar Əcəmi Naxçıvani yaradıcılığında ahəngdarlıq, Bakı, Şərq-Qərb nəşriyyatı. 2007, 159s.
2. Qadir Əliyev. Başlanğıcların başlanğıcı, Naxçıvan-Marağa memarlıq formalarının mahiyyəti. İstanbul 2015, Akademi titiz yayınları, 482s.
3. Will Durant, İslam mədəniyyəti, Tercuman qəzetəsi, Karvan Kitabçılıq nəşriyyatı, 263s.
4. S. S. Dünyamaliyeva. Ornament, Bakı, “Nasir” 2014, 271 s.
5. М. С. Булатов. Геометрическая гармонизация в архитектуре средней Азии вв. Москва, Издательство «Наука», 1988, 360с.
6. Л. А. Баранова, А. П. Панкевич, Основы черчения, Москва, Высшая школа, 1978, 284с.
7. Г. Э. Фон Грюнебаум. Основные черты арабо-мусульманской культуры. Москва, «Наука», 1981, 225 с.

ABSTRACT

Gadir Aliyev

RESEARCH OF ORNAMENTS FROM THE HERBAL AND ARABIC GRAPHICS ON ONE FACE OF MOMINE KHATUN

The study of ornamental patterns from Herbal and Arabic graphics on the explored tomb of Momine Khatun shows that ornamental patterns are based on the principle of joining two circles and straight lines. It follows that if the geometric patterns on Momine Khatun's decorative surface are compositions that form symmetrically straight lines, it means that herbal ornaments are solved as a result of compositions which occurred by joining of circle curves. Thus, the great architect used all the rules of contemporary Architecture in his masterpiece which belongs to the Middle Ages. The pattern on the face of Momine Khatun investigated which was made in Arabic graphics was placed on the nodes of the geometric element. This element in the form of Kufi, is read according to experts, as "Vallah". It also means: "Swear to Allah".

РЕЗЮМЕ

Гадир Алиев

ИССЛЕДОВАНИЕ ОРНАМЕНТОВ ИЗ РАСТИТЕЛЬНОЙ И АРАБСКОЙ ГРАФИКИ НА ОДНОМ ИЗ ГРАНЕЙ МАВЗОЛЕЯ МОМИНЕ ХАТУН

Изучение орнаментальных узоров из арабской и арабской графики на исследованной гробнице Мамиина Хатуна показывает, что орнаментальные узоры основаны на принципе соединения двух окружностей и прямых линий. Из этого следует, что если геометрические узоры на декоративной поверхности Момине Хатуна представляют собой композиции, которые образуют симметрично прямые линии. Таким образом, великий архитектор применил все правила черчения современной эпохе в средние века в своём шедевре. Исследование граней Момине Хатун на арабском графике был помещён на узлах геометрического элемента. Этот элемент в форме Куфи, читается по мнению экспертов, как «Валлах». Это также означает: «Да благословит Бог».

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

ASƏF ƏLİYEV

Naxçıvan Dövlət Universiteti

aliyev-asef@mail.ru

UOT 656: 001.83(100)

AVTOMOBİLLƏRİN KONSTRUKTİV TƏHLÜKƏSİZLİYİ

Açar sözlər: konstruktiv təhlükəsizlik, aktiv təhlükəsizlik, passiv təhlükəsizlik, passiv element, konstruktiv tədbirlər

Key words: constructive security, active security, passive safety, passive element, constructive measures

Ключевые слова: конструктивная безопасность, активная безопасность, пассивная безопасность, пассивный элемент, конструктивные меры

Sürücü-avtomobil-yol-mühit sisteminin ən çox potensial təhlükəyə malik olan elementi avtomobillərdir. Onların konstruksiyalarının və istehsalı texnologiyasının təkmilliyi və texniki vəziyyətlərinin sazlığı yol-nəqliyyat hadisələrinin baş verməməsində və ətraf mühitə təsirində müstəsna əhəmiyyətə malikdir. Məlum olduğu kimi nəqliyyat vasitələrinin təhlükəsizliyi onun konstruktiv xüsusiyyətlərindən asılıdır. Avtomobilin konstruksiyası səbəbindən baş verən yol-nəqliyyat hadisələrinin qarşısının alınması hələlik mümkün olmadığına baxmayaraq o, daimi olaraq təkmilləşdirilir və daha sərt tələblərə uyğunlaşdırılır. İlbəil avtomobil nəinki onun içərisində olanlar, həmçinin, piyadalar üçün daha təhlükəsiz vəziyyətə gətirilir.

İndiki müasir dövrdə «Avtomobilin konstruktiv təhlükəsizliyi» anlayışının tərkib elementlərini daha yaxşı dərk etmək üçün nəqliyyat vasitələrinin təhlükəsizlik xüsusiyyətləri- *aktiv təhlükəsizlik, passiv təhlükəsizlik, qəzadan sonrakı təhlükəsizlik, ekoloji təhlükəsizlik*, həmçinin *qaçırılmaya qarşı təhlükəsizlik* kimi növlərini nəzərdən keçirək. Bu təhlükəsizlik növlərinin hər biri nə qədər yüksək və səmərəli olarsa istismar zamanı nəqliyyat vasitələrinin işi də bir o qədər təhlükəsiz olar. Belə nəqliyyat vasitələri ilə qəza vəziyyətində hadisədən qaçmaq və ya onun zərərli nəticələrini minimuma endirmək mümkün olur. Həmçinin belə nəqliyyat vasitələrini qaçıрмаq, onda olan şəxslərə terror cəhdləri etmək, ya baş tutmaz və ya sonluğu az ziyanla qurtarar. Bu cür avtomobillər ətraf mühiti də az çirkəndirir. Çünki onların konstruksiyasında ətraf mühiti çirkəndirən elementlərin miqdarı minimuma endirilir.

Nəqliyyat vasitələrinin aktiv təhlükəsizliyi. Nəqliyyat vasitələrinin *aktiv təhlükəsizliyi* yol-nəqliyyat hadisələrinin ilkin fazasında fəaliyyət göstərməklə, hadisənin qarşısının alınmasına və baş vermə ehtimalının azaldılmasına və ya tamamilə aradan qaldırılmasına yönəldilmiş konstruktiv və istismar xüsusiyyətləri məcmusundan ibarətdir. Sadə dildə desək bu, avtomobilin yol nəqliyyat hadisələrinin qarşısını almağa kömək edən sistemləridir.

Qeyd edək ki, nəqliyyat vasitələrin aktiv və passiv təhlükəsizliyi bir-biri ilə sıx əlaqədə olur və bəzən onlar arasında dəqiq sərhəddin müəyyən edilməsi çox çətin olur. Məsələn; səmərəli tormoz sistemi bir yandan avtomobilin dayanma yolunu azaltmaqla hadisənin qarşısının alınmasında aktiv təhlükəsizlik elementi kimi çıxış etdiyi halda, digər yandan hadisə baş verdiyi halda avtomobilin sürətini azaltmaqla alınan xəsərlərin azaldılmasını təmin etməklə passiv təhlükəsizlik elementi kimi çıxış edir [1, s.48-53].

Avtomobilin aktiv təhlükəsizliyinin yüksəldilməsi üçün istifadə edilən müasir tormoz və nəzarət sistemlərinə aşağıdakıları aid etmək olar [2, s.77]:

- ABS (Anti-lock Braking System) -əks bloklayıcı tormoz sistemi;
- BA (Brake Assist) -qəza tormozlama sistemi;
- BAS (Brake Assist System)-sistemi;

- DBC(Dinamic Brake Control)* -tormozlanmaya dinamik nəzarət sistemi;
- EBAC (Engine Brake Assisat Control)*-tormozlanmaya mühərriklə yardım sistemi;
- PBA (Predictive Brake Assist)*-sistemi;
- HAH(Handbrake with Automatic Hold)*-avtomatik funksiyalı duracaq tormoz sistemi;
- EBV*-tormoz qüvvələrinin elektron paylanma sistemi;
- EBD (Electronic Brake Distribution)*-tormoz qüvvələrinin elektron paylayıcı sistemi;
- EBS (Electronic Braking Syistem)*-elektron tormozlama sistemi;
- Brake by Wire*- sistemi;
- EHB (Electro Hydraulic Brake)* sistemi;
- SBC (Sensotronic Brake Control)*-hər iki təkərin fərdi şəkildə tormozlanmasını təmin edən elektro-hidravlik tormoz sistemi.

Nəqliyyat vasitələrinin passiv təhlükəsizliyi. Yol-nəqliyyat hadisələrinin müəyyən fazasında yaranan kritik vəziyyətlərdə avtomobil ya sürücülərin idarəedici təsirlərinə «məhəl qoymur», ya da belə vəziyyətlərdə sürücülərin çoxu avtomobili idarəetmə qabiliyyətinə malik olmurlar. Belə vəziyyətdə elə an gələ bilər ki, artıq baş verə biləcək hadisələr sürücülərin iradəsindən asılı olmur və o, idarəetmə prosesinin passiv elementinə çevrilir. Belə hallarda insanların və daşıyan yüklərin qorunması ancaq avtomobilin konstruksiya xüsusiyyətlərindən asılı olur.

Qəzalılıq haqqında statistika məlumatlarının öyrənilməsi göstərmişdir ki, avtomobil parkı və hərəkət intensivliyinin artması ilə piyadaların vurulmasının, avtomobil aşmalarının və avtomobillərlə tərpənməz maneənin vurması hallarının sayı çoxalır. Bu səbəbdən də avtomobilin passiv təhlükəsizliyinin əhəmiyyəti artır. Ölkələrin çoxunda yol-nəqliyyat hadisələri nəticəsində insanların həlak olması və ağır bədən xəsarətləri alması ehtimalını azaltmaq üçün müəyyən işlər görülür ki, bunlardan biri də passiv təhlükəsizliyin təmin edilməsi üçün olan konstruktiv tədbirlərdir. Passiv təhlükəsizlik o zaman özünü göstərir ki, sürücü artıq müəyyən tədbirlər görməklə avtomobilin hərəkət xarakterini dəyişmək və beləliklə də, yol nəqliyyat hadisələrinin qarşısını almaq imkanından məhrum olur. Bu yol-nəqliyyat hadisələrinin kulminasiya fazasında baş verir.

Passiv təhlükəsizlik - yol-nəqliyyat hadisələri zamanı sürücülərin, sənişinlərin və yükün zədələnməsinin qarşısını almağa və ya dəyə biləcək zərəri minimuma endirməyə yönəldilmiş konstruktiv tədbirlərdir. Passiv təhlükəsizliyin iki növü mövcuddur:

1. Daxili passiv təhlükəsizlik - yol-nəqliyyat hadisəsi zamanı nəqliyyat vasitəsinin daxilində (kabinədə, salonda, yük yerində) daxili statik hissələrinin sürücü, sənişin və yükə az zərbə törədən bilmə xüsusiyyətini xarakterizə edir.

2. Xarici passiv təhlükəsizlik - yol-nəqliyyat hadisəsi zamanı nəqliyyat vasitəsinin özünün xaricdən az zədə alması və zərbəni daxilə az ötürməsi, həmçinin digər hadisə iştirakçılarına az zərər törətməsi xüsusiyyəti ilə xarakterizə olunur.

Aktiv təhlükəsizlik kimi nəqliyyat vasitələrinin passiv təhlükəsizliyi də konstruktiv tədbirlərlə təmin edilir. Lakin burada fərq ondan ibarətdir ki, əgər nəqliyyat vasitəsinin aktiv təhlükəsizliyi qəzanın baş verməməsi üçün görülən konstruktiv tədbirlərdirsə, passiv təhlükəsizlik (daxili və xarici) artıq qaçması mümkün olmayan qəzada zədələnmələrin olmaması və ya minimum dərəcədə az olmasına yönəldilmiş konstruktiv tədbirlərdir.

Nəqliyyat vasitələrinin qəzadan sonrakı təhlükəsizliyi. Bəzən avtomobillərlə bağlı olan ən ağır hadisələr yol-nəqliyyat hadisələrindən sonra baş verir. Belə hadisələrə misal olaraq avtomobilin alışıb yanmasını, qapıların tıxanmasını və avtomobilin suda batmasını göstərmək olar. Bütün bu hadisələr, yaralananlara ilk tibbi yardım vasitələri də daxil olmaqla, qəzadan sonrakı təhlükəsizlik növündə öyrənilir. Avtomobilin qəzadan sonrakı təhlükəsizliyi dedikdə baş vermiş yol nəqliyyat hadisələrindən sonra yarana biləcək təhlükəli hadisələrin qarşısının alınmasına yönəldilmiş konstruktiv tədbirlər sistemi və əlavə cihazlar başa düşülür.

Nəqliyyat vasitələrinin təhlükəsizliyinin durmadan təkmilləşdirilməsinə baxmayaraq hələ də ağır və çox zaman ölümlə nəticələnən qəza hallarına tez-tez təsadüf olunur. Təcrübə göstərir ki, ağırlaşma halı və ziyanlı nəticələr bilavasitə qəzada deyil çox zaman qəzadan sonrakı təhlükəsizliyin az olması əsasında baş verir. Yapon mütəxəssislərinin fikrincə qəza nəticəsində klinik ölüm vəziyyətinə düşən insanlara 3 dəqiqə ərzində lazımi yardım göstərsə, onların 75%-nin

həyatını xilas etmək mümkün olur. 5 dəqiqəyədək yardım olunsadı adamların ölümdən 25%-ni xilas etmək olmur. Fransız tədqiqatçıları müəyyən etmişlər ki, ağır qəza nəticəsində adamların 60%-i 100 dəqiqəyədək vaxtda ölürlər.

Moskva şəhərində N.V.Sklifosovski adına təcili yardım xəstəxanası mütəxəssisləri müəyyən etmişlər ki, yol-nəqliyyat hadisəsi zamanı adamların 17%-i ilkin yardım edilmədiyindən qanaxma və ya boğulma və s. nəticəsində ölürlər.

Ağır zədə alanların 60%-i qəza yerində zədələnmədən və 8%-i yolda xəstəxanaya çatdırılana qədər həlak olurlar. Nəqliyyat vasitələri ilə qəza halları aşağıdakı səbəblər üzündən baş verir:

- təşkilati məsələlər ucbatından -50%;
- texniki səbəbdən -30%;
- konstruktiv çatışmamazlıqdan -15% ;
- digər səbəblərdən - 5%.

Qəzadan sonrakı təhlükə və ağırlaşmalara əsasən aşağıdakılar səbəb olur: qapıların açılmaması, maşında yanğın baş verməsi və maşının suya batanda hermetikliyin olmamasından adamların suda boğulması, dağılan yükün əlavə ziyan törətməsi.

Bir qayda olaraq qəzadan sonrakı təhlükəsizliyə həmçinin zərərçəkənlərə tibbi yardım vasitələri də aid edilir. Qəzadan sonrakı təhlükəli hallar, yanğın, qapıların pərçimlənməsi, açılması, suya batdıqda salona suyun dolması ən çox ağırlaşma yaradan hallardır.

Nəqliyyat vasitələrinin ekoloji təhlükəsizliyi. Dünya hava hövzəsini zəhərli maddələrlə çirkləndirən əsas mənbələrdən biri də avtomobil nəqliyyatıdır. Belə ki, statistik məlumatlara görə hazırda dünyanın müxtəlif şəhərlərində atmosferin çirklənməsinin 50÷80%-i avtomobil nəqliyyatının payına düşür və zəhərli maddələr nəqliyyat növləri üzrə aşağıdakı kimi paylanılır: avtomobil nəqliyyatı - 87%, dəmir yol nəqliyyatı - 8%, yol kompleksi - 2%, hava nəqliyyatı - 1%, dəniz nəqliyyatı - 2%. Göründüyü kimi, dünyada tullantı çirkləndirici maddələrin böyük hissəsi avtomobil nəqliyyatının payına düşür.

Statistik məlumatlara əsasən il ərzində 1 milyarddan çox olan bütün dünya avtomobil parkı 2,1 mlrd tona yaxın yanacaq, 25 mlrd tondan çox isə hava işlədir və nəticədə atmosferdə 700 mln tona yaxın zərərli maddələr atılır. Bunların arasında zəhərli hesab edilən dən qazı (CO) 420 mln ton, 170 mln ton karbohidrogenlər (C_nH_m), 60 mln ton azot oksidləri NO_x , 17 mln ton his və 0,6 mln ton qurğuşun olur. Milyonlarla insanın nəfəs aldığı bu zərərli qazların insan orqanizminə təsirini qısa şəkildə aşağıdakı kimi ifadə etmək olar:

1. CO (karbon 2 oksid) - qan dövranını pisləşdirir;
2. C_nH_m (karbohidrogenlər) - eşitməni ağırlaşdırır, kanserogen təsirlidir, atmosferin ozon qatını dağıdır;
3. NO_x (azot oksidləri) - tənəffüs yollarını qıcıqlandırır, bronxlara infeksiya düşməsinə şərait yaradır, azot oksidləri turşu yağışlarına səbəb olur və həm də ozon qatını dağıdır;
4. Bərk hissəciklər (qurum, qatranlar və s.) küləklə asanlıqla yayılır, heyvanların və insanların ağ ciyərlərinə çox pis təsir edir.

Azərbaycan Respublikasında avtomobil parkının ümumi sayı hazırda bir milyondan çoxdur. Statistik məlumatlara əsasən bir avtomobildən il ərzində ətraf mühitə atılan zərərli maddələrin miqdarının 1,3 ton olduğunu nəzərə alsaq, məlum olar ki, respublikanın avtomobil parkından il ərzində atmosfərə atılan zərərli maddələrin ümumi miqdarı 1 milyon tondan çoxdur. Bu zərərli maddələrdən 100 min tondan çoxunu dən qazı (CO) təşkil edir [4, s.135].

Nəqliyyat vasitələrinin qaçırılmaya qarşı təhlükəsizliyi. Son illər avtomobillərin kənar şəxslər tərəfindən qaçırılması hadisələrinin sayı durmadan artmaqdadır. Bu bəla ilə mübarizə aparmaq üçün dünyanın bir çox şirkətləri müxtəlif növ mühafizə sistemləri yaratmaqda davam edirlər. Belə sistemlər çox sadə və həddən artıq mürəkkəb elementləri özündə birləşdirən mexaniki, hidravliki, pnevmatik və mexatronik olmaqla çoxlu sayda növlərə bölünürlər. Bunların hamısının məqsədi avtomobili park edildiyi yerdə mühafizə etməkdir.

Qərribə də olsa, bu sahədə aparılmış çox mürəkkəb elmi-tədqiqat işlərinin olmasına baxmayaraq, çoxları hələ də belə hesab edirlər ki, ən etibarlı sistem ironik (təkarin zəncirlə

bağlanması) sistemdir. Təbii ki, bu belə deyildir. Müasir dövrdə avtomobilləri mühafizə etmək üçün yüksək etibarlığa malik olan sistemlər işlənilib hazırlanmışdır.

Great Guard sisteminin müasir modifikasiyalarında tormozlarla bərabər, kapot altındakı qıfılı, starterin, benzin nasosunun və s.-nin bloklanma dövrləri də idarə edilir. Kod üç dəfə yanlış yığılarsa, sistem 15 dəqiqə müddətində avtomatik olaraq bloklanır. Sıqnal, pultdan əsas bloka ekranlaşdırılmış kabel vasitəsilə gəldiyindən, onu skanlamaq, sürətini çıxarmaq və digər elektromaqnit müdaxilələr etmək mümkün deyildir. Bundan başqa sistemə elektrik cərəyanı ancaq qoşulub-açılma zamanı gərək olduğundan mühafizə müddəti ərzində cərəyan işlətmir və o, təsadüfi elektrik cərəyanından ikiqat mühafizəyə malikdir. Sistem mühərrikin və digər sistemlərin işinə təsir edə biləcək radioəngəllər yaratmır. Elektrik mənbəyinin təsadüfi qoşulmalarından ikiqat mühafizə avtomobilin hərəkəti zamanı sistemin işə düşməsinə mümkünsüz edir. Sirena sıqnalı olmadığından ətrafdakıların rahatlığı pozulmur. Kapotun da bloklanmasını təmin edən belə sistemlər daha səmərəlidir.

Müasir dövrün ən son nailiyyətlərindən biri avtomobilin qaçırılmasına qarşı peyk sistemlərinin yaradılmasıdır. Avtomobilin hər hansı bir uzaq küncündə peyk siqnallarının qəbul edicisi yerləşdirilir. Obyektin coğrafi koordinatlarını təyin etmək üçün qəbuledicinin “görmə” zonasında ən azı 3 peyk olmalıdır. Bunda sonra siqnal GSM moduluna, oradan isə adi mobil rabitə kanalları vasitəsilə dispeçer məntəqəsinə daxil olur.

Bəziləri belə sistemləri peyk siqnalvericiləri hesab edirlər. Əslində onlar avtomobilin qaçırılmasına heç cür mane olmayıb, ancaq, onun izlənməsini təmin edirlər. Buna baxmayaraq, peyk təhlükəsizlik sistemlərini müasir dövrün ən səmərəli qaçırılmaya qarşı vasitə hesab etmək olar.

Avtomobilin konstruksiyasının mükəmməlləşdirilməsi, onun təhlükəsizliyi baxımından, vacib məsələyə çevrilməlidir.

Buna görə bütün qabaqcıl dövlətlərdə bu məsələ ilə əlaqədar elmi-tədqiqat müəssisələrində, avtomobil istehsalı ilə məşğul olan zavodların konstruktor bürolarında ciddi işlər aparılır. Avtomobilin hər yeni modeli dövlət sınağından keçir, onun konstruktiv təhlükəsizliyi qiymətləndirilir və onların mövcud normalara uyğunluğu təyin olunur.

ƏDƏBİYYAT

1. Əliyev A.A. Avtomobilin aktiv təhlükəsizliyini yüksəldən müasir tormoz sistemləri, NDU-nun Elmi əsərləri. Dəqiq elmlər seriyası, 2016, №3 (77), s.48-53.
2. A.A. Əliyev, S.M. Vəliyev, M.Ə. Nuriyev, Avtomobil. İdarəetmə sistemləri, Metodik vəsait, Bakı, 2014, 109 səh.
3. Heydərov Ş.H., Bayramov R.P. Nəqliyyat vasitələrinin təhlükəsizliyi və avtotexniki ekspertizası, Bakı, 2009, 336 səh.
4. Həmidov M.M. Avtomobillərin konstruktiv təhlükəsizliyi, Bakı, 2013, 160 səh.

ABSTRACT

A.Aliyev

CONSTRUCTIVE SAFETY OF VEHICLES

The safety of vehicles depends on its design features. The driver, passenger and portable goods can not be fully insured against damage, even if the constructive passive safety of the car is improved. This is confirmed by the world's leading experts in the field of design and production of cars.

That is why the safest car is the design of the car, which also has a high constructive asset protection.

Generally, the safest car should be understood as a vehicle providing the highest level of constructive safety.

КОНСТРУКТИВНАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

Безопасность транспортных средств зависит от его конструктивных особенностей. Водитель, пассажирские и переносные грузы не могут быть полностью застрахованы от повреждений, даже если улучшена конструктивная пассивная безопасность автомобиля. Это подтверждают и ведущие мировые эксперты в области проектирования и производства автомобилей.

Вот почему самым безопасным автомобилем является дизайн автомобиля, который также обладает высокой конструктивной защитой активов.

В целом, самым безопасным автомобилем следует понимать транспортное средство, обеспечивающее высочайший уровень конструктивной безопасности.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

KƏMALƏ TƏHMƏZBƏYOVA

Naxçıvan Dövlət Universiteti

UOT:004

TEKNOLOGİYALAR VƏ ONUN TƏTBİQİ İSTİQAMƏTLƏRİ

Açar sözlər: *Elektron hökumət innovasiya, standartlaşdırma, beynəlxalq tələblər***Key words:** *innovation, standardization national standardization system, international requirements***Ключевые слова:** *национальная система стандартизации, международными требованиями, инновация, стандартизация*

Yeni iqtisadi mühit formalaşdıran Azərbaycan iqtisadiyyatın bütün sahələrində inkişafa nail olmuşdur. 2005-ci ildən sonra ötən 11 –il ərzində ölkə üzrə UDM-ul 3,4, sənaye 2,7 dəfə artmışdır. Ölkə iqtisadiyyatına 180 milyard ABŞ dolları həcmində investisiya qoyulmuşdur. 2017-ci il üzrə davus Dünya iqtisadi forumunun meyarları üzrə ölkəmiz dünyada rəqabət qabiliyyətliyinə görə 38-ci yerdən 35-ci yerə yüksəlmişdir. Son 5 ildə ölkə iqtisadiyyatının artımı əsas etibarı ilə qeyri-neft sektorunun inkişafı hesabına təmin edilmiş və UDM-da qeyri-neft sektorunun xüsusi çəkisi 47% -dən 60% -ə qədər artmışdır. Bütün bunlar bərabər dünyada maliyyə böhranlarının bəzi ölkələrdə iqtisadi tənəzzülün fəsadlarının artdığı və eyni zamanda neftin qiymətinin aşağı düşməsi və s. bu kimi problemlər ölkə iqtisadiyyatında qeyri-neft sektoru üzərində möhkəmləndirilməsini prioritet vəzifələr kimi qarşıya qoymuşdur. Buda ölkədə yeni maliyyə mənbələrinin tapılması və istifadəsi üçün mühüm əhəmiyyət kəsb edir. Dünya təcrübəsində bu kimi problemlərin həllində texnoparklardan geniş istifadə olunmuş və müəyyən nailiyyətlər əldə edilmişdir.

Texnoparklar: mürəkkəb elmi- texniki fəaliyyətin təşkilinə, imkan verən yüksək nəticələrin əldə edilməsinə şərait yaradan, elmi tədqiqat resurslarını, ixtira və patentləri, yeni ideyaları, elmi layihələrin yaradılması və həyata keçirilməsinə təkan verən innovasiyaların gücünə inanan şirkət və kompaniyaları, investorları cəlb edən effektiv fəaliyyət sahəsidir.

Texnoparklar öz fəaliyyətlərində yeni ideyaları laboratoriya, texniki mərkəzlərdə və s. sınaqdan keçirdikdən sonra, istehsalat tətbiq olunur ki bununda nəticəsində yerli və xarici bazarlara yüksək rəqabət qabiliyyətinə malik məhsullar çıxarılır. Texnoparklar bir necə formada fəaliyyət göstərir.

Məsələn: elmi park, innovasiya mərkəzi, kommersiya parkı, texnoloji parklar və s. Dünya üzrə fəaliyyət göstərən Texnoparkların sayı 4000-dən çoxdur. Texnoparkların 43%, ABŞ-da, 34 % Avropa İttifaqı ölkələrində 13% isə Çində yerləşir. Hazırda dünyada ən iri və səmərəli texnoparklardan biri “Silikon vadisi” texnoparkı 1951-ci ildə Kaliforniyada Stenoford-Universitetində yaradılmışdır. Ölkəmizdə Cənab İlham Əliyevin 21 dekabr 2011 tarixli fərmanı ilə yaradılmış Sumqayıt Kimya Sənaye park fəaliyyətinin genişləndirilməsi yüksək rəqabət qabiliyyətli kimya məhsullarının istehsalının çeşidi və ixrac potensialı artıracaq .

Bakı şəhərində Balaxanı sənaye parkının və yüksək Texnologiyaları parkının həmçinin Mingəçevir Sənaye Parkının yaradılması bu gün rəqabət qabiliyyətli innovasiyaların ixracına imkan verəcək. Hazırkı şəraitdə Azərbaycanda Aqrotexniki parklardan da geniş istifadə olunur.

Azərbaycanda Ali Təhsil müəssisələrində elmi-texnoloji parkların yaradılması məqsəduyğundur.

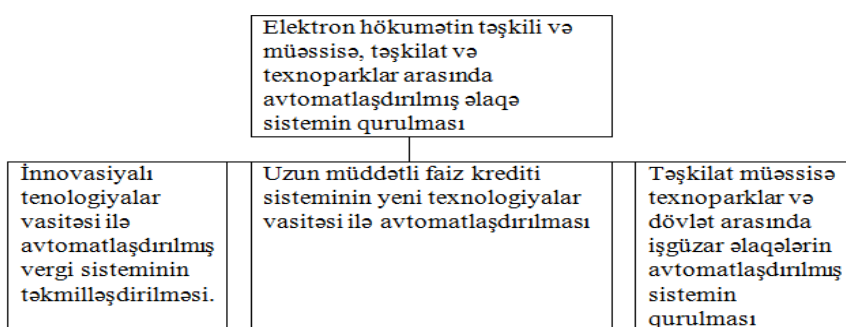
Buna misal Sumqayıt Dövlət Universitetində elmi-texnoloji parkların yaradılmasını göstərmək olar. Bu parkların yaradılmasında məqsəd elmi-tədqiqatların və yeni layihələrin yaradılması yeni elmi texnologiyaların sınağı tətbiqi və inkişaf etdirilməsi, innovasiya sahəsində regionlararası və beynəlxalq əlaqələrin inkişafının təmin edilməsidir. SDU layihə işləri kompaniyaları və vəcür fondları tərəfindən aparılır. SDU dövlət qrantlarından başqa müəyyən gəlir mənbələri də əldə etməlidir. Beləki, başqa təşkilat və tədqiqatlara 6 layihə və elmi işlərin sınaqdan keçirilməsi üçün müəyyən şərait yaradılmalı, peşəkar mütəxəssislər hazırlanması üçün kurslar təşkil

edilməli xarici və daxili bəşarlarda inovaziyalı məhsulun satışı nı həyata keçirmək üçün kiçik biznes inqibatoru və texnoloji biznes inqibatoru yaratmalıdır.

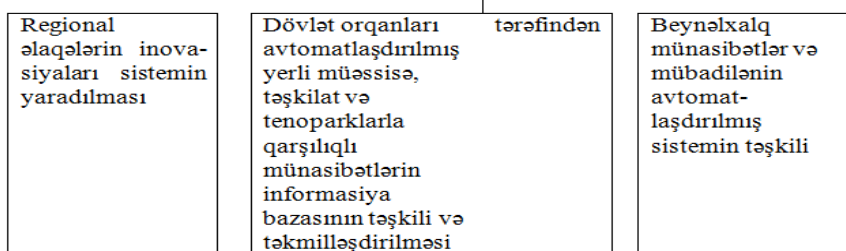
Müasir dövrümüzü inovasiyalar, yeni tenologiyalar dövrü adlandırmaq olar. Bazar iqtisadiyyatı şəraitində daxili və xarici bazarlarda rəqabətə qalib gəlmək yeni inovasiya və texnologiyalar uğrunda mübarizəni genişləndirir. Artıq dünya dövlətləri inovasiya və yeni texnologiyalarla silahlanma dərəcəsinə görə hegemon sayılır. Bu gün SDU, Bakı Balaxanı sənaye parkı, Mingəçevir sənaye parkları və aqroparkların və sair bu kimi texnoparkların bu gündə Azərbaycanın digər regionlarda yaradılmasına böyük ehtiyac duyulur. Məhz şəhər və regionlarımızda texnoparkların yaradılması və onlara lazımi dövlət dəstəyinin və nəzarətin təmin olunması eyni zamanda digər region dövlətləri və beynəlxalq əlaqələrdə iştirakı təmin etmək üçün müasir dövrə səsləşən elektron hökumətin fəaliyyətinin təkmilləşdirilməsinə böyük ehtiyac yaranmışdır. Qeyd etdiyimiz məsələləri səmərəli həyata keçirmək məqsədi ilə nəzəri və praktiki işlərin mərhələli sxemi təklif edirəm.

Elektron hökumət və texnoparklara nəzarətin sisteminin təşkili.

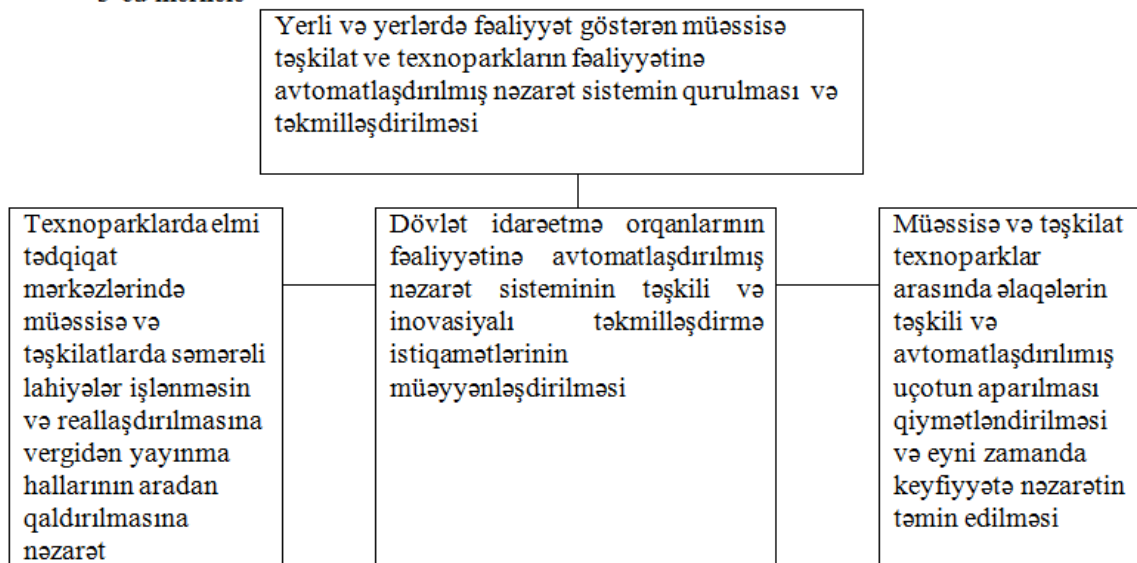
1- ci mərhələ



2 – ci mərhələ



3-cü mərhələ



ƏDƏBİYYAT

1. Портер М. Конкуренция, рег. санчл, Москва, УД Виллямс (1-485с.) Москва, 2005
2. Azərbaycan qəzeti. 9 oktyabr, 2014-cü il
3. Трафилова А.А. (2005) Оценка эффективности инновационного развития предприятия. Москва, Статистика-304
4. DTİ. The Empirical Economics of standards. DTİ Ekonomiks Paper 12. London, 2005, 65 pg.
5. "Kooperasiya", Elmi-praktiki jurnal N-1(36)2015
6. Azərbaycan statistika göstəriciləri, Bakı, 2014

ABSTRACT

Kamala Tahmazbayova

TECHNOLOGIES AND THEIR APPLICATION

In the article the innovation development in Azerbaijan the relevance of the formation of economic processes and systems based on innovation. Given the weaknesses and the factors hindering the development of innovation in industrial enterprises. Discloses methods for assessing the innovation potential and the problems encountered during the evaluation. The article provides a block diagram of the control innovation potential in the regions by the example of innovation potential of subjects, our modern era can be called the cycle of innovations and technologies. Today, the Azerbaijani Government carries out substantial work in this field, but there is a great need for the development of electronic government based on new technologies in order to create technoparks in our cities and villages, to provide them with the necessary state support, to organize control, and to ensure their participation in international relations.

РЕЗЮМЕ

Камале Тахмазбайова

ТЕХНОЛОГИИ И ИХ ПРИМЕНИТЕЛЬНЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ

Как известно, инновация является одним из основных средств, обеспечивающих динамичное развитие экономики страны в современном период. В статье раскрыто инновационное в Азербайджане, актуальность формирования экономических процессов и систем основанных на инновации. Даны слабые стороны и факторы препятствующие развитию инновации и промышленности предприятий республики. Раскрыты методы оценки инновационного потенциала и возникшие проблемы во время оценки. В статье схема управления инновационного потенциала, оценено инновационный потенциал субъектов-регионов.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

Məqaləni çapa təqdim etdi: Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru,
professor Cavanşir Zeynalov

QULU BAĞIROV

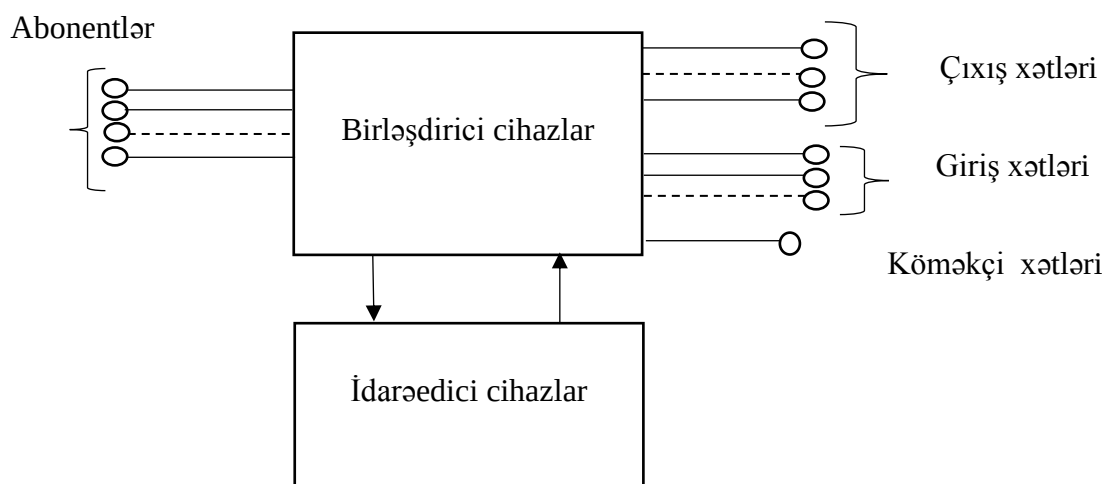
Naxçıvan Dövlət Universiteti

UOT: 621.395

TELEFON STANSİYALARININ 6 NƏSLİ

Telefon kommutasiya qurğularının inkişaf tarixində nəzər salsaq görərik ki, bu texnologiyaların inkişafı böyük bir yol keçmişdir.

Kommutasiya avadanlığının struktur sxema ilə təsvirində aydın olur ki, onun əsasını 2 əsas qurğu birləşdirici xətlər və idarəedici cihazlar təşkil edir.



Sadə köhnə kommutator telefon stansiyalarında idarəedici cihazlardan istifadə edilmirdi.

Həmin cihazların funksiyasını operatorlar (telefoniskalar) yerinə yetirirdilər. Yəni iki fərdi abonentə əlaqələndirmək üçün şəpəli qurğularından istifadə olunurdu və kommutator bir sözlə əl ilə idarə olunan telefon stansiyası adlanırdı. Hər bir kommutator maksimum 120 abonent tutumuna malik idi. Bir kommutatorun abonentlərini digər bir kommutatorun abonentləri ilə əlaqələndirmək üçün şəpəllərdən istifadə olunurdu.

Hər bir abonent özünün telefon aparatını qidalandırmaq üçün fərdi quru batareyalardan istifadə edirdi, sonra çox keçmədi ki, bu quru elektrik batareyalar ləğv olunaraq bütün abonentlər mərkəzləşmiş qaydada kommutator stansiyasının qidalandırıcı mənbəyinə qoşuldular. Bu telefon stansiyası avtomatik rejimdə işləməyən **1-ci nəsl** telefon stansiyası adlanırdı.

Telefon stansiyasının **2-ci nəsl** maşın avtomat telefon stansiyası adlanırdı. Bu stansiyalarda idarəedici cihazları elektrik mühərrikləri yerinə yetirirdilər, birləşdirici cihazları isə tərpənən və tərpənməyən metal reykarlar əvəz edirdilər. Stansiya avtomatik rejimdə işləyirdi.

3-cü nəsl avtomat-telefon stansiyalar dekad addım axtarıcı cihazlar vasitəsilə işləyirdilər. Telefon nömrəsinin rəqəmlərinin sayından asılı olaraq qrup axtarıcılar bir neçə yerə bölünürdülər. Yəni əgər nömrədə 5 rəqəm varsa qrup axtarıcılar ardıcıl olaraq 5 hissəyə bölünürdü (I, II, III, ... V) Abonent telefon trupkasını götürən kimi stansiyanın xətt axtarıcısı işə düşür və abonentə stansiyanın zümmer signalını göndərir və abonentin stansiyaya qoşulmasını təmin edir. Telefon nömrəsinin axırıncı rəqəmini yığdıqdan sonra axırıncı qrup axtarıcısı çağırılan abonentə xəttə qoşur və çağırış signalı göndərir.

Addım axtarıcıların əsasını çox elektrik güc tələb edən elektromaqnit relelər təşkil edirdi, onlarla əlaqələndirilən və hərəkətdə olan horizontal və vertikal mexanizmlər işləyirdilər, bu da çox vaxt mexanizmlərin sıradan çıxmasına və stansiyanın qüsurla işləməsinə təsir göstərirdi.

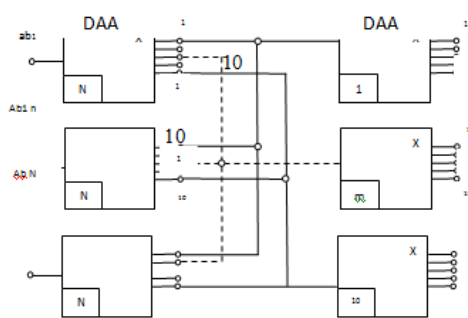
4-cü nəsl avtomat telefon stansiyalarında birləşdirici cihazları koordinat birləşdirici qurğular təşkil edirdi, idarəedici qurğular isə rele sistemindən ibarət idi. Koordinat birləşmələri elektromexaniki qurğular, yaxud matrisa sxemləri təşkil edirdi, matrisa sxemlərini adi elektromaqnit relelər əvəz edirdi.

Koordinat tipli ATS-lərdə ardıcıl şəkildə birləşdirilmiş elektromexaniki kontaktların sayı dekadlı addım axtarıcı ATS-lərə nisbətən olduqca azdır, bu da koordinat tipli ATS-lərin üstün cəhətlərindən biri idi. Bu onunla izah olunurdu ki, hər hansı bir abonent ATS-ə qoşularkən yalnız bu kontaktdan istifadə edirdi.

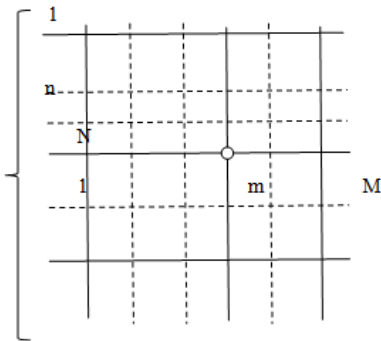
5-ci nəsl avtomat telefon stansiyalarında idarəedici cihazlar avtomatik idarəetmə sistemi olaraq Elektron hesablama maşınları yerinə yetirirdi. Birləşdirici elektromexaniki kontaktların elektron kontaktsız sxemlərlə əvəz edilməsi olduqca mürəkkəb bir prosesdir. Bu onunla izah olunur ki, geniş dinamik diapozona malik olan analoq nitq signalını (danışq səs tezliyini) təhrifsiz verilməsini təmin edilməsi lazım gəlir. Ona görə də bu tip ATS-lər ancaq az tutumlu abonentlər üçün nəzərdə tutulur. Böyük tutumlu ATS-lərdə stansiyanın etibarlılığını və uzun ömürlülüyünü artırmaq üçün xüsusi hazırlanmış materiallardan germetikləşdirilmiş elektromexaniki kontaktlı minatür relelərdən istifadə olunur. Belə ATS-lər adətən kvazoelektron və yaxud elektron-qerkonlu ATS-lər adlanır.

6-cı nəsl ATS-lərdə bütün sistem tam elektron variantına çevrilmişdir. Burada analoq nitq signalının rəqəm formasında hazırlanmasıdır. Bu vəzifəni ATS-lərdə analoq-rəqəm çeviriciləri yerinə yetirirlər. Signalı rəqəm formasına çevirmək üçün impuls-kod modulyasiya metodundan istifadə edilir. Sonda ATS-in çıxışında rəqəm-analoq çeviricilərinin köməyi ilə yenidən analoq nitq signalına çevirilir. Müasir dövrdə əhalisi çox olan şəhərlərdə bu tip ATS-lərdən geniş istifadə olunur.

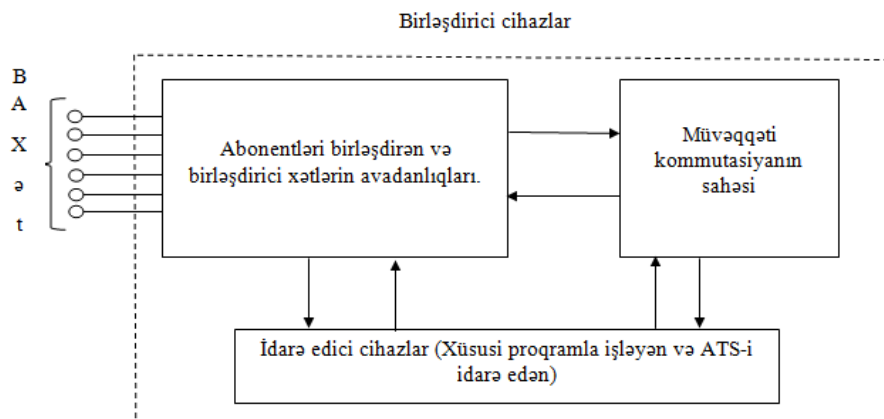
Aşağıda ATS-lərin nümunə olaraq 3 nəslinin sxeması verilmişdir.



Şəkil 1. 2-ci nəsl ATS
Funksional sxem



Şəkil 2. 3-cü nəsl ATS
M-çığışlı



Şəkil 9. 6-cı nəsil ATS-in blok sxeması

Məqalə ali məktəblərdə Rabitə və informasiya texnologiyaları ixtisası üzrə oxuyan tələbələr və rabitə orqanlarında çalışan mütəxəssislər üçün faydalı olmaqla bərabər onlarda rabitə sistemlərində işləyən ATS-lərin yaxın və uzaq keçmişi haqqında təsəvvür yarada bilər.

ƏDƏBİYYAT

1. М.Q Кармазов, К.В Метельский, Автоматическая телефония, Баку,1996
2. Журнал радио, Москва 11-84

ABSTRACT

Настоящая статья посвящена 6-и поколения телефонных станций которые из них одна станция работала не автоматически, а остальные в автоматическом режиме. Первые коммутационные устройства назывались коммутаторами и управлялись операторами.

Статья полезна для студентов обучающихся во ВУЗ-ах и специалистов работающих в органах связи.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).
Məqaləni çapa təqdim etdi: Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru,
professor Cavanşir Zeynalov

RÜSTƏM MƏMMƏDOV

Naxçıvan Dövlət Universiteti

UOT: 372

YENİ İNFORMASIYA TEXNOLOGİYALARININ TƏHSİLDƏ ROLU

Açar sözlər: *Təhsildə yeni texnologiya, Təhsil sistemi, Yeni informasiya texnologiyası, Təhsil, E-təhsil*

Key words: *New technology in Education, Education System, New information technology, Education, E-learning*

Ключевые слова: *Новые технологии в образовании, Система образования, Новые информационные технологии, Образование, Электронное образование.*

İnformasiya texnologiyası - verilənlərin toplanması, ötürülməsi və emalı üçün metod və vasitələrdən istifadə etməklə tədqiq olunan obyektin, prosesin, hadisənin vəziyyəti haqqında informasiyanın alınması prosesidir. Cəmiyyətin informasiya resurslarından istifadə etməsi prosesinin vacib tərkib hissəsi informasiya texnologiyası hesab olunur. İnformasiya texnologiyası elmi - texniki tərəqqinin inkişafı, informasiya emalı üçün yeni texniki vasitələrin yaradılması ilə təyin olunan bir neçə təkamül mərhələsi keçmişdir. Müasir cəmiyyətdə informasiya emalı texnologiyasının əsas texniki vasitəsi texnoloji proseslərin işlənilib hazırlanması və istifadə olunması konsepsiyasına, həmçinin nəticəvi informasiyanın keyfiyyətinə ciddi təsir etmiş fərdi kompüter hesab olunur. Fərdi kompüterin informasiya mühitində tətbiqi və telekommunikasiya vasitələrindən istifadə olunması informasiya texnologiyasının inkişafını yeni mərhələyə çatdırdı. Bununla da "informasiya texnologiyası" söz birləşməsinə "yeni" sözü əlavə olundu və "yeni informasiya texnologiyası" söz birləşməsinin yaranmasına səbəb oldu. Yeni sözü bu texnologiyanın təkamüllüyünü yox, yeniliyini göstərir. Onun tətbiqi o mənada yenilik aktı hesab olunur ki, o, təşkilatların və müəssisələrin fəaliyyət növlərinin məzmununu əhəmiyyətli dərəcədə dəyişdirir. Yeni informasiya texnologiyası anlayışına həmçinin informasiyanın müxtəlif vasitələrlə ötürülməsini təmin edən kommunikasiya texnologiyaları da daxil edilir.

Yeni informasiya texnologiyalarından istifadə etməklə təhsilin keyfiyyətini yüksəltmək, təhsil informasiya sisteminin dünya təhsil sisteminə inteqrasiyasına imkan verən vahid təhsil informasiya mühitini yaratmaq və əhalini informasiya cəmiyyətinə hazırlamaq məqsədi ilə təlimdə yeni informasiya texnologiyalarından istifadə prosesi həyata keçirildikdən sonra təhsil sisteminin vahid informasiya məkanının qurulması, kompüter texnikası əsasında qurulan yeni informasiya texnologiyalarının mənimsənilməsi və onun imkanlarından istifadə olunması, təhsil sisteminin səmərəli idarə olunmasının təmin edilməsi, elmi-metodik işlərin səmərəliliyinin artırılması, beynəlxalq informasiya şəbəkələri vasitəsi ilə dünya ölkələrinin təhsil müəssisələri ilə səmərəli əlaqələrin yaradılması mümkün oldu. Belə ki, təhsildə yeni informasiya texnologiyalarının tətbiqi bir çox imkanlar əldə etməyə şərait yaratdı yaradı:

- Tələbələr, işçi heyəti və müəllimlər üzrə Mərkəzləşdirilmiş bazasının formalaşdırılması və bu məlumatların rahatlıqla axtarılıb tapmaqla təhlil etmə imkanı;
- Tələbələrin operativ və rahat qeydiyyatını həyata keçirmək imkanı;
- Tədris işinin əsasən də dərslər cədvəllərinin, tədris qrafikinə rahat planlaşdırılması imkanı;
- Tələbələrin mütəmadi olaraq xəbərlər, bildiriş, yeniliklər və dərslər cədvəllərinə baxmaq üçün xüsusi şəxsi kabinetlərdən yararlanması imkanı;
- Elektron imtahanların keçirilməsi imkanı;
- Distant təhsil almaq imkanı

Müasir dövrdə elm və təhsil sahələrində yeni informasiya texnologiyalarının intensiv tətbiqi nəticəsində sürətlə elmi - texniki və tədris informasiya sistemləri, məlumat bazaları, Web-saytlar, elektron kitabxanalar, elektron tədris materialları yaradılıb. Qeyd olunmalıdır ki, əksər informasiya resursları Web-texnologiyanın bazasında reallaşdırılır və ya İnternetin Webfəzasına inteqrasiya olunur. Son illərdə respublikada elm və təhsil sahəsində informasiya resurslarının, ümumi informasiya və şəbəkə infrastrukturunun yaradılması istiqamətində ciddi işlər həyata keçirilir. Bu sahədə indiyədək görülmüş işləri bir neçə mərhələyə bölmək olar:

Elmi-tədqiqat fəaliyyətinin və tədris prosesinin kompüterləşdirilməsi. Universitetlərin və elmi-tədqiqat institutlarının struktur bölmələrində (fakültətlərdə, kafedralarda, şöbələrdə və laboratoriyalarda) avtomatlaşdırılmış iş yerləri yaradılmış, elm və təhsil müəssisələri kompüterləşdirilmişdir.

Kompyuter şəbəkələrinin yaradılması - Təhsil və elmi-tədqiqat məqsədləri üçün local kompyuter hesablama şəbəkələri, kompyuter sinifləri, məlumat bazaları, korporativ informasiya sistemləri, kompyuter şəbəkələri yaradılmış və istifadəyə verilmiş, daxili sənəd dövriyyəsinin hissə-hissə avtomatlaşdırılması işləri həyata keçirilmişdir.

İnternet xidmətlərinin istifadəsi - Akademiya və universitet şəbəkələri, eləcə də elm və təhsil müəssisələrində ayrı-ayrı kompyuterlər İnternetə qoşulmuş, İnternet qovşaqları yaradılmış, İnternet xidmətlərinin elmi-tədqiqat və tədris fəaliyyətində istifadəsi təmin edilmişdir.

İnformasiya və şəbəkə infrastrukturalarının inteqrasiyası - Universitetlərin və elmi-tədqiqat müəssisələrinin səylərinin birləşdirilməsi, eləcə də elm və təhsil sahəsində mövcud kompyuter şəbəkələrinin inteqrasiyası və vahid informasiya fəzasının yaradılması istiqamətində işlər həyata keçirilmişdir.

Universitetdə yeni informasiya texnologiyalarının müxtəlif tədris intizamlarında inteqrasiyası tələbələr üçün növbəti vərdiş-bacarıqlar və düşüncə növlərinin inkişafı məqsədini daşıyır, hansıları biz yeni informasiya texnologiyaları tərəfindən müzakirə edirik.

Anlamaq bacarığı - yeni informasiya texnologiyaları vasitələri və onların funksiyaları haqqında faktlar, məlumatlar və ideyalar biliyini, onların təyinatlarının şərh edilməsi və müqayisəsini nəzərdə tutur.

Kommunikasiya bacarığı - yeni informasiya texnologiyaları vasitələrinin informasiya əldə etmək və mübadilə etmək məqsədilə istifadəsini bildirir.

Analitik düşüncə bacarığı - yeni informasiya texnologiyaları vasitələrinin artıq verilmiş və əldə edilmiş informasiyaya əsasən qiymətləndirilməsini, onlar arasında qanunauyğunluqların təyin edilməsini, tərkib komponentlərinin təyin edilməsini, fraqmentlərin təşkil edilməsini nəzərdə tutur.

Sintez düşüncə bacarığı - yeni informasiya texnologiyaları vasitələri ilə informasiyanın böyük həcmə lazımı parçalarının seçilməsi, onların məqsədyönlü şəkildə əlaqələndirilməsi və formalaşdırılması vərdişini nəzərdə tutur. Belə ki, əldə edilən nəticə həm tələbə üçün, həm də başqaları üçün tətbiq edilən və aydın olsun.

Yaradıcılıq düşüncəsi - yeni informasiya texnologiyalarının vasitələrindən istifadə etməklə, reallıqdan irəli gələn problemlərin həlli üçün effektiv yolların tapılması, yeni sualların verilməsi və onlara cavabların axtarılmasını nəzərdə tutur.

Tənqidi düşüncə bacarığı - artıq verilmiş və əldə edilmiş informasiyanın qiymətləndirilməsinin məzmunu, təyinatı və səviyyəsinə əsasən onun istifadə hüddurlarının təyin edilməsini nəzərdə tutur.

Elektron təlim təhsil xidmətlərini, xüsusilə müxtəlif səbəblərə görə universitetlərdən ənənəvi rejimdə təhsil almaq imkanları olmayan insanlar üçün əlverişli edir. Bu prinsip etibarilə, yeni iş stiline yönəlmiş, fasiləsiz təhsil üçün bacarıq və vərdisləri inkişaf etdirən, informasiya cəmiyyətində yaşamaq üçün nəzərdə tutulmuş yeni təhsil texnologiyasıdır.

E-Learning texnologiyası, ona mükəmməl yiyələndikdə insanın təhsilə münasibətini tamamilə dəyişir, ixtiyari vaxt, ixtiyari məkanda, bütün ömür böyü, hətta evi tərk etmədən sərhədləri keçmədən belə təhsil almağa imkan verir. Lakin E-Learning texnologiyasının təhsildə tətbiqi prosesi, əsas olaraq, ilk öncə elektron təlimin inkişafının, elektron texnologiyaların inkişafından geri qalması ilə bağlı çətinliklərlə qarşılaşır. Bu gün belə bir anlam meydana gəlir ki,

öyrənən üçün başqa bir mühit, yeni rol ilə bağlı münasibətlər, yeni dəstək mərkəzləri, yeni nəzarət formaları və s. yaradılmalıdır.®

Eyni zaman «üz-üz» təlim qüvvədə qalır və modifikasiya olunur. Lakin əvvəllər bu təlim imtiyazlı hesab olunurdusa, indi müəllimin aktiv köməyinə möhtac olan ən zəif öyrənənlər üçündür. Belə ki, şəbəkədaxili işləyən öyrənənə tədris materialı tam əlverişlidir. Bu isə öz növbəsində müstəqil fəaliyyətə imkan verir. Onlar irəli getməklə, geniş ünsiyyət sisteminə qoşularlar.

Təhsil müəssisələrində idarəetmə sisteminə yeni informasiya texnologiyalarının siraətinin daha çox faydası var. Belə ki, interaktiv multimedia materialları, interaktiv bələdçilər, çalışmalar, imitasiyalar, testlər kimi müxtəlif təhsil məzmununu idarə edən resurslar öyrədənin və öyrənənin işini asanlaşdırmaqla yanaşı keyfiyyətə nəzarəti də asanlaşdırır. Təhsilə yeni informasiya texnologiyalarını tətbiq etmək həmçinin innovativ həllər tətbiq etməyə, qarşıya çıxan problemin həll edilməsini sürətləndirməyə imkan verir. Beləliklə, yeni informasiya texnologiyaları avadanlıqları və proqram təminatının tətbiqi bir çox xidmətlərin yaradılmasına gətirib çıxardır:

- Əməliyyatların tam avtomatlaşdırılması
- Birdən çox kampusları idarə edə bilmək
- Virtual auditoriya
- Testləndirmə və qiymətləndirmə
- Virtual kitabxana
- İdarəetmə qərarlarının qəbul edilməsi
- Tələbələrin internet vasitəsilə öz akademik məlumatlara çıxış əldə edə bilməsi
- Məlumatların maneəsiz əldə edilməsi üçün mərkəzləşdirilmiş məlumat bazası
- Minimal təlim və informasiya texnologiyaları bacarıqları tələb edən istifadəçi interfeysi
- Yüksək səviyyəli məlumat təhlükəsizliyi
- İnsandan asılı proseslərin aradan qaldırılması

Yeni informasiya texnologiyalarından istifadə etməyin faydaları ilə yanaşı bu texnologiyalardan istifadə edərkən nəzərə alınmalı məsələlər də mövcuddur:

- Kompüterdən istifadəçinin səmərəsiz istifadə etməsinin qarşısı alınmalıdır.
- Kompüterdən nəzərdə tutulan formada istifadə edilmədikdə istifadəçinin sağlamlığına mənfi təsir edə biləcəyi istifadəçiyə çatdırılmalıdır.
- Kompüter qurğuları və proqram təminatları bahalı resurslar olduğundan avadanlıqla təlimatdan kənar rəftar və ya proqramda yanlış seçim müəssisə büdcəsinə mənfi təsir edə bilər. İstifadəçilərə investisiya olunan texnologiyanın dəyəri aşılmalıdır.
- Müəllimlər texnologiyanın özünün uğurlu olması üçün texnologiyaya yetərinə hazır olmalıdırlar.
- Kompüterə yeganə tədris resursu kimi deyil, əlavə təlimat resursu kimi baxılmalıdır.

Dünyanın qabaqcıl ölkələrinin təcrübəsi sübut edir ki, elm, təhsil və iqtisadiyyatı əhatə edən sistemli siyasət hər bir ölkənin davamlı və dayanıqlı inkişafının başlıca təminatçısıdır. Bu siyasətin aparıcı qüvvəsi olan informasiya-kommunikasiya texnologiyaları son illər sürətlə inkişaf edərək bütün sahələrdə və gündəlik həyatda insan fəaliyyətinin, sosial-iqtisadi münasibətlərin tərkib hissəsinə çevrilmişdir. İnformasiya-kommunikasiya texnologiyaları ən yeni nailiyyətləri idarəetmə, təhsil, səhiyyə, biznes, turizm və bank xidməti kimi sahələrdə tətbiq edilərək cəmiyyətin hər bir üzvünə mövcud imkanlardan faydalanmağa şərait yaradır. Bu baxımdan yeni texnologiyalar üzrə dövlət siyasəti cəmiyyətin ictimai və siyasi təfəkkürünü qabaqlamalı, yaxın onilliklər üçün bu istiqamətdə görülməli işlərin strateji xəttini müəyyənləşdirməlidir. Azərbaycan Respublikasında da informasiya-kommunikasiya texnologiyaları sahəsinin inkişaf etdirilməsi üzrə dövlət siyasəti bu prinsip üzərində qurulur və beynəlxalq təcrübəyə əsaslanır.

Ölkəmizdə informasiya-kommunikasiya texnologiyalarının inkişaf dinamikası, beynəlxalq qurumlarla uğurlu əməkdaşlıq nümunələri, yüksək texnologiyaya əsaslanan iqtisadiyyatın formalaşması üzrə qarşıya qoyulan vəzifələr və ən nəhayət, dövlət siyasətinin tərkib hissəsi kimi informasiya-kommunikasiya texnologiyaları sahəsinə göstərilən böyük diqqət və qayğı ölkəmizin yaxın gələcəkdə yüksək texnologiyalar sahəsində daha çox uğurlar qazanacağına zəmanət verir.

İnformasiya cəmiyyətinin inkişafına dair 2014-2020-ci illər üçün Milli Strategiyanın qəbul edilməsi də dövlətin bu sahədə siyasətinin ardıcıl xarakter daşdığına bariz nümunəsidir. Artıq ölkədə İnformasiya Texnologiyalarının İnkişafı Dövlət Fondunun, Yüksək Texnologiyalar Parkının, Elektron Təhlükəsizlik Mərkəzinin fəaliyyəti təşkil olunub.

ƏDƏBİYYAT

1. S. Q. Kərimov – İnformasiya sistemləri, Bakı – 2007, 631s
2. Təhsildə İKT; Elmi metodik jurnal, ADPU, Bakı 2009, 181s
3. Azərbaycanca informasiya cəmiyyəti; Statistik məcmuə, ARDSK, Bakı – 2017, 163s
4. <http://www.eajournals.org>
5. <https://www.sciencedirect.com>
6. <http://www.researchgate.net>

ABSTRACT

THE ROLE OF NEW INFORMATION TECHNOLOGIES IN EDUCATION

One of the most actual issues related to the reformations of education system is the improvement of managing the education by application of new information technologies. In the mean, the improvement of normative legal base regulating the operation of private and state organs in the field of application of new information technologies, preparation and completion of electronic information base system characterizing the position of this field necessary for effective management in education sector are of great significance. Besides, promoting the provision of education system with cadres having the abilities and skills of high new information technologies to the modern standards level is one of the priority issues put in front.

РЕЗЮМЕ

РОЛЬ В НОВЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ОБРАЗОВАНИИ

Одним из наиболее актуальных вопросов, связанных с реформой системы образования, является совершенствование управления образованием путем внедрения новых информационных технологий. Между тем важно улучшить правовую базу, которая регулирует деятельность местного самоуправления и государственных органов в области новых информационных технологий и образования, а также разработка и завершение внедрения системы электронных баз данных, которая необходима для эффективного управления в области образования, характеризующая ситуацию в этой области. Кроме того, одним из приоритетов является обеспечение системы образование высококвалифицированными персоналами соответствующими современным стандартам своими знаниями и навыками.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

Məqaləni çapa təqdim etdi: Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor Cavanşir Zeynalov

ZÜMRÜD SƏFƏROVA*Naxçıvan Dövlət Universiteti**seferovazumrud@gmail.com***AYŞƏN MƏMMƏDOVA***Naxçıvan Dövlət Universiteti***UOT: 004,81****SÜNİ İNTELLEKTİN MODELƏSDİRİLMƏSİNİN
ƏSAS İNKİŞAF İSTİQAMƏTLƏRİ**

Açar sözlər: *süni intellekt, robotexnika, ekspert sistemlər, qeyri-səlis məntiq, neyrobionik qurğular, perseptron, neyron şəbəkələr, intellektual sistemlər*

Keywords: *artificial intelligence, robotics, expert systems, fuzzy logic, neyrobionic devices, perseptron, neural networks, intellectual systems*

Ключевые слова: *искусственный разум, робототехника, экспертные системы, нечеткая логика, нейробиологические устройства, перцептрона, нейронные сети, интеллектуальные системы*

Süni intellekt (Sİ)-insan məntiqini maşınlarda tətbiq etmək məqsədi daşıyan riyazi elmdir. Sİ sahəsində aparılan tədqiqatlar kompyuter elmləri, psixologiya, fəlsəfə, lingvистика, iqtisadiyyat, optimizasiya, məntiq nəzəriyyəsi və bir sıra başqa sahələrə əsaslanır. Süni intellekt ifadəsi ilk dəfə 1956-cı ildə Con Makarti tərəfindən istifadə olunub. Süni intellektin tətbiqində elm və mühəndislikdən geniş şəkildə istifadə olunur. Bu sahə insanın sahib olduğu ən dəyərli mülkiyyəti olan intellektin maşınlar tərəfindən dəqiq şəkildə simulyasiya olunması məqsədilə yaradılıb və inkişaf etdirilib. Süni intellekt yaradıldığı gündən bəri müxtəlif optimist və pessimist fikirlərlə qarşılaşsa da, bu gün texnologiyanın inkişafında o mühüm yer tutur. Müxtəlif çətin hesablamalarda və digər tapşırıqların həyata keçirilməsində süni intellektin rolu böyükdür. Süni intellekt çox yüksək səviyyədə ixtisaslaşmış sahədir, onun çoxlu sayda sahələri vardır. Çox zaman Sİ-in bir sahəsi digər sahəsi ilə qarşılıqlı əlaqədə olmur. Onun bəzi sahələri isə o dərəcədə inkişafa nail olmuşdur ki, onlar artıq ayrıca bir ixtisas kimi fəaliyyət göstərirlər. İnsan intellektindən daha güclü bir intellektin yaradılması Sİ-in əsas məqsədlərindəndir.

Bu gün bəşəriyyəti daha çox invariant idarəetmə sistemlərinin nəzəriyyəsi və tətbiqi, süni intellekt üsullarının, ekspert sistemlərin yaradılması, idarəetmə proseslərinin intellektuallaşdırılması, qeyri-səlis məntiq, qeyri-səlis neyron sistemlər və s. daha çox düşündürür. Real həyatda qərar qəbul etmə və idarəetmə məsələlərini həll edərkən mövcud qeyri-müəyyənlik nəzərə alınmalıdır. 1960-cı illərə kimi idarəetmə və qərar qəbul etmə nəzəriyyələri tam müəyyənlik şəraiti üçün yaranmışdı. Yəni insan müəyyən bir şəraitdə qərar qəbul etmək istəyirsə, o şəxsə həmin şərait və şəraitin gələcəyi haqqında 100 faizlik məlumat olur və yaxud təyyarə uçan zaman ona külək təsir edir, biz o küləyin hansı qanunla, hansı sürət və istiqamətdə əsməsi barədə tam informasiyaya malik oluruq. Lakin real həyat məsələlərində tam informasiya heç vaxt olmur. Bu və ya digər dinamik sistemə təsir edən faktorlar (həyəcanlandırıcı təsirlər) barədə informasiyamız cüzdirsə, elə idarəetmə qanunu tapmaq lazımdır ki, idarə olunan sistem həmin həyəcanlandırıcı təsirlərdən asılı olmasın, başqa sözlə, sistem invariant olsun. Mütəxəssislərin fikrincə artıq klassik idrak, klassik elmi üsullar öz əvvəlki qüdrətini itirib. Onların fikrincə, bir dildən başqa dilə tərcümə problemi, persepsiya əsasında ətraf mühitin qavranılması problemi, canlıların sərbəstlik dərəcəsinə və çevikliyinə malik olan robotların yaradılması, lazımi adekvatlığa malik olan iqtisadi modellərin yaradılması və s. klassik elm, o cümlədən klassik riyaziyyat tərəfindən həllini tapa bilməzdi. Çünki klassik riyaziyyat deterministik riyaziyyatdır. Qeyri-müəyyənliyi nəzərə ala bilmir. Yeni elmi və fəlsəfi yanaşma tələb olunur. Hesablama intellekti isə süni intellekt və onun daha inkişaf etmiş formasıdır. Süni intellekt - informatikanın hesablama sistemləri və digər süni

qurğuların köməyi ilə fikir və hadisələrini təminat imkanlarını öyrənən şöbəsidir. Süni intellekt dedikdə insanın proqramlaşdırılmış şəkildə, süni yollarla yaratdığı və digər köməkçi vasitələrlə üzə çıxan qeyri-ənənəvi intellekt, alışmadığımız bir idrak kateqoriyası başa düşülür. Məsələn, insan robot yaradır və onun bəşər övladına adekvatlığından bəhs edir. Robot insana çay gətirirsə və yaxud bir neçə sualın cavabını verirsə bu hələ süni intellekt deyil, bu sadəcə həmin robotun proqramlaşdırılmadan irəli gələn funksiyalarıdır. Süni intellektə malik robotsa insanın əsəbi olduğunu görüb artıq hərəkətlərə, yersiz “söhbətə” yol verməyən robotdur.

Süni intellektin qurulmasına müxtəlif yanaşmalar. Süni intellektin yaradılmasında əsas problemlərdən biri də təhlükəsizlik problemidir. Mükəmməl proqramlarla təchiz olunmuş süni intellekt robotlar hazırlanarkən aşağıdakı üç qanun əsas götürülməlidir:

I. Robotlar insanlara zərər verməməlidirlər və öz hərəkətsizlikləri ilə insanlara zərər verilməsinə şərait yaratmamalıdırlar.

II. Robotlar insanların birinci qanunu inkar etməyən hər bir kamandasına tabe olmalıdırlar.

III. Robotlar birinci və ikinci qanunları inkar etməmək şərti ilə öz təhlükəsizliyinin qayğısına qalmalıdırlar.

Süni intellekt adlandırılması mümkün olan ən azı iki nöqteyi-nəzər mövcuddur. Birincisini neyrobionik adlandırmaq olar. Onun tərəfdarları insan beynində cərəyan edən proseslərin süni sürətdə canlandırılmasını qarşıya məqsəd qoyurlar. Bu məqsədi həyata keçirmək üçün təbii beynin öyrənilməsi, onun işləmə üsulunun askara çıxarılması, üçün texniki vəsaitin yaradılması lazım gəlir. Süni intellektin hazırlanmasında hələlik dominant olan ikinci nöqteyi-nəzəri isə məlumat xarakterli adlandırmaq olar. Məlumat xarakterli süni intellekt yadılmasının tərəfdarları hesab edirlər ki, bu işdə əsas məqsəd bioloji sistemin tam analoqunu yaratmaq deyil, ənənəvi olaraq intellektual adlandırılan məsələlərin həlli üçün texniki vəsait hazırlamaqdır.

EHM meydana çıxan illərdə onun başqa hesablama qurğularını çox tez bir zamanda hesablama sıxışdırıb aradan çıxaracağını az adam təsəvvür edə bilirdi. Klassik EHM ideyasının banisi C.Fon-Neyman o illərdə hesablama prosesinin, neyrotipli strukturların analoqundan istifadə edən digər quruluşu ilə maraqlanmışdı. Formal neyronların birinci modeli Mak-Kalok və Pits tərəfindən təklif olunmuşdu. Mahiyyətə bu elementlər qüsurlu funksiyasını (пороговую функцию) reallaşdırırdı. Çəkinin və qüsurlu qiymətlərini variasiya etməklə formal neyronun işləməsinə nail ola bilərik. Şəbəkədə birləşdirilmiş bu cür neyronlar müxtəlif prosedurların reallaşdırılmasında əhəmiyyətli üsul ola bilər.

Məşhur neyrobioloji qurğulardan biri F.Rozenblatt tərəfindən təklif olunmuş **perseptrondur**. Perseptron başlanğıcını Rozenblattın ideyasından götürən çoxlu sayda konstruksiyalar ailəsi yaratdı. Perseptronun iş prinsipi obrazın tanınmasında istifadə olunan prinsipə oxşardır. Bu elmi istiqamət süni intellekt araşdırmalarına çox yaxındır. Onu yeni elmi istiqamətin tərkibinə daxil etməməyə heç bir əsas yoxdur. Lakin ənənəvi olaraq çox əvvəllərdən meydana çıxmış obrazın tanınması ilə bağlı istiqamət ayrılıqda mövcuddur. Lakin bəzi sərhəd məsələlərində bu iki elmi araşdırma sahəsi üst-üstə düşür (məs; nümunə və əks nümunələrin öyrənilməsi zamanı həlledici qaydaların formalaşdırılması metodlarının perseptronda baş verməsi, yaxud görüntü səhnələrinin analizi məsələsi).

Neyrobionik qurğular sahəsində sonrakı araşdırmalar formal neyronların təbəqə sayının böyüməsi istiqamətində, işləmə üsullarının dəyişməsi və mürəkkəbləşməsi istiqamətində aparılırdı. Paralel olaraq perseptron nəzəriyyəsi inkişaf etdirilirdi. Lakin iki səbəb bu sahədəki tədqiqat işlərini ləngidirdi. Birincisi praktiki tanıma məsələlərin həllinin araşdırılmasında tezliklə məlum oldu ki, perseptron tipli qurğuların imkanları məhduddur. Məsələn: əvvəllər perseptrona məlum olan iki təsvirin kombinasiyasını o, tərkib hissələrinə ayıra bilmirdi. Belə olduqda bu cür kombinasiyaya yeni təsvir kimi baxmaq lazım gəlirdi. İkincisi isə N.Minskiy və S.Peypert perseptronların prinsipial məhdudduğunu göstərən bir sıra teoremlər isbat etdilər, neyrobionik qurğularda on illər ərzində yeni ideyaların olmaması bu araşdırmaların inkişaf etməsinə şərait yaratmadı. Lakin son illərdə mikroelektronikanın kiçik həcmli çoxlu sayda neyronabənzər elementlərin yaradılması sahəsindəki nailiyyətləri bu yanaşmanın tərəfdarlarına yenidən ümid verdi. Məsələnin həlli prosesini süni neyronlar şəbəkəsinə paylaşıran neyrokompüterlər yarandı. Bu prosesə kompüterdə məsələnin həllinin yüksək effektivliyinə təminat verən, paralel və asinxron cərəyan edən altproseslər daxil ola bilər. Əfsus ki,

hələlilik məsələnin EHM-də həlli üçün belə arxitekturalı requlyar proqramlaşdırma metodu məlum deyildir.

İntellektual məsələlərin həlli üçün proqramlar, bu proqramlarla həll olunan məsələlərin tipindən asılı olaraq bir neçə qrupa bölünə bilər. Birinci qrupa oyun proqramları daxildir ki, onlar da öz növbəsində iki altqrupa bölünür: insan oyunları və kompyuter oyunları. İnsan oyunlarının imitasiyası üçün proqramlarının hamısının əsas xüsusiyyəti, axtarış prosedurlarının böyük rol oynamasıdır, yəni mürəkkəb şahmat oyununda olduğu kimi çoxlu sayda variantlardan ən yaxşısının, yaxud lokal olaraq ən yaxşısının seçilməsidir. Əbəs yerə deyil ki, belə axtarış prosedurlarının effektivliyini yoxlamaq üçün xüsusi test olaraq şahmat oyunları proqramı götürülür.

A. Nyuell, C. Şoy və Q. Saymon tərəfindən hazırlanmış bu proqramda müvəffəqiyyətin lokal kriteriyasını nəzərə almaqla axtarış əsas prosedur idi. Müəlliflərin fikrincə bütün məsələlərin həlli, labirintdə yolun alternativ imkanlarının axtarılmasına gətirilə bilər. Bu cür yanaşmaya ümidlər özünü doğrultmasa da, ona aid bir sıra araşdırmalar çox böyük əhəmiyyət daşıyırdı. Süni intellekt üzrə ixtisasçılar tərəfindən yalnız oyun məsələlərinin həllində deyil, həm də, digər çoxlu sahələrdə (məs; intellektual sistemlərdə məqsəduyğun fəaliyyətin planlaşdırılmasında) kifayət qədər effektiv axtarış prosedurları yaradılmışdır.

Obrazın tanınmasında olduğu kimi oyunlarda da vəziyyətlərin təsadüfi olmasına baxmayaraq, son zamanlar çox geniş yayılmış kompyuter oyunları ümumiyyətlə desək, ənənəvi süni intellekt üzrə işlərə aid edilmir. Praktiki olaraq intellekt tələb olunmayan dəqiq sxemli oyunlar süni intellekt işləri üçün əhəmiyyət kəsb etmir. Lakin müəyyən senarili oyunlar isə süni intellekt işlərinə aid edilir. Bu oyunlarda cərəyan edən hadisələrin senarisi hər iki oyunçu tərəfindən edilən gedişlərlə müəyyən olunur. Bu prinsiplər həm də süni intellekt üçün tipik olan, müəyyən dildə istifadəçi ilə süni intellekt arasında dialoqun təşkil olunması kimi məsələlərdə tətbiq olunur. Bu sahədə intellektual işlərin məqsəduyğun planlaşdırılması üçün senarilər daha maraqlıdır.

EHM-in yarandığı ilk günlərdən mətnlərin avtomatik tərcüməsi üçün maşın tərcümə proqramlarının yaradılmasına böyük maraq yarandı. Belə proqramların yaradılması süni intellektin inkişafına əhəmiyyətli təsir göstərdi və istifadəçilərin süni intellektlə təbii dil ünsiyyəti ilə bilavasitə əlaqəli işlərin əsasını qoydu. Maşın tərcümə sistemlərində morfoloji, sintaksis və bir çox hallarda təbii dilin semantik analizini avtomatik yerinə yetirən model və metodlar işlənmişdir. Bütün bu nəticələr təbii dil mətnlərinin intellektual sistemlərdə araşdırılmasında aktiv şəkildə istifadə olunur.

Mətnlərin yaradılması üçün son proqramlar isə ssenari ideyasına əsaslanırdı. İndi mətnlər təyinatı ilə müəyyən olunan sərt daxili struktura malik olduqda EHM-in köməyi ilə yaradılan prozaik mətnlərin səviyyəsi kifayət qədər yüksəkdir. Məsələn; əsasını mövcud obrazların dəqiq senarisi təşkil edən sehrli nağıllar, xronikal qeydlər və sənədlər bu tipli mətnlərdir.

Musiqi proqramları geniş ictimaiyyətə daha çox məlumdur, belə ki, bu sahədə ilkin təcrübə çox ümidverici nəticələr verdi. Bu müvəffəqiyyət bir tərəfdən musiqi əsərlərinin tərtibatında sərt, dəqiq qaydaların mövcudluğu, digər tərəfdən isə digər musiqi əsərlərinin doğurduğu ehtimal melodiyaları ilə əlaqədardır. İfa stilini yaxud da musiqi əsərlərinin “anatomiyasını” və onların bəstələnməsi prosesini imitasiya edən musiqişünas proqramları mövcuddur. Bütün musiqi proqramları kompleksi süni intellekt işinə birbaşa əhəmiyyətli təsir göstərməyə də, yaradıcılıq fəaliyyətinin təbiətinə və onların modelləşdirilməsinə ümumi baxışların formalaşmasında əhəmiyyətli rol oynadı.

Obrazın fərqləndirilməsinə dair araşdırmaların dərinliyində tanıyan proqramlar yaranmağa başladı. Onlardan bir çoxu süni intellekt işinin yaradılması, xüsusi ilə də öyrədən sistemlərin yaradılması ideyasına əhəmiyyətli təsir göstərmişdir. Onların işlənməsində bir obyektin digərinə oxşamasının qiymətləndirilməsi metodu tapılmış, nümunə və əksnümunələrin öyrətmə ardıcılığından istifadə etmə, analogiya və assosiasiyalara görə mühakimələrin əsası qoyulmuşdur. Bütün bunlar süni intellekt üzrə araşdırmalarda istifadə olunan metodlar fonduna daxil edilir.

Qrafika və rəsm üzrə maşın əsərlərinin yaradılmasına xidmət edən proqramların özünəməxsus xüsusiyyətləri vardır. Belə araşdırmalar əsasən xüsusi proqramların və ən azı qrafiki təsvir üçün xüsusi proqramlarla təchiz olunmuş cihazların yaradılması tələbatını doğurur. Bu proqramlar süni intellektin bilavasitə məsələnin həllində görünmə obrazlarından istifadə ilə bağlı olan bölmələrinin inkişafına təsir göstərir. Süni intellektin yaradılmasındakı üçüncü əsas istiqamət

onun fundamentini təşkil edir. Məhz burada baxılan elmi istiqamətin nəzəriyyəsi yaradılır, süni intellektin öyrənilməsinin mərkəzi obyektə olan bilik ilə bağlı olan əsas problemlər həll olunur. Süni intellektin yaradılmasına müxtəlif cür yanaşmalar mövcuddur. Bu bölgə müxtəlif zamanlarda bir fikrin digərini mərhələlərlə əvəz etməsi sayəsində yaranıb və hazırda da müxtəlif yanaşmalar olmaqdadır. Hələ hazırkı dövrə qədər mükəmməl, əsl süni intellekt yaradılmadığına görə heç də, hansı yanaşmanın doğru, hansının isə yanlış olduğunu hökm etmək olmaz. Ümumiyyətlə, süni intellektin yaradılmasına yanaşma üsullarını aşağıdakı siniflərə ayırmaq olar:

- Məntiqi yanaşma
- Struktur yanaşma
- Evalyusion yanaşma
- İmitasion yanaşma

Qısa olaraq *məntiqi yanaşmaya* baxaq. Bu cür yanaşmanın yaranmasına səbəb nədir? Axı insan fəaliyyətini yalnız məntiqi düşünmə prosesi təşkil etmir. Bu fikir doğrudur, lakin məhz məntiqi düşünmə qabiliyyəti insanı heyvandan kəskin sürətdə fərqləndirir. Məntiqi yanaşmanın əsasını Bul cəbri təşkil edir. Hər bir proqramçı “if” operatorunu mənimsəməyə başladığı andan məntiqi operatorlarla və Bul cəbri ilə tanış olmağa başlayır. Praktiki olaraq hər bir süni intellekt məntiqi prinsiplər əsasında qurulur və özünü teoremi isbat edən, məntiqi məsələni həll edən maşın kimi təqdim edir. Bu zaman başlanğıc verilənlər aksiomlar şəklində verilənlər bazasında saxlanılır, məntiqi nəticə çıxartmaq qaydası isə onlar arasında münasibət kimi mövcud olur. Bundan başqa, hər bir belə maşında məqsəd doğurma bloku (generator) mövcuddur və nəticə çıxarma sistemi qoyulan məqsədi teorem kimi isbat etməyə çalışır. Belə sistemlərin gücü məqsəd generatorunun imkanları və maşınla teoremlərin isbat edə bilməsi ilə ölçülür. Əlbəttə, təkliflər cəbrinin ifadəliliyi mükəmməl süni intellektin reallaşdırılması üçün kifayət etmir, lakin yada salaq ki, bütün mövcud olan EHM-lərin əsasını bit-yaddaş yuvası təşkil edir ki, o da yalnız 0 və 1 qiymətləri ala bilər. Deməli, EHM-də reallaşdırıla biləcək hər əməliyyatın, predikatlar məntiqi şəklində reallaşdırılmasının mümkünliyünü fərz etmək məntiqi olar. Lakin, burada nə qədər vaxta mümkünlük haqqında fikir söylənilir.

Qeyri-səlis məntiq adlanan yeni istiqamət məntiqi yanaşmada böyük ifadəliliyə nail olmağa imkan yaradır. Qeyri səlis məntiq nəzəriyyəsinin əsas fərqi ondan ibarətdir ki, orada təklifin doğruluğu “hə/yox” (0/1) qiymətlərindən başqa aralıq, “bilmirəm” (0,5), “daha çox “hə” variantına bənzəyir” (0,75), “daha çox “yox” variantına bənzəyir ” (0,25) qiymətlərini də ala bilər. Bu cür yanaşma insan düşünmə tərzinə daha çox uyğun gəlir, belə ki insan nisbətən daha az hallarda “hə” yaxud “yox” cavabı verir.

Struktur yanaşmada süni intellekt yaradılması üçün insan beyninin strukturunun analogiyasının qurulması başa düşülür. Frank Rozenblatın kəşf etdiyi perseptronlar müəyyən mənada insan neyronlarının analoqu rolunu oynayır və insan beyninə məlumatın ötürülməsini imitasiya edir. Daha sonralar sadəcə “neyron şəbəkələr” adlandırılan digər modellər yarandı. Bu modellər ayrı-ayrı neyronların quruluşuna, neyronlar arasındakı əlaqənin topologiyasına, öyrətmə alqoritmlərinə görə birbirindən fərqlənirlər. Belə neyron şəbəkələrə misal olaraq səhvin tərs yayılması neyron şəbəkəsini, Xopfeld şəbəkəsini, stoxastik neyron şəbəkəni və s. göstərmək olar. Neyron şəbəkələr hətta kəskin qarışıq elementlərə malik obrazların fərqləndirilməsi məsələsində müvəffəqiyyətlə tətbiq olunur. TAİR süni intellekt sistemində məhz neyron sistemlərdən istifadə olunmuşdur.

İnsan beyninin “motivləri əsasında” qurulmuş neyron şəbəkə modelləri üçün çox böyük olmayan ifadəlilik, alqoritmlərin yüngül paralelləşdirilməsi və bununla əlaqədar olaraq paralel reallaşdırılan neyron şəbəkənin vasitəsi ilə yüksək məhsuldarlıq xarakterikdir. Həmçinin neyron şəbəkəni insan beyninə çox yaxınlaşdıran belə bir xarakterik xüsusiyyəti də var ki, neyron şəbəkələr hətta ətraf aləm haqqında tam olmayan məlumatların daxil olması şərti daxilində də, işləyirlər, yəni, insanlarda olduğu kimi onlar verilmiş suala yalnız “hə”, “yox” deyil, həm də “dəqiq bilmirəm, çox ehtimal ki, hə” və s. kimi cavab verə bilər.

Evalyusion yanaşma kifayət qədər geniş yayılmışdır. Bu yanaşma ilə süni intellekt proqramlarının hazırlanması zamanı əsas diqqət başlanğıc modellərin və qaydaların inkişaf, dəyişmə, evolyusiya prosesinə yönəldilir. Belə ki, modellər və qaydalar tamamilə müxtəlif üsullarla verilə bilər. Bunlar neyron sistemlər, məntiqi qaydalar toplusu və istənilən digər model ola bilər. Bundan sonra biz sistemi işə salıx, kompüter mövcud olan modelləri yoxlayaraq onlardan ən yaxşısını seçir ki, bunun da nəticəsində müxtəlif formalı yeni model yaranır və bu modelləri də əlavə etdikdən sonra yenidən

onlar içərisindən ən yaxşısının seçilməsi prosesi davam edir. Nəticədə proses bu qayda ilə proqramların mükəmməlləşməsinə doğru inkişafı təmin edir. Demək olar ki, belə mükəmməl evalyusion model mövcud deyildir, yalnız evalyusion təlim alqoritmləri mövcuddur. Evalyusion yanaşmada alınan modellər, onların ayrıca bir sinifə ayrılmasını şərtləndirən bəzi xarakterik xüsusiyyətlərə malikdir. Süni intellekt proqramının hazırlanmasından onun modifikasiyası alqoritmə keçid belə xüsusiyyətlərdəndir. Bu halda alınan modellər praktiki olaraq suni intellekti əhatə edən ətraf mühit haqqında yeni biliklərin yaranması ilə müşayiət olunmur.

İmitasion yanaşma kibernetika üçün onun baza anlayışı olan “qara qutu” anlayışı ilə klassik metod hesab edilir. “Qara qutu”- daxili struktur və mahiyyət haqqında tam məlumatın olmadığı, lakin daxil olan və xaric olan məlumatların tam toplandığı qurğu, proqram modulu yaxud da verilənlər toplusudur. Obyekt “qara qutuya” tamamilə analoji strukturda hazırlanır və onu imitasiya edir. Bizim üçün onda nə baş verməsi, necə işləməsi, modelin daxili strukturu maraqlı deyil. Başlıcası odur ki, baxılan model obyekt analoji situasiyalarda özünü tamamilə “qara qutu” kimi aparsın. Deməli burada insanın kopyalamaq qabiliyyəti modelləşdirilir, yəni, təfəsilatına varmadan, nəyə lazım olmasını araşdırmadan başqaları nə edirsə onu yerinə yetirmək prosesi modelləşdirilir. Qeyd edək ki, bu qabiliyyət ona xüsusi ilə onun həyatının başlanğıcında kullı miqdarda vaxta qənaət etmək qabiliyyəti verir. İmitasion yanaşmanın əsas çatışmamazlığı odur ki, bu yanaşma ilə qurulan əksər modellər aşağı səviyyəli məlumat qabiliyyətinə malik olurlar.

Qeyd edək ki, praktikada süni intellektin yaradılması zamanı istifadə olunan yuxarıda şərh olunan metod və yanaşmalar arasında kəskin sədd yoxdur. Bir hissəsi bu, digər hissəsi isə başqa metod və yanaşma ilə hazırlanmış qarışıq sistemlərə çox tez-tez rast gəlinir.

ƏDƏBİYYAT

1. Kərimov S.Q. “İnformatika sistemləri”, Bakı, Elm, 2008
2. Sharbani Bhattacharya, “Artificial Intelligence”, Laxmi Publications Pvt Limited, 2008
3. http://cs.bsu.edu.az/az/content/sni_intellekt_v_ekspert_sistemlr
4. <http://www.noormags.com/view/fa/ArticlePage/315491>.
5. http://artificial.ir/intelligence/attachments/3283d1285323088_icbme09_104_319309-pdf.

ABSTRACT

**Zumrud Safarova
Ayshan Mammedova**

BASIC TRENDS IN ARTIFICIAL INTELLIGENCE MODELING

The natural intelligence of a human being is the ability to learn some or all of his creativity, depending on the needs. So the main purpose of creating programs for artificial intelligence is not the solution of specific issues, is the development of programs that provide automatic installation of specific problem solving programs when needed.

РЕЗЮМЕ

**Зумруд Сафарова
Айшан Мамедова**

ОСНОВНЫЕ ТЕНДЕНЦИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

Естественный интеллект человека - это способность изучать некоторые или все его творчество, в зависимости от потребностей. Поэтому основной целью создания программ для искусственного интеллекта является не решение конкретных вопросов, это разработка программ, которые при необходимости автоматически устанавливают конкретные программы для решения проблем.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

Məqaləni çapa təqdim etdi: Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor Cavanşir Zeynalov

PƏRVİZ ALLAHVERDİYEV
CAVANŞİR ZEYNALLI

Naxçıvan Dövlət Universiteti
Pərviz_Allahverdiyev@hotmail.com

UOT: 614.8

FƏRDİ MÜHAFİZƏ VASİTƏLƏRİ

Açar sözlər: *Uducu süzücü, təcridedici əlehiqaz, respirator, radiaktiv tozlar, radioaktiv maddələr, dərinin mühafizə vasitələri, tənəffüs yolları, tibb qoruyucu vasitələr*

Key words: *Insulating gas mask, respirator, radioactive dusts, radioactive substances, protection of the skin, respiratory tract, the medical protective*

Ключевые слова: *Абсорбент, изолирующий противогаз, респиратор, радиоактивной пыли, радиоактивных веществ, защите кожи, дыхательных путей, медицинская защитная*

Fərdi mühafizə vasitələri-Müasir şəraitdə əhalinin mühafizəsi tədbirlərdən biri də, fəvqəladə hallar zamanı, düşmənin kütləvi qırğın silahlarından istifadə silahlarından əhalinin fərdi mühafizə vasitələri ilə təmin edilməsidir

Fərdi mühafizə vasitələri /FMV/ nəfəs yollarını və dərinin kimyəvi, radioaktiv zəhərlənmədən, həmçinin bakteriyadan qorumaq üçündür. Mülki müdafiənin qulluq dəstələri zəhərlənmiş ərazidə iş apararkən mütləq fərdi mühafizə vasitələri ilə təmin olunmalıdır. FMV özlüyündə nəfəs yollarını qoruyanlara dərinin qoruyanlara və tibbi mühafizə vasitələrinə bölünürlər.

Tənəffüs yollarını mühafizə edən mühafizə vasitələrinə əleyhqazlar, respiratorlar, pambıq parça maska, tənəffüs pambıq sarğıları aiddir.

Əleyhqazlar insanların tənəffüs üzvlərini, gözləri əhərli maddələrdən, tüstüdən, tozdan, radioaktiv zəhərlənmədən, bakteriyalardan, toksinlərdən kifayət dərəcədə qoruyur. Əleyhqazlar quruluşuna görə uducu-süzücü və təcridedici əleyhqazlara bölünürlər. Uducu-süzücü əleyhqazlar insan orqanizmi üçün təhlükəli maye və qazları təmizlədikdən sonra nəfəs yollarına ötürür. Əleyhqazlar ümumqoşun, mülki və uşaqlar üçün hazırlanır.

Əleyhqazların komplektinə aiddir: gözdirmək üçün çanta, şlem maska, uducu-süzücü karobka, tərləmə əleyhinə plyonkalar.

Uducu-süzücü əleyhqazlar dən qazından /karbon-2oksid/ mühafizə etmir. Ona görə də dən qazından qorunmaq üçün, oksigen çatışmamazlığı olan ərazidə, çox güclü təsirli bir neçə kimyəvi maddənin işlədilməsi zamanı təcridedici əleyhqazlardan istifadə edirlər. Təcridedici əleyhqazların uducu-süzücü əleyhqazdan fərqi ondan ibarətdir ki, təcridedici əleyhqazlar insanı mühafizə üçün əlavə gipkolit patron əlavə olunur. Bunu patron üzlük hissə ilə uducu-süzücü karobkanın arasına bağlanır.

Təcridedici əleyhqazları İP-4, İP-5, İP-46, İP-46m, KİP-5, KİP-7, KİP-8 əleyhqazlar insanın nəfəs yollarını ətraf mühitdən tamamilə təcrid edir. Nəfəs almaq üçün regenerativ /bərpaedici/ patronlardan və yaxud oksigen balonlarından istifadə olunur. Belə əleyhqazdan həm də uducu-süzücü əleyhqazlar mühafizə edə bilmədikdə istifadə olunur.

Uducu-süzücü karobkanın daxilində fəallaşmış kömür aërozoleynə süzgeçlər vardır.

Hazırda ölkəmizin MM sistemində əhalinin mühafizəsi üçün QP-5, QP-5M, QP-7, QP-7v əleyhqazları vardır. Məktəblilər üçün DP-4u, PDF-7, PDF-D məktəbəqədər uşaqlar üçün PDF-III əleyhqazları vardır.

Bundan əlavə 1,5 yaşadək körpələr üçün KAZD-6 /uşaq mühafizə kamerası/ tipli mühafizə kamerası vardır.

Şlem maska rezin üzlükdən, gözlüklərdən, klapanlı karobkadan və birləşdirici borudan ibarətdir.

Klapanlı karobkada bir ədəd nəfəs almaq üçün, iki ədəd nəfəs vermək üçün klapan vardır. Şlem maskanın daxilində nəfəs vermək üçün birbaşa çıxış klapanlara açılan kanal vardır. Bu kanal həmdə gözlüklərin tərləməsini azaldır. Bundan əlavə gözlüklərə tərləməyə qarşı plyonka qoyulur.

Şlem maskanın ölçülərini başın üfüqi və şaquli çevrəsini ölçüb təyin etmək mümkündür. Üfüqi çevrənin kəmiyyətini tapmaq üçün başı qaşların üstündən arxaya dairəvi xətt üzrə ölçürlər. Əgər başın üfüqi və şaquli dairəsinin ölçmə nəticəsində cəmi 118,5-121 sm-ə bərabədirsə bu 1-ci, 121,5-126 sm 2-ci, 126,5-dən artıq 3-cü ölçü sayılır. Bu ölçülər QP-7 əleyhqazlarına aiddir.

DP-v əleyhqazlar uşaqlar üçün nəzərdə tutulmuşdur. Şlem maska 5 ölçüyə malikdir.

PDF-7 əleyhqazları kiçik və böyük yaşlı uşaqlar üçün nəzərdə tutulmuşdur. 4 ölçüdən ibarətdir. Bu yaş qrupunda 7 yaşdan 12 yaşa qədər olan uşaqlar aiddir. Uşaqlar üçün nəzərdə tutulmuş əleyhqazların iş prinsipi, yaşlılar üçün olan əleyhqazların iş prinsipi ilə eynidir. Ümumiyyətlə uşaq əleyhqazları 5 ölçüdə buraxılır. 1-2 ölçüdə məktəbə qədər, 3,4,5 ölçüdə məktəb yaşlı uşaqlar üçün hazırlanır. Uşaq əleyhqazlarını seçərkən maskanın ölçüsünü tapmaq üçün üzün uzunluğunu, respirator seçərkən olduğu kimi millimetrlə xətkeşlə ölçürlər. Məsələn, PDF-v əleyhqazların maskasını seçərkən üzün uzunluğunu 88-95 mm olduqda 3-cü, 96-103 mm olduqda 4-cü, 104-111 mm olduqda isə 5-ci ölçülü maska seçmək lazımdır.

PDF-III və QP-5 əleyhqazının ölçüləri isə belədir. 63-sm-dən o, 63,5-65 sm 1-ci, 65.5-68 sm 2-ci, 68,5-70,5 sm-3-cü, 71 və çox 4-cü ölçüdür.

Şlem maskanın kipliyini yoxlamaq üçün uducu-süzücü karopkanın alt deşiyini ələ bağlayırlar, nəfəs almaq mümkün olmadıqda kipliyin normal oduğuna dəlalət edir. Əgər maska ilə sifətin arasından hava girirsə, ölçü düz deyil.

Əleyhqazlar çantada çiyindən asılmış vəziyyətdə sol tərəfdə arxa hissədə yürüş vəziyyətində, ön tərəfdə hazırlıq vəziyyətdə və döyüş /geyinilmiş/ vəziyyətində daşınır. əleyhqazlar «qaz» komandası əsasında geyinilir. Komandanı eşidən zaman dərhal gözlər yumulur, nəfəs dayandırılır, şlem maska sumkadan çıxarılıb bütün barmaqlar daxilində, baş barmaqlar xaricdə olmaqla çənənin altından başlayaraq başın təpə nahiyyəsinin arxasına qədər bir dəfədə geyinmək, dərindən nəfəs vermək lazımdır.

Respiratorlar nəfəs üzvlərini radioaktiv tozlardan, bakteriyalardan, zəhərli tüstüdən, qazlardan qorumaq üçündür. Respiratorlar kimyəvi zəhərləyici maddədən mühafizə etmir. Respiratorlar süzücü yarım maskadır. Birdəfəlik 12 saat istifadə etmək olar. Bir çox zəhərli tozlar xaric edən zavodlarda o, cümlədən sement zavodunda respiratorlardan istifadə olunur. Maskada 2 ədəd nəfəsalma, bir ədəd nəfəsvermə üçün klapan və burun sıxıcı vardır. Arxadan baş nahiyyəsində sıxıcı bağlarla sıxılır. Ağırlığı 5-60 qramdır. Yarımmaska 2 qatdan ibarətdir, xarici qat məsaməli sintetik materialdır, havanı yaxşı keçirir. Daxili səth hava keçirməyən təbəqədir. Nəfəsalma zamanı hava xarici səthdə süzülür, oradan qlapanlara və nəfəs yollarına keçir. Nəfəsvermə klapanı tən ortadadır. Respiratoru elə seçmək lazımdır ki, maskanın altından hava keçməsin, sifətə kip otursun. Ölçüləri təyin etmək üçün üzün uzunluğunu gözün üst nahiyyəsindən çənənin altına qədər, mm-lə ölçürlər. 99 mm-ə qədər o, 99-109 mm-I-ci, 109-119 mm-2-ci, 119 və çox 3-cü ölçüdür. Əgər respirator geyinməzdən əvvəl istifadə olunubsa, onu dezinfeksiya etmək, daxili səthini sabunlu suda yuyub qurutmaq lazımdır. Respiratorların kipliyini yoxlamaq üçün, geyindikdən sonra əlin ovucu ilə nəfəs klapanını tutduqdan sonra nəfəs verirlər. Bu vaxt hava yarımmaskanın üzə çıxılmış hissəsindən çıxarsa deməli maska böyükdür.

Tozdan qoruyucu parça maska PTM-I – tozdan qoruyucu maskalar əsasən gövdədən və bərkidici hissədən ibarətdir. Maskadan radioaktiv tozlardan, bakteriyalardan qorunmaq üçün istifadə edilir. Maska 2-4 qat pambıq parçadan hazırlanır. Gözlük nahiyyələrinə şəffaf plyonka baş nahiyyəsində sıxıcı rezin tikilir.

Pambıq-tənzif sarğı müstəqil olaraq hazırlanır. Bu sarğı nəfəs yollarını radioaktiv tozlardan, bakteriyalardan mühafizə etmək üçündür. Sarğını hazırlamaq üçün ölçüsü 100×50 sm olan tənzif parçanın ortasına 30×20 sm ölçüdə və 2-3 sm qalınlığında pambıq qatını bərabər qalınlıqda sərilər. Tənzifin hər iki ucunun 30-35 sm artıq qalmış hissəsi kəsilir. Bunlardan sarğının bağı kimi istifadə olunur. Sarğı çənənin altını, ağız və burunu, göz çuxuruna qədər örtməlidir.

Dərinin mühafizə vasitələri – Dərinin mühafizə vasitələrinə xüsusi rezinləşdirilmiş geyimlər,

mühafizə paltarları, kostyumlar, rezin corablar, mühafizə plaşları və s. aiddir. Bu mühafizə paltarlarından mülki müdafiənin dəstələrinin şəxsi heyyyəti kimyəvi, bakteoroloji və radioaktiv zəhərlənmə ocaqlarında iş zamanı istifadə edirlər. Adi idman və yaxud iş kostyumlarından zəhərləyici maddələrdən qorunmaq üçün istifadə etmək olar. Bunun üçün kostyumu K-4 məhlulunda islatmaq və yaxud 250 q xırda doğranmış paltar sabununu 2 l su töküb yaxşı-yaxşı qarışdırırlar tam istiləndikdən sonra 0,5 l bitki yağı əlavə edirlər, vedrədə 60-70°-də qızdırdıqdan sonra yüngül sıxıb qurudub geyinirlər.

Yüngül mühafizə kostyumu L-I rezin parçadan hazırlanmışdır. O, başlıqlı köynəkdən, corabdan və şalvardan, ikibarmaqlı əlcəkdən ibarətdir. Kostyumun 3 ölçüsü vardır. I-ci 165 sm-qədər, 2-ci ölçü 165-172 sm, 3-cü 172 sm və yuxarı.

Hopdurulmuş süzücü mühafizə paltarı xüsusi maddələr hopdurulmuş və xüsusi maddələr hopdurulmuş və xüsusi tikilmiş xətan kombinizondan ibarətdir. Süzücü mühafizə paltarlarının tərkibinə uzunboğaz rezin çəkmələr, əlcəklər, ayaq sarğısı da əlavə olunur.

Ümumqoşun mühafizə kostyumu / 03 K / ÜMK mühafizə plaşından, corablardan və əlcəklərdən ibarətdir. Adətən hopdurulmuş üst və ya alt paltarlarının üstündən geyinilir.

Tibbi qoruyucu vasitələri Aİ-2 fərdi aptekcə daxildir. Bu aptekcələr zəhərlənmiş ərazidə özünə yardım gözləmək üçündür. Aptekcə dərman ləvazimatlarından ibarətdir.

Birinci yuvada – ağrıya qarşı şpris vardır. Bu iynədən kəskin ağrılar, qanaxmalar, sınıqlar, yanıqlar zamanı istifadə olunur.

İkinci yuvada – fosforlu zəhərləyici maddələrin nəfəs yollarının zəhərlənməsinin qarşısını almaq üçün istifadə olunur. Bu dairəvi qırmızı rəngdə penalda yerləşdirilmişdir. «Kimyəvi həyəcan» signalı verildikdən dərhal bir ədəd qəbul edilir. Zəhərlənmə təhlükəsi artdıqda 5-6 saatdan sonra daha bir həb qəbul edilir. Penalda 6 dərman vardır.

Üçüncü bölmədə - ağ rəngli iri penalda bakteriyaya qarşı 2 No-li dərman sulfadimetoksin yerləşdirilmişdir. Bunun zəhərlənmə baş verərkən, maddə-bağırsaq pozğunluğu zamanı qəbul edilir. Penal rəngsizdir. Birinci sutkada 7 dərman, sonrakı 2 sutkada hər birində 4 həb qəbul edilir.

İonlaşdırıcı şüalanmanın təsirinə orqanizmin müqavimətini artırmaq üçün radiasiya əleyhinə I No-li dərman sistolin işlədilir. Bu hər birindən 6 həb olmaqla çəhrayı rəngli penaldir. Ağər şüalanma davam edərsə 4-5 saatdan sonra yenidən 6 həb qəbul edilir. Dərmanların səmərəli olması 50%-ə bərabərdir.

Beşinci bölmədəki 2 rəngsiz penalda bakteriyaya qarşı I No-li dərman tetraskilin / hər birində 5 həb olmaqla/ olur. Bu dərman bakterioloji zəhərlənmə təhlükəsi yaranarkən və yaxud zəhərlənmə baş verdikdə qəbul edilir. Bu dərmandan yaralanlar və yanıqlar zamanı da istifadə olunur. Əvvəl 5 həb , 6 saatdan sonra daha 5 həb qəbul edilir.

Altıncı bölmədə - radiasiyaya qarşı 2 No-li dərman /kalium-yodid/ penalı yerləşir. Bu dərman radioaktiv çöküntülər düşərkən və yaxud radiasiyalı otlar qidalanmış heyvanların ətindən, südündən bilmədən istifadə edrkən 10 gün ərzində hər gün 1 həb qəbul edilir.

Yeddinci bölmədə - radiasiyanın təsirindən öyümə, qusma, baş ağrısı, ürək bulanması, baş verdikdə etaperizin dərmanından dərhal 1 həb qəbul edilir.

Dəri örtüyünün yardımçı mühafizə vasitələri – Dərinin radioaktiv, kimyəvi və bakterioloji silahların nəticələrindən qismən qorumağı bacarmağ cox vacib məsələdir. Fövqəladə hallar zamanı insanlar adi paltarlar, ayaqqabılar, corablar vasitəsi ilə baş verən biləcəklər xəsərtləri azaltmağı bacarmalıdırlar. Bunun üçün bir çox paltarlardan yardımçı vasitə kimi istifadə etmək olar. Belə halda ən çox rezin və rezinləşdirilmiş, su buraxmayan, dəridən hazırlanmış geyimlərdən, iş kombinzonlarından, rezin çəkmələrdən istifadə etmək olar. Belə paltarlar radioaktiv tozların, bakteriyaların dəriyə düşməsinin qarşısını alır. Kimyəvi zəhərləyici maddələrin dəriyə düşməsinə həm ləngidir, həm də zəiflədir. Məsələn: brezentdən hazırlanmış paltarlar maye damcı halında olan zəhərləyici maddələrdə bir saat mühafizə edir. Rezinləşdirilmiş parçadan hazırlanmış plaşlar mühafizə üçün çox əlverişlidir. Drap parçadan hazırlanmış qış geyimləri 1 saata qədər, pambıq gödəkçələr isə 2 saat qoruyur.

Ayaqqabıları mühafizə etmək üçün rezin qaloşdan, botilərdən çəkmələrdən istifadə etmək olar. Qeyri – rezin ayaqqabıların üstünə su buraxmayan polietilen plyonkalar sarımaq olar

Zəhərlənmiş ərazidə adi paltarlardan istifadə etdikdə bir şeyə diqqət yetirmək lazımdır. Paltarların yaxası, boyun nahiyyəsi, əbəyi kip bağlanmalıdır. Boyun nahiyyəsini əlavə şarfla bağlamaq daha yaxşıdır. Şalvarların əbəyi coraba salınmalı və ya bağlanmalıdır. Yaxşı olar ki, belə hallarda idman geyimlərindən istifadə olunsun. Baş örtmək üçün sintetik su buraxmayan plyonkalardan istifadə etmək məsləhətdir. Radioaktiv tozlardan yorğanlar, ədyallar da qoruyur.

Yardımcı materiallar kimyəvi, radioaktiv və bakterioloji vasitələrdən qismən qorumaq üçündür.

ƏDƏBİYYAT

1. İ.M.Mazanov.Mülki müdafiə
2. H.O.Ocaqov.Fövqəladə hallarda həyat fəaliyyətinin təhlükəsizliyi
3. H.O.Ocaqov. Fövqəladə halların nəticələrinin aradan qaldırılması
4. A.Məmmədov. Fövqəladə hallarda mülki müdafiə tibb xidmətinin təşkili.

ABSTRACT

The correspondent of the population and emergency protection measures in the event of the enemy's use of weapons of mass destruction in the provision of personal protective equipment, personal protective means of gas-masks, respirators, cotton cloth mask, security cloak and how and what kind of medical use protective means margins are spoken.

РЕЗИОМЕ

Корреспондент мер защиты населения и чрезвычайным ситуациям в случае применения противником оружия массового уничтожения в предоставлении средств индивидуальной защиты, средств индивидуальной защиты противогазов, респираторов, хлопчатобумажной ткани маски, plasinin безопасности и каким образом и какие виды медицинского назначения защитных средств полей говорят.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

Məqaləni çapa təqdim etdi: Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru,
professor Cavanşir Zeynalov

NAZİLƏ MAHMUDOVA
LEYLA İBRAHİMOVA

AMEA Naxçıvan bölməsi
leyla.ibrahimova.1992@bk.ru

UOT: 620.91

ALTERNATİV YOLLA ELEKTRİK ENERJİSİNİN ALINMASI ÜSULLARI

Açar sözlər: *alternativ enerji, külək turbini, generator, elektrik mühərriki, alternativ axın*

Key words: *alternative energy, wind turbine, generator, electric engine, alternative current*

Ключевые слова: *альтернативная энергия, ветровая турбина, генератор, электрический мотор, альтернативное течение*

Elektrik enerjisi bütün sənaye sahələrinin – nəqliyyatın, məişət və kənd təsərrüfatı inkişafının əsas istiqamət verici (hərəkətverici) faktoru, əmək məhsuldarlığını və əhalinin rifahını yüksəltməyin əsası sayılır. Yer üzərində olan enerji mənbələri iki böyük qrupa bölünür: bərpa olunan və olunmayan. Bərpa olunmayanlara isə qazıntı yanacaq növləri, nüvə və nüvə-istilik enerjisi aid edilir. Bu növ enerji mənbələrinə əsaslanan energetikada faydalı qazıntılar tükənməklə yanaşı, həm də mənfi nəticələr baş verir: atmosfer istilik-çirklənməyə məruz qalır, nəqliyyat və enerji qurğularında atmosferin oksigeni intensiv sərf olunur, ətraf mühit zərərli tullantılarla çirkləndirilir, nüvə enerjisindən istifadə etdikdə isə texnogen fəlakətin baş vermə təhlükəsi yaranır.

Aşağıda qeyd edilmiş cədvəldə gücü 1000 MVt olan elektrik stansiyalarının bir ildə atmosfərə buraxdığı tullantılar (tonla) verilmişdir.

Yanacaq	Tullantılar				
	Karbohidrogenlər	CO	NO	SO	Hissəciklər
Daş kömür	400	2000	27000	110000	3000
Neft	470	700	25000	37000	1200
Təbii qaz	34	-	20000	20.4	500

Cədvəl 1. Gücü 1000 MVt olan elektrik stansiyalarının bir ildə atmosfərə buraxdığı tullantılar (tonla).

Energetik qurğularda faydalı iş əmsalı hələlik böyük olmayıb 30-40% təşkil edir, yanacağın çox hissəsi səmərəsiz yandırılır. Əldə edilən enerji bu və ya digər üsulla istifadə edilir və nəhayət istilik enerjisinə çevrilir, yəni biosferə kimyəvi çirklənmə ilə yanaşı, həm də istilik çirklənməsi daxil olur. Bu mənbələrin ekoloji çatışmazlığı qeyri-ənənəvi (alternativ) bərpa olunan, ekoloji təmiz enerji mənbələrindən daha geniş istifadənin tədqiqini tələb edir. Bərpa olunan enerji mənbələrindən ən perspektivlisi günəş və külək enerjisindən istifadədir. Ölkə Prezidenti tərəfindən 21 oktyabr 2004-cü ildə təsdiq edilmiş “Azərbaycan Respublikasının alternativ və bərpa olunan enerji mənbələrindən istifadə olunması üzrə Dövlət Proqramı”nda bu növ enerji mənbələrindən istifadə məsələlərinin geniş spektri verilmiş və onun xalq təsərrüfatı üçün nə dərəcədə faydalı ola biləcəyi şərh edilmişdir.

İlkin araşdırmalar nəticəsində müəyyən edilmişdir ki, Azərbaycan yerləşdiyi coğrafi vəziyyətinə, təbii şəraitinə və iqtisadi inkişaf strukturuna görə Günəş və külək enerjilərindən istifadə üçün böyük imkanlara malikdir. Azərbaycanda Günəşli saatların illik miqdarı 2400-3000 saat olduğu halda bu göstərici ABŞ-da və Orta Asiya ölkələrində 2500-3000 saat, Rusiyada 500 -2000 saatdır. Azərbaycanda bir il ərzində 1 kv.m. sahəyə düşən Günəş enerjisinin miqdarı 1500-2000 kVt/ saat-a bərabərdir. Ölkəmiz illik 800 MVt külək enerjisi potensialına malikdir. Bu ehtiyatla təxmini hesablamalara görə ildə 2 milyard kilovatsaat külək elektrik enerjisi istehsal etmək mümkündür. Nəticədə həm 1 milyon ton yanacağa qənaət olunur, həm də külli miqdarda karbon dioksid tullantısının qarşısı alınmış olur. Külək enerjisinin başqa enerji növlərinə özünəməxsus üstünlükləri vardır:

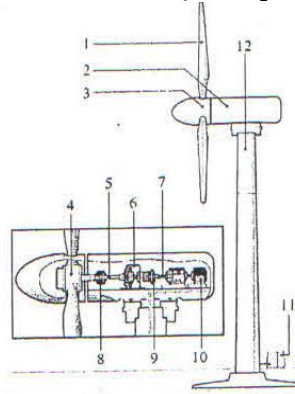
1. Atmosferdə bol və sərbəst olaraq mövcuddur; 2. Enerji çevrilməsi prosesində ətraf aləmə ziyan vermir və çirkləndirmir; 3. İstifadə zamanı küləyin sürətini müəyyən texnoloji vasitələrlə tənzimləmək mümkündür; 4. Enerjisinin verilməsi, başqa bir enerji növünə çevrilməsi (modullaşdırılması) heç bir çətinlik yaratmır.

Külək enerjisinə çevirən qurğular külək turbinləri adlanır. Külək turbinlərində hərəkət edən havadan mexaniki enerji şəklində əldə edilən enerji uyğun olaraq fırlanan pərlər və dişli çarxlar qutusu vasitəsilə elektrik generatoruna ötürülür. Generatordan elektrik çıxışı güc şəbəkəsinə bağlanır. Bu sistemdə istifadə olunan nəzarət cihazı bir, ya da bir neçə nöqtədə küləyin gücü və səmtini, çıxış gücünü və generatorun qızmasını, küləyin girişi ilə elektrik çıxışını uyğun siqnallarla tənzimləyir. Başqa sözlə, güclü külək nəticəsində qurğuda yaranan çatışmazlıqları aradan qaldırır. Müasir dövrdə istifadə olunan külək turbinləri Vertikal Oxlu Külək Turbini (VAWTs- yəni “Vertical ”), digəri isə Horizontal Oxlu Külək Turbini (HAWTs-yəni “Horizontal Axis Wind Turbine”) olaraq adlandırılır. HOKT (HAWTs) qurğularında dönmə oxu yerə paralel şəkildə hazırlanmışdır. Bir elektrik mühərrikinin köməyi ilə külək istiqamətinə görə pərlərin istiqaməti nizamlana bilər. Quruluşca bir elektrik mühərrikindən fərqli deyildir. Qurğunun məhsuldar işləməsi üçün dəniz səviyyəsindən təxminən 80 metr yüksəklikdə yerləşməlidir. Elektrik enerjisi əldə etmək üçün istifadə olunan külək turbinləri, bir, iki, üç pəri olan aşağı və ya yüksək sürətlə çalışan qurğulardır. Yüksək sürətlə çalışan qurğular aşağı sürətlə çalışan qurğulardan daha həssas, daha ucuzdur. Elektrik generatorlarının çalışmağa başlaması üçün əsas başlangıç mexanizmi çox da böyük deyil. Yüksək sürətli külək rotorunun başlatma mexanizmi kiçik olsa da, generatoru asanlıqla hərəkətə gətirir. Başqa sözlə yüksək sürətli külək turbinləri istifadə üçün son dərəcədə yararlıdır.

Ən sadə külək turbini 3 hissədən ibarətdir. 1.Fırlanan pərlər. Külək əsdiyi zaman pərlərə toxunaraq onu fırlatmağa başlayır. Küləyin əsdiyi səmtə uyğun dönəcək şəkildə quraşdırılır.

2. Yarımoxlar. Pərlərin dönməsiylə ona bağlı olan yarımoxlar da dönməyə başlayır. Bu zaman motorun içərisində hərəkət yaranır və motorun çıxışında elektrik enerjisi alınmış olur.

3. Generator. Elektromaqnit induksiya ilə elektrik cərəyanı alınır. Pərlər yarımoxları döndərdiyi zaman motor içərisindəki sarğı hissəsi ətrafındakı maqnetiklərin ortasında dönməyə başlayır, nəticədə alternativ axın yaranır. Şəkil 1-də müasir külək turbininin işləmə prinsipi təsvir olunmuşdur:



Şəkil 1. Ən sadə külək turbininin quruluş sxemi. 1. Fırlanan pərlər. 2. Qoruyucu təbəqə. 3,4. Göbək. 5, 7. Yarımoxlar. 6. Dişli çarxlar qutusu. 8, 9. Avtomatik saxlatma hissə. 10. Generator. 11. Enerji çıxışı 12. Qüllə.

Tipik bir külək turbini ildə 5,2 milyon kilovatsaat enerji verə bilər. Bu enerji ilə təxminən 600 abonentin ehtiyacını ödəmək olar. Ümumiyyətlə, 50000 külək turbini illik 50 milyard kilovatt saat enerji hasil edir. Külək- elektrik sistemlərində alına bilən enerjinin f.i.ə. 25-35% aralığındadır. Küləyin gücü və sürəti sabit olmadığından alınan enerjini bu və ya digər şəkildə depolama (toplama) zərurəti yaranır. Bir çox depolama üsulları mövcuddur. İstilik depolama, Su pompalama, Ətalət depolama, Sıxışdırılmış hava depolaması, Hidrogen depolama, Akkumulyatorlar.

Bir külək turbininin hasil etdiyi enerji küləyin gücündən və pərin ölçülərindən asılıdır. Bir çox qurğularda əsasən küləyin sürəti saniyədə 6-15 m və pərlərin uzunluğu 10-80 m aralığında olan ölçülərə əsaslanmışdır. Nəzəri olaraq alınan enerjinin artması üçün pərin ölçülərinin artırılması zərurəti yaranır. Bu da qurğunun hündürlüyünün və külək yüksəkliyinin artmasına gətirir. Bunun sayəsində daha çox küləkdən istifadə etməklə, daha sürətli bir dönmə hərəkəti yaranır. Qurğunun pərlərinin ölçüləri ilə alınan maksimum enerji arasındakı əlaqə cədvəldə göstərilmişdir:

Pərlərin ölçüsü və alınan maksimum enerji	
10	25
17	100
27	225
33	300
40	500
44	600
48	750
54	1000
64	1500
72	2000
80	2500

Cədvəl 2. Külək turbinlərində pərlərin ölçüləri və maksimum güc çıxışı arasındakı əlaqə.

İndi dünyanın bir çox inkişaf etmiş ölkələrində bu enerji növündən geniş istifadə olunur. Ümumiyyətlə, külək turbinlərini hər bir ölkədə quraşdırmaq mümkündür. Ayrıca külək turbinləri uzaq bölgələrdə quraşdırılıb, alınan enerjini mərkəzi yerlərə çatdırılması daha asandır. Son dövrlərdə respublikamızda bu istiqamətdə çox mühüm işlər görülmüşdür. Yaxın gələcəkdə külək enerjisindən istifadə etməklə əhalinin fasiləsiz və etibarlı enerji ilə təmin olunması istiqamətində mühüm perspektivlər gözlənilir.

Bu enerji növünün ucuz başa gəlməsi, ekoloji cəhətdən təmiz olması, alınan enerjinin daha az mənfəət istehlaklara çatdırılması yolları şagird və tələbələrə aydınlaşdırılmalıdır. Bu baxımdan muxtar respublikamızda külək enerjisindən istifadə üçün əlverişli şəraitin olduğu izah olunmalıdır.

ƏDƏBİYYAT

1. <http://www.electrics.blogcu.com>, 2009
2. <http://www.bilgiustam.com> /alternativ enerji, 2009

ABSTRACT

Nazile Mahmudova, Leyla Ibrahimova

THE METHODS OF OBTAINING ELECTRIC ENERGY BY ALTERNATIVE WAY

In the article have been investigated essential features forming of electric energy from wind energy. It have been determined, that according to the geographical situation, natural conditions and structure of economical development in Azerbaijan has great opportunities for the ecologically cleaned and restored wind energy. Have been marked, what as some countries of the world, as in our republic the near future belongs to the use of energy of this kind.

РЕЗЮМЕ

Н.Махмудова, Л.Ибрагимова

УСЛОВИЯ ПОЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ АЛЬТЕРНАТИВНЫМ ПУТЁМ

В статье рассмотрены основные характеристики получения электрической энергии из ветровой энергии. Определено, что в Азербайджане по географическому положению, природным условиям и по структуре развития экономики имеются большие перспективы для использования экологически чистой, восстанавливаемой ветровой энергии. Показаны принципы работы ветровых установок, использованные в современном времени. Было отмечено, что как во многих странах мира, так и в нашей республике ближайшее будущее принадлежит использованию этого вида энергии.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

Məqaləni çapa təqdim etdi: Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru, professor Cavanşir Zeynalov

ÜLVÜ VƏLİYEV

AMEA Naxçıvan Bölməsi

veliyev_ulvu@mail.ru

UOT:539.12

GÜNƏŞİN FİZİKİ XÜSUSİYYƏTLƏRİ

Açar sözlər: *Günəş tacı, Günəş küləyi, konvektiv zona, fotosfer, xromosfer***Key words:** *Solar corona, solar wind, convective zone, photosphere, chromosphere***Ключевые слова:** *солнечная корона, солнечный ветер, конвективная зона, фотосфера, хромосфера*

Günəş kainatda mövcud olan saysız-hesabsız ulduzlardan biridir. Bütün ulduzlar kimi Günəş də plazma halında olan qazlardan ibarət odlu kürədir. Günəşi şərti olaraq iki hissəyə ayırmaq olar: daxili və xarici hissə. Müasir təsəvvürlərə görə Günəşin daxili quruluşu nüvədən, şüaköçürmə zonasından və konvektiv zonadan ibarətdir. Xarici hissə atmosfer adlanır. Günəş atmosferinə fotosfer, xromosfer və Günəş tacı daxildir. Günəşin səthində, yəni fotosferdə temperatur 6000 K-ə yaxındır. Ulduzların daxili quruluşu haqqında müasir nəzəriyyələrə görə temperatur daxilə getdikcə yüksələrək Günəşin mərkəzində (nüvəsində) $1,5 \cdot 10^7$ K olmalıdır. Günəşin mərkəzində təzyiq $3,4 \cdot 10^{13}$ a.t., sıxlıq isə 160 q/sm^3 -dur. $1/4 R_{\odot}$ ölçülü nüvədə ($1/64 V_{\odot}$) Günəş kütləsinin yarısı ($1/2 M_{\odot}$) toplanmışdır. Günəş enerjisinin 99%-i bu zonada generasiya olunur. Nüvədə mövcud olan çox böyük temperatur, sıxlıq və təzyiq orada nüvə reaksiyalarının getməsinə şərait yaradır ki, bu da Günəş enerjisinin əsas mənbəyidir. Nüvə reaksiyalarının əsasını hidrogenin heliuma çevrilməsi prosesi təşkil edir [4]. Eynşteynin məşhur kütlə-enerji münasibətinə ($E=mc^2$, c - işıq sürətidir) görə 1 qram hidrogenin heliuma çevrilməsində $\sim 10^{12}$ C (coul) enerji ayrılır. 1 saniyə ərzində $4,3 \cdot 10^6$ ton Günəş kütləsi enerji şəklində şüalanır. Günəşin nüvəsində generasiya olunan enerji $0,8 R_{\odot}$ məsafəsinə qədər şüalanma ilə ötürülür. Bu zona şüaköçürmə zonası adlanır. Enerjinin sonrakı ötürülməsi Günəş maddəsinin konvektiv hərəkəti hesabına baş verir. Konvektiv zona fotosferə qədər davam edir. Adi gözlə baxdıqda Günəş kənarları dəqiq seçilən parlaq disk kimi görünür. Ancaq teleskopla baxdıqda Günəş diskinin üzərində tək-tək və qruplar şəklində ləkələrin olduğu aşkara çıxır. Günəş diskində ləkələrdən başqa qranullar adlanan kiçik strukturlar da görünür. Qranullar düyü dənələrinə bənzəyirlər və Günəşin bütün səthini əhatə edirlər. Günəşin görünən səthi fotosfer adlanır.

Fotosferdə konveksiya qranullar şəklində meydana çıxır. Müşahidələr göstərir ki, qranullarda maddə yuxarıya, qranulların ətrafında isə aşağıya doğru hərəkət edir. Günəşin fəzaya şüalandırdığı enerjinin demək olar ki, hamısı fotosferdən şüalanır. Fotosfer qalınlığı 100-150 km olan nazik təbəqədir. Fotosferə bəzən Günəş atmosferinin aşağı qatı kimi də baxılır. Fotosfer Günəşin ən "soyuq" yeridir. Əgər Günəşin nüvəsindən tacına doğru temperatur dəyişməsinə izləsək, görürük ki, fotosferdə kəskin sürətdə 6000 K- dən aşağı düşən temperatur Günəş tacında 10^6 K-ə qədər yüksəlir. Temperaturun fotosferdə bu cür anormal dəyişilməsinin səbəbi hələlik tam aydınlaşdırılmamışdır.

Günəşin xətti və bucaq ölçüləri ancaq fotosferə görə təyin olunur. Yerlə Günəş arasındakı orta məsafə $1,49 \cdot 10^6$ km olduğundan, bu məsafədə Günəş diskinin bucaq radiusu təqribən 16'-dir ki, bu da Günəşin radiusunun $R_{\odot} = 696\,000$ km olduğu qənaətinə gəlməyə imkan verir. Asanlıqla yoxlamaq olar ki, Günəşin radiusu Yerin radiusundan 109 dəfə, Yerlə Ay arasındakı məsafədən isə 2 dəfədən də çox böyükdür. Günəşin daxili quruluşunun müasir modeli cədvəldə göstərilmişdir.

Mərkəzdən olan məsafə, (R/R ₀)	Temperatur, T (K)	Təzyiq, P (Pa)	Sıxlıq, ρ (q/sm ³)
Nüvə			
0	$1,55 \cdot 10^7$	$2,3 \cdot 10^{16}$	149,0
0,1	$1,31 \cdot 10^7$	$1,3 \cdot 10^{16}$	87,4
0,2	$9,42 \cdot 10^6$	$4,4 \cdot 10^{15}$	35,3
Şüaköçürmə zonası			
0,3	$6,81 \cdot 10^6$	$1,1 \cdot 10^{15}$	12,1
0,4	$5,14 \cdot 10^6$	$2,7 \cdot 10^{14}$	3,94
0,5	$3,98 \cdot 10^6$	$7,0 \cdot 10^{13}$	1,32
0,6	$3,13 \cdot 10^6$	$2,1 \cdot 10^{13}$	0,50
Konvektiv zona			
0,7	$3,34 \cdot 10^6$	$6,4 \cdot 10^{12}$	0,2
0,8	$1,38 \cdot 10^6$	$1,6 \cdot 10^{12}$	0,09
0,9	$6,02 \cdot 10^5$	$2,0 \cdot 10^{11}$	0,02
0,98	$9,96 \cdot 10^4$	$1,7 \cdot 10^9$	0,001
Fotosfera			
1,0	$4,56 \cdot 10^3$	$1,2 \cdot 10^4$	$0,74 \cdot 10^{-7}$

Cədvəldən göründüyü kimi Günəşin mərkəzindən səthinə doğru əsas fiziki parametrlərin (T, P və ρ) qiyməti çox böyük miqyasda aşağı düşür. Buna səbəb Günəşdəki fiziki proseslərin çox dinamik və intensiv cərəyan etməsidir.

Günəş atmosferi dedikdə Günəşin xarici hissəsi nəzərdə tutulur. Tam Günəş tutulması vaxtı Ay Günəş diskini demək olar ki, tamamilə örtür. Bu vaxt fotosferin şüalanmasının qarşısı kəsildiyindən Günəşin diski boyu ensiz çəhrayı zolaq meydana çıxır. Bu zolağa xromosfer deyilir. Tutulma vaxtı xromosferdən sonra bəzən bir neçə Günəş radiusu məsafəsi qədər uzanan gümüşü rəngli Günəş tacı müşahidə olunur. Xromosferin şüalanması yüz dəfələrlə, Günəş tacının şüalanması isə milyon dəfələrlə fotosfer şüalanmasından zəif olduğundan, onlar ancaq tam Günəş tutulması vaxtı görünürlər. Xromosfer və Günəş tacı bir yerdə Günəş atmosferi adlanır. Bəzən fotosferi Günəş atmosferinin aşağı qatı kimi də hesab edirlər [2].

Tam Günəş tutulması vaxtı bir neçə saniyə ərzində Günəş diskinin kənarında müşahidə edilən xromosferin qalınlığı ~12000 km intervalındadır. Xromosfer fiziki xüsusiyyətlərinə görə mürəkkəb və dinamik bir zonadır. Günəş fəallığının əsas ünsürlərindən olan alıxmalar məhz xromosferdə baş verir. Xromosferin aşağı qatlarında temperatur 5000-6000 K olsa da yuxarı qatlarında (>1500 km) artıq 15000 K-ə çatır. Xromosferin Günəş tacına qovuşduğu yerdə temperatur 10^6 K olur. Xromosferdə temperaturun belə dinamik dəyişməsi onu göstərir ki, Günəş maddəsinin Günəş tacına və planetlərarası fəzaya ötürülməsində xromosfer müstəsna rol oynayır.

Yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi tam Günəş tutulması vaxtı müşahidə olunan strukturlardan biri də Günəş tacıdır. Günəş tacı atmosferin ən yuxarı qatı olub, Günəş diskindən bir neçə $R_{\odot}$ qədər məsafəni əhatə edir. Günəş tacının tac şüaları adlanan strukturları isə 30-40 $R_{\odot}$ məsafəyə qədər uzana bilir. Tac maddəsinin sıxlığı 10^{-15} - 10^{-17} q/sm³, temperaturu isə $(1-2) \cdot 10^6$ K intervalındadır. Tacın forması Günəş fəallığından asılı olaraq dəyişir. Fəallığın minimum vaxtı nisbətən simmetrik olan Günəş tacı maksimumda müxtəlif formalarda ola bilər. Günəş diskinin kənarından uzaqlaşdıqca Günəş tacının parlaqlığı azalır. Tacın nisbətən parlaq olan hissəsi (0,2-0,3 $R_{\odot}$) daxili tac, qalan hissəsi isə xarici tac adlanır. Daxili tacın strukturu qövs, dəbilqə və bulud şəkilli elementlərdən ibarətdir. Xarici tac üçün isə şüa şəkilli çıxıntılar xarakterikdir. Qeyd edildiyi kimi tac şüaları bəzən 30-40 $R_{\odot}$ qədər uzana bilir. Radioastronomik metodlar vasitəsi ilə isbat

olunmuşdur ki, Günəş atmosferi (tacı) Yerin orbitinə qədər davam edir. Bundan başqa komet quyruğundakı maddənin hərəkətinin tədqiqi onu deməyə əsas verir ki, Günəş tacından daimi plazma axını baş verir və Günəş küləyi adlanan bu maddə axını 300-400 km/san sürətlə Yerə çatır ki, bu da Yer atmosferində bir çox geofiziki effektlərin yaranmasına səbəb olur. Bizim müşahidə etdiyimiz Günəş şüalanmasının demək olar ki, hamısı Günəş atmosferi tərəfindən şüalandırılır. Günəş şüalanmasının spektri görünən bölgədə kəsilməz spektrdən və çoxlu sayda udulma xətlərindən ibarətdir. Kəsilməz spektrin fonunda görünən bu udulma xətləri Fraunhofer xətləri adlanır. Bu xətləri ilk dəfə 1814-cü ildə alman fiziki Fraunhofer kəşf etmişdir. Kəsilməz spektrin intensivliyi 4300-5000 Å bölgəsində ən yüksək həddə çatır.[3]

Günəş kütləsinin 70% -ni Hidrogen təşkil edir. Miqdarına görə ikinci yeri Helium tutur – 28%. Günəşdə aşkar edilmiş digər 70-dən çox digər kimyəvi elementlər birlikdə Günəş kütləsinin cəmi 2% -ni təşkil edir. Burada çox mühüm bir məsələni qeyd etmək vacibdir. Günəşdəki kimyəvi elementlərin nisbi miqdarı digər ulduzlarda, ümumiyyətlə kainatda olduğu kimidir. Bu o deməkdir ki, fundamental fiziki qanunlar kainatın hər yerində eynidir [1].

ƏDƏBİYYAT

1. Hüseynov R.Ə. Astronomiya, Bakı, Maarif, 1997, 466 s.
2. Прист Э.Р. Солнечная магнитогидродинамика, Москва, Мир, 1985, 589 с.
3. Quluzadə C.M. Günəş fizikası, Bakı, Elm və təhsil, 2012, 231 s.
4. https://az.wikipedia.org/wiki/Günəş_sistemi.

ABSTRACT

Ulvi Veliyev

PHYSICAL PROPERTIES OF THE SUN

A review of the internal structure, chemical composition and atmosphere of the Sun is stated in the presented paper. Physical features of the Sun structure are given in detail and presented in tabular form in compliance with the modern model. The paper explains the concept of the solar atmosphere and shows its structure in general. It is noted that the mass of the Sun is composed mainly of hydrogen and helium.

РЕЗЮМЕ

Ульви Велиев

ФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СОЛНЦА

В представленной работе изложен обзор внутренней структуры, атмосферы и химического состава Солнца. В соответствии с современной моделью подробно приведены и представлены в виде таблицы физические особенности структуры Солнца. В статье разъясняется понятие Солнечной атмосферы и в общем виде показывается ее структура. Отмечено, что масса Солнца состоит в основном из водорода и гелия.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

Məqaləni çapa təqdim etdi: Riyaziyyat üzrə elmlər doktoru,
professor Cavanşir Zeynalov

KAMİL ƏLİYEV
AKİM AXUNDOV

Naxçıvan Dövlət Universiteti
akhundov7@gmail.com

UOT:

AZƏRBAYCANDA DİNCƏ QOYULMUŞ TORPAQLAR

Açar sözlər: *Fiziki aşınma, kol-kos, ot-ələf, qrunտ suları, səthi şumlanma, şorlaşma, çatların əmələ gəlməsi*

Key words: *Physical wear, shrubs, grass water, ground water, surface salinization, salting, cracks formation*

Ключевые слова: *Физический обработка, кустарники, трава, грунтовые воды, фумигация поверхности, поверхностное засоление, образование трещин*

Öz yaşayış tərzini torpaqla nizamlayan qədim insanlar torpağın hər qarışının qiymətini bilmişlər. Torpaqların minerallığını və rütibətliyini qoruyub saxlamaq üçün insanlar öz torpaq sahələrini dincə qoymaqla istifadə edirdilər. Bu ənənə Azərbaycan Respublikasında 1990 – cı illərə qədər davam etmişdir. Sovetlər İttifaqı dağılandan sonra iqtisadi əlaqələrin pozulması torpaq sahələrindən istifadəni azaltmışdır. Ümumiyyətlə torpaqların əkilməməsi, dincə qoyulması və illər boyu torpağa qayğı göstərilməməsi, aşınmasına, yararsız hala düşməsinə səbəb olur.

Birinci mərhələdə torpaqlarda qismən çatların əmələ gəlməsi, şorlaşma getməsi, ikinci mərhələdə torpaqların yararlı hala gətirilməsi böyük xərc və zəhmət tələb edir.

Azərbaycan Respublikasında insanların torpaqların meliorasiyası ilə xüsusən əkinçiliklə, suvarma meliorasiyasının tətbiqi ilə məşğul olmalarının, o işlərə daim ehtiyac hiss etmələrinin tarixi xeyli qədim olsa da, bu istiqamətdə daha aydın, elmi- tədqiqat təcrübələrinin müsbət nəticələrinə və nəzəri hesablamalara əsaslanan, geniş miqyasla, kompleks meliorasiya tədbirlərinin görülməsinə əsasən keçən əsrin 50 – ci illərdən sonrakı dövrdə başlanmışdır.

Yer kürəsində insanların sayı artdıqca, onların qidaya olan tələbatının artması torpağa bağlılıqlarını daha da artırır.

Uzun illər əkin üçün istifadə olunmayan torpaqların istifadəsi üçün torpaqlar meliorativ tədbirlərlə yararlı hala salınmalıdır.

Ötən əsrin 50 – ci illərindən sonra şorlanmış torpaqlarda iri miqyaslı meliorasiya və su təsərrüfatı layihələri həyata keçirilmişdir. Həyata keçirilən tədbirlərdən biri də şorlanmış torpaq sahələrində drenaj şəbəkə və sistemlərinin qurulmasıdır. Bu sistemlər şorlanmış torpaqların yuyularaq həll olunan zərərli şorlanmış duzlardan təmizlənməsində, eyni zamanda torpaqda əlverişli su- duz balansının yaradılması və təkrar şorlaşmanın qarşısını almaq məqsədi ilə tətbiq edilir.

Drenajın tətbiqində nəzərə almaq lazımdır ki, yeraltı qrunт suları yer səthinə çox yaxındır və onların normal axınının olmaması ən başlıca şərtidir. Normal axını olmayan zəif su sızdırma qabiliyyətinə malik olan ağır mexaniki tərkibli şorakətli və sodalı şorlanmış torpaqlarda duzların adi su ilə yuyulması çətin olur. Belə hallarda yuma prosesini sürətləndirmək və yuma müddətini qısaltmaq üçün müxtəlif kimyəvi meliorantlardan istifadə olunur.

Bu məqsədlə əsas meliorantlar gips tozu və sulfat turşusunun zəif məhluludur. Ümumiyyətlə torpaqların şorlaşması bir çox səbəblərdən baş verir ki, bunların bəzilərini qeyd etmək yerinə düşər.

1. Su anbarları və kanalların ətrafında yaranan şorlaşma. Bu, anbarın dibindən suyun yerin müəyyən dərinliklərinə nüfuz etməsi qrunт suları vasitəsilə bənd ətrafında birləşməsi. Qrunт sularının həcmi artdığından öz axarı ilə axa bilməməsi və yerin yuxarı səthinə qalxması, keçdiyi yolda duzları yuyub torpağın üst səthinə qaldırmasıdır.

2. Suvarma qaydalarına əməl olunmaması.

3. Payız sularının axmasının nizamlanmaması.

4. Kifayət qədər meşə zolaqlarının olmaması.

5. İnsanlar tərəfindən məişət tullantılarının torpağa atılması və yararsız hala salınması.

6. Torpaqların əkilməməsi və ya müəyyən vasitələrlə dincə qoyulması və . s

Torpağın əsas kimyəvi xassələrindən biri onun element tərkibi hesab edilir (2,s 45).

Torpaqların əkilməməsi və ya müəyyən fasilələrlə dincə qoyulması səbəbindən şorlaşmaları bir az da geniş izahat vermək, yaranan problemin həlli üçün tədbirlərin həyata keçirməsini göstərməklə torpağa çəkilən xərclərin azaldılmasına və az əmək sərf olunmasına nail olmaq olar.

Dincə qoyulmuş torpaqlarda fiziki aşınmanın əsas səbəbi yer səthində sutkalıq və mövsümi temperaturun dəyişməsidir. Günəş şüası altında süxurun üst qatları güclü qızır, alt qatları isə istiliyi yaxşı keçirməməsilə əlaqədar öz əvvəlki temperaturunu saxlayır. Qızmış üst təbəqə genişlənir, onda gərginlik yaranır və çatlar əmələ gəlir (1,s.113).

Çəmən-şoran torpaqları Şirvan düzü ərazisində qrunut suları yerin səthinə yaxın olan, çayların gətirmə konuslarının orta hissəsində və düzənlik daxilində Kür çayı sahilləri yaxınlığında yayılmışdır (5.s.257).

Günəş süxuru qızdırmadığı vaxt isə süxurun üst təbəqəsi şüaları buraxaraq tez soyuyur və sıxılmağa başlayır, süxurun daxili hissəsi isə öz temperaturunu saxlayır, həcmi isə dəyişmir. Belə olduqda, süxurun səthində yaranmış gərginlik nəticəsində radial istiqamətdə çatlar əmələ gəlir. Bu çatlara dolan su donarkən öz həcmi böyüdür, bunun nəticəsində çatların həcmi də genişlənir (1,s.113).

Torpaqəmələgəlmə prosesi təkcə kimyəvi dəyişikliklərdən ibarət deyildir. Bu zaman torpağın həcm kütləsində də böyük dəyişikliklər baş verir. Bu əsasən torpağın mexaniki yumşalması və torpaqəmələgətirən süxurların sıxlaşması zamanı baş verir (2,s 70).

Yuxarıda göstərilən hal isti iyun zonalarına aiddir. Belə ki, isti iqlimə malik olan zonalarda əkilməyən və dincə qoyulan torpaqlarda havanın temperaturu təsirindən yaranır. Əvvəlcə quruma, sonra isə çatlar əmələ gəlməyə başlayır. Çatlar torpağın üst qatı ilə qrunut suları arasındakı məsafəni azaldır və göstərilən səbəb üzündən qrunut suları buxarlanaraq torpağın üst qatının şorlanmasına səbəb olur. Bu hal qrunut sularının normal maillikli sahələrdə tənzimlənmiş axınlarının olmasına baxmayaraq baş verir.

Uzun illər aparılmış müşahidələrlə müəyyən edilmişdir ki, uzun müddət torpağın aşınma prosesində, strukturun əmələ gəlməsində və həm də bitkilərin qidalanmasında həlledici rol oynayır (3,s.277).

Dincə qoyulmuş torpaqlarda qrunut sularının rolu da az deyildir. Bu prosesə suyun minerallıq dərəcəsi, kimyəvi tərkibi, dərinliyi böyük təsir göstərir. Qrunut suyu yer səthindən çox dərinə yerləşmirsə torpağı kimyəvi maddələrlə zənginləşdirir, onun su və hava rejimini dəyişdirir. Qrunut suları səthə yaxın yerləşərsə torpağı hədsiz rütubətləndirir, onun şorlaşmasına və bataqlıqlaşmasına səbəb olur.

Ədəbiyyatlarda torpaqların şorlaşma səbəbləri geniş izah edilmişdir. Bizim fikrimiz torpağın eroziyasını mümkün qədər aşağı salmaqdır.

Relyef şəraiti qrunut sularının səviyyəsinə də mühüm təsir göstərir (3,s.92).

Torpağın üst qatı qrunut suları ilə yanaşı qalaktikada baş verən proseslərdən yer səthinə yenən zəhərli maddələrlə və atmosfer yağıntıları ilə də eroziyaya uğrayır.

Mövcud suvarma üsullarından ən çox yayılanı öz axımı və ya səth suvarma üsuludur (4,s.24).

Təklif edirik ki, torpağın nəmliyinin saxlanması üçün çatların əmələ gəlməsinin və qrunut sularının buxarlanıb üst səthə qalxmasının qarşısını almaq üçün torpaq mütləq şumlanıb dincə qoyulmalıdır ki, bu da çat əmələ gəlməsinin qarşısını almış olur.

Torpağın rəngi onun çox mühüm makromorfoloji əlamətlərindən olub, təsnifat və diaqnostika məsələlərində geniş istifadə edilir (2,s.77).

Gələcəkdə böyük xərclərin çəkilməməsi üçün əkilməyən torpaqlarda da səthi şumlama işlərinin aparılması məsləhət görülür. Aparılan müşahidələr göstərir ki, uzun illər (əkilməyən) əkin üçün istifadə edilməyən, dincə qoyulan torpaqlarda eroziya kənd təsərrüfatına böyük zərər vurur. Yuyulan torpaqlar az aktiv nəmliyə malik olurlar. Təcrübə göstərir ki, zəif yuyulmada məhsuldarlıq (15-20)%, orta yuyulmada (30-40)% və güclü yuyulmada (60- 80)% aşağı düşür. Yuyulma nəticəsində torpağın üst qatı və qidalandırıcı maddələr yuyulduğu üçün onun aqrofiziki tərkibi dəyişir.

Meşə-bozqır zonasının bitki örtüyü yaxın keçmişdə meşə sahələri ilə çəmən –bozqırların bir-birini əvəz etməsindən ibarət olmuşdur. (5,s.303)

Dincə qoyulmuş torpaqlarda kol-kosun olmasında çox önəm daşıyır və bunun əsas səbəblərindən biri kimin görürük ki, külək torpağın səthində toz və qum hissəciklərini sovurub apararaq torpağın profilini dəyişir, torpaq ilkin genetik xassələrini itirir. Dincə qoyulmuş torpaqlarda

istiliyin və rütubətin paylanması, relyefdən çox asılıdır, relyef küləyin istiqamətinə və gücünə, günəşin torpaq səthini isitməsiylə kol-kolsun (bitki örtüyünün)formalaşmasına təsir göstərir.

Yuxarıda qeyd olunduğu kimi, torpağın eroziyadan qorunması şərtlərindən biri də kol – kosluqla dolu olan torpaqlardır. Bu sahələrdə atmosfer suları güclü axa bilmir və torpaq yuyulmur.

Dincə qoyulmuş torpaqların yararsız hala düşməməsi üçün birinci mərhələdə o,torpaqların kol-koslu olması: İkinci mərhələdə səthi şumlanıb dincə qoyulması şərtidir.

Torpağın əkilməsində əkin sahələrində sahənin mailliyi nəzərə alınmalı, torpaq sahəsinin kol-kosun (ot-ələflə) örtürülməsi onun tərkibindəki suyun buxarlanmasına təsir edir. Şumlanmış və quru torpaq sahələrində buxarlanma, nəm və bərk torpaqlara nisbətən az olur. Bu da torpağın münbüt qalmasına təsir edir. Yəni torpağa nə əkilibsə onun inkişafı üçün münbit şərait yaradılmış olur .

Ona görə də dincə qoyulmuş torpaqlar sahəsi mütləq səthi şumlanmalıdır . Ta qədim zamanlardan müasir dövrümüzədək bəşər sivilizasiyasının əsaslarını formalaşdıran amillərdən biri torpaq və onunla bağlı münasibətlər sistemi olmuşdur ki, bunda əsasını təşkil edən amillərdən biri də dincə qoyulmuş torpaqlar sahəsinin mütləq səthi şumlamaq lazımdır.

ƏDƏBİYYAT

1. Əhmədov Ş.Mühəndis ekologiyası.Bakı,2012,234s.
2. Hüseynov A.Hüseynov N.Torpaq kimyası.Bakı,2012,582s.
3. Həsənov Ş. G,Əsgərova M.M.Torpaq coğrafiyası torpaqşünaslığın əsasları ilə.Bakı,2010,114s.
4. Qəhrəmanlı Y.Mühəndis meliorasiyası.Bakı,Təhsil,2004,309s.
5. Məmmədov Q.Torpaqşünaslıq və torpaq coğrafiyasının əsasları.Bakı,Təknur, 2010,382s

ABSTRACT

Kamil Aliyev, Akim Akhundov

While planting soil, the inclination of the area in the sown field should be taken into consideration. Covering of soil with weed impacts on water evaporation out of its composition. Evaporation in the plowed and dry soils is less common in comparison with moisture and hard soils. It means that, what is planted to the soil, shall create favorable conditions for growth of the soil.

Due to this reason, the area of fallow soils should be absolutely plowed. One of the factors forming the bases of human civilization have been soil and relations system from the from ancient times to modern era and one of the factors which is deemed to be a basis for it is that the area of fallow soils is to be absolutely ploughed.

РЕЗЮМЕ

Камиль Алиев, Аким Ахундов

При орошении почвы должно учитываться состояние почвы на посевных участках. Покрытие земельных участков травой оказывает воздействие на пропуск воды через слои почвы. На политых и сухих земельных участках бывает мало паровых, сырых и твердых почв. А это оказывает воздействие на состояние почвы. То есть, какая либо культура не была бы посажена на почву, для развития этих культур необходимо создать плодородные условия. Поэтому оставленные под паром земельные участки должны быть обязательно вспаханы. Одним из факторов формирования человеческой цивилизации с древности до настоящего времени, является почва и система отношений, связанных с ней и одним из факторов, связанных с этим, является необходимость обязательной вспашки земельных участков, находящихся под паром.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

METODİKA

RÖVŞƏN HƏSƏNOV

Naxçıvan Dövlət Universiteti

h_rovshan51@rambler.ru

UOT: 372.8:512.

CƏBR KURSUNUN TƏLİMİNDƏ BƏZİ ÇƏTİNLİKLƏR VƏ ONLARIN
YARANMA SƏBƏBLƏRİ HAQQINDA**Açar sözlər:** cəbr kursunun təlimi, rezultant, əvəzləmə, zənciri kəsrlər, determinant**Key words:** instruction of algebra course, resultant, substitution, chain fractions, determinant**Ключевые слова:** обучение курса алгебра, результат, подстановка, цепные дроби, определитель

Yüksək elmi səviyyəli kadrların hazırlanması ali məktəblər qarşısında duran ümdə vəzifədir. Bu vəzifəni uğurla icra etmək üçün tədris olunan fənlərin təlimində müxtəlif metodlar tətbiq olunur və praktik tədris məqsədlərindən irəli gələn müxtəlif tələblərə əməl edilir. Riyazi fənlərin, xüsusilə cəbr kursunun tədrisində ən mühüm tələblərdən biri riyazi ideyaların, nəzəriyyələrin elementlərinin aydın şəkildə şərh etməklə, onların tələblər tərəfindən dərinlən mənimsənilməsinə nail olmaqdan ibarətdir. Bu məsələyə xüsusi diqqət verilməməsi fənnin təlimində müəyyən çətinliklər yaradır. Bu qəbildən olan və cəbr kursunun təlimində meydana çıxan bəzi məsələləri şərh edək.

İki çoxhədlinin ƏBOB-nun tapılması Evklid alqoritmının (ardıcıl bölmə üsulunun) vasitəsilə həyata keçirilir. Bu üsulla iki çoxhədlinin ƏBOB-nu taparkən bir çox hallarda çoxhədlilərin bölünməsi əməliyyatını dəfələrlə təkrarlamaq lazım gəlir. Bir çox hallarda sonda tədqiq edilən çoxhədlilərin qarşılıqlı sadə olduğu məlum olur. Təbii ki, ƏBOB-un axtarışından əvvəl iki çoxhədlinin qarşılıqlı sadə olmaması, yəni onların müsbət dərəcəli ortaq vuruğunun mövcud olması haqda məlumatın olması arzuolunandır. Bu haqda cəbr kursunda əlamət verilir və isbat edilir [1,15.3.1]. Həmin əlaməti praktik məqsəd üçün daha yararlı formada yazmaq istəyərkən çoxhədlinin əmsallarından düzəldilən və rezultant adlandırılan xüsusi şəkilli determinant alınır. Bu determinant verilmiş n və m dərəcəli çoxhədlilərin əmsallarından tərtib edilir. Onun alınması prosesi ümumi şəkildə aparıldıqda, prosedura və nəticə tələblər tərəfindən çətinliklə qavranılır. Lakin prosesi n və m -in konkret münasib qiymətlərində aparıb, sonra ümumi hal üçün nəticəni yazdıqda, mövzunun şərhə və mənimsənilməsində çətinlik aradan götürülür.

Biz, məsələn $n = 4$ və $m = 3$ qəbul edib (1) [1,səh.504] bərabərliyini aşağıdakı kimi yazı bilərik:

$$\begin{aligned} (a_0 x^4 + a_1 x^3 + a_2 x^2 + a_3 x + a_4)(c_0 x^2 + c_1 x + c_2) = \\ = (b_0 x^3 + b_1 x^2 + b_2 x + b_3)(d_0 x^3 + d_1 x^2 + d_2 x + d_3) \end{aligned} \quad (1)$$

Bərabərliyin hər iki tərəfində vurmanı yerinə yetirərək, eyni qüvvət üstlü x -lərin əmsallarını bərabərsizləşdirərək aşağıdakı xətti tənliklər sistemini alırıq:

$$\begin{aligned} a_0 c_0 &= b_0 d_0, \\ a_1 c_0 + a_0 c_1 &= b_1 d_0 + b_0 d_1, \\ a_2 c_0 + a_1 c_1 + a_0 c_2 &= b_2 d_0 + b_1 d_1 + b_0 d_2, \\ a_3 c_0 + a_2 c_1 + a_1 c_2 &= b_3 d_0 + b_2 d_1 + b_1 d_2 + b_0 d_3, \\ a_4 c_0 + a_3 c_1 + a_2 c_2 &= b_2 d_1 + b_2 d_2 + b_1 d_3, \\ a_4 c_1 + a_3 c_2 &= b_3 d_2 + b_2 d_3, \\ a_4 c_2 &= b_3 d_3 \end{aligned} \quad (2)$$

Alınan xətti tənliklər sistemi 7 məchullu ($c_0, c_1, c_2, d_0, d_1, d_2, d_3$ – məchullarıdır) 7 bircins xətti tənlikdən ibarətdir. Bircins xətti tənliklər sistemi yalnız və yalnız onda sıfırdan fərqli həllə malik olur ki, onun əsas matrisinin determinantı sıfıra bərabər olsun. (2) xətti tənliklər sistemində tənliklərin sağ tərəfini sol tərəfə keçirək, məchulları $c_0, c_1, c_2, -d_0, d_1, d_2, d_3$ hesab edərək əsas matrisi yazaq:

$$\begin{bmatrix} a_0 & 0 & 0 & b_0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_0 & 0 & b_1 & b_0 & 0 & 0 \\ a_2 & a_1 & a_0 & b_2 & b_1 & b_0 & 0 \\ a_3 & a_2 & a_1 & b_3 & b_2 & b_1 & b_0 \\ a_4 & a_3 & a_2 & 0 & b_3 & b_2 & b_1 \\ 0 & a_4 & a_3 & 0 & 0 & b_3 & b_2 \\ 0 & 0 & a_4 & 0 & 0 & 0 & b_3 \end{bmatrix} \quad (3)$$

(3) matrisinin determinantı yalnız və yalnız onun transponirəsinin determinantı sıfıra bərabər olduqda, sıfır olur. Deməli, (2) sisteminin sıfırdan fərqli həllinin olması üçün

$$R = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & 0 & 0 \\ 0 & a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & 0 \\ 0 & 0 & a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$

yəni

$$R = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & & \\ & a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & \\ & & a_0 & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & & & \\ & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & & \\ & & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 & \\ & & & b_0 & b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} \left. \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix} \right\} 3 \left. \begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix} \right\} 4$$

determinantı sıfıra bərabər olmalıdır.

Bundan sonra n və m dərəcəli iki çoxhədlinin rezultantının ümumi şəkildə yazılması çətinlik tərtəmir.

Analoji hallar “Elementar matrislər” mövzusunun tədrisi prosesində də yarana bilər, [1,səh.216]. $E_{\lambda(i)}$ ilə E vahid matrisindən onun 1-ci sətirinin $\lambda \neq 0$ skalyarına vurulmasından alınan matris, $E_{(i)+\lambda(k)}$ ilə, E matrisindən onun i -ci sətirinə k -ci sətirini λ -ya vurub əlavə etməklə alınan matris işarə olunur. Müşahidələr göstərir ki, E n tərtibli matris olduqda, tələbələr $E_{\lambda(i)}$ -ni asanlıqla yazırlar; $E_{\lambda(i)+\lambda(k)}$ matrisinin yazılmasında isə, konkret hala baxmaqla, məsələn E_5 matrisindən alınan $E_{(2)+\lambda(4)}$ matrisini yazmaqla, yarana biləcək çətinlik aradan qaldırılır.

Elementar matrislərin 1-ci və 3-cü xassələrinin isbatında da oxşar şərhlərin verilməsi qavrama və mənimsəməyə səmərəli təsir göstərir.

$$E_{\lambda(i)} \cdot E_{\lambda^{-1}(i)} = E = E_{\lambda^{-1}(i)} \cdot E_{\lambda(i)}, \quad \lambda \neq 0$$

bərabərliyinin, [1,6.2.1] bilavasitə yoxlanılması ümumi şəkildə aparılır.

$$E_{(i)+\lambda(k)} \cdot E_{\lambda(i)-\lambda(k)} = E = E_{(i)-\lambda(k)} \cdot E_{(i)+\lambda(k)} \quad (4)$$

bərabərliyinin yoxlanılmasının isə konkret hal üçün, məsələn; $n = 5, i = 2, k = 4$ olduqda aparılması məqsəduyğundur. 3-cü xassənin, [1,6.2.3] isbatında da $E_{(i)+\lambda(k)}$ matrisi üçün konkret hala müraciət edilməsi təlimin səmərəsinin yüksəldilməsinə təsir göstərir.

Xassə 3. Əgər qeyri-məxsusi φ sətiri elementar çevirməsi $m \times n$ ölçülü A matrisini B matrisinə çevirirsə, onda $B = E_{\varphi} A$ ($E_{\varphi} \in F^{m \times n}$) olur. Hökmün tərsi də doğrudur.

$$B = E_{(i)+\lambda(k)} \cdot A$$

bərabərliyini yoxlamaq üçün, məsələn $m = 5, i = 2, k = 4$ qəbul edib, $A \in F^{5 \times 6}$ olmaqla B matrisinin 2-ci sətirini müəyyən etmək kifayətdir:

$$B_2 = (E_{(2)+\lambda(4)} \cdot A)_2 = ([0, 1, 0, \lambda, 0] \cdot A^1, [0, 1, 0, \lambda, 0] \cdot A^2, \dots, [0, 1, 0, \lambda, 0] \cdot A^6) \\ = (\alpha_{21} + \lambda\alpha_{41}, \alpha_{22} + \lambda\alpha_{42}, \dots, \alpha_{26} + \lambda\alpha_{46})$$

Bununla da, ümumi halda xassənin doğruluğu müəyyən edilir.

Elə məsələlər olur ki, onları ümumi halda isbat etmək olar. Lakin xüsusi hala baxılması, onun qavranılmasına və konkret misalların həllində istifadə edilməsinə yardım edir.

Determinantların 5-ci xassəsinin təmsalında fikrimizi şərh edək, [1,6.5.4].

Xassə 5. Əgər A kvadrat matrisinin i -ci sətirinin (sütununun) hər bir elementi m sayda toplananların cəmidirsə, onda A matrisinin determinantı m sayda determinantların cəminə bərabərdir, belə ki, 1-ci determinantın matrisində i -ci sətirdə (sütunda) birinci toplananlar, 2-ci matrisində i -ci sətirdə (sütunda) 2-ci toplananlar və s. dayanır, qalan sətirlər (sütunlar) A -da olduğu kimi qalır.

Xassənin isbatı ümumi şəkildə asanlıqla həyata keçirilir. Lakin, məsələn $A \in F^{4 \times 4}$, $A = \|\alpha_{ik}\|$, 3-cü sətiri 2 toplanandan ibarət olan xüsusi hal üçün xassənin ifadəsinin yazılması həmin xassənin mənimsənilməsinə və qavranılmasına kömək edir:

$$\begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ a_1 + b_1 & a_2 + b_2 & a_3 + b_3 & a_4 + b_4 \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{vmatrix}$$

Qeyd etmək lazımdır ki, əlbəttə ki, cəbr kursunda mülahizələri, teorem və təkliflərin isbatını əsasən ümumi şəkildə vermək arzu olunandır. Lakin test üsulu ilə ali məktəbə qəbul olunmuş tələbələrin çox qisminin mühakimə yürütmə, təklifləri isbat etmə bacarıq və vərdişlərinə malik olma qabiliyyətləri zəif olduğundan, xüsusilə birinci kurslarda, yeni anlayışları daxil edərkən ümumi mülahizələri ifadə edərkən nümunələrlə şərh etməyə diqqət artırılmalıdır.

Xüsusi hallara baxılıb, ümumi hal üçün nəticə çıxarılması prosedurası ilə matrislərə və determinantlara aid müxtəlif məsələlərlə tez-tez rastlaşırıq. Lakin bu məsələlərdə çıxarılan nəticənin doğruluğu riyazi induksiya metodu ilə isbat edilməlidir.

Misal 1. $[2, 3, 7, 4]$ matrisin n -ci qüvvətini tapın;

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}^n$$

$n = 2$ və $n = 3$ olduqda qüvvətləri hesablayaq.

$n=2$ olduqda:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}^2 = \begin{bmatrix} 2^2 & 2^2 - 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2^2 \end{bmatrix}$$

$n=3$ olduqda:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}^3 = \begin{bmatrix} 2^2 & 2^2 - 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2^3 & 2^3 - 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2^3 \end{bmatrix}$$

Buradan, yazılır:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}^n = \begin{bmatrix} 2^n & 2^n - 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2^n \end{bmatrix} \quad (5)$$

Lakin (5) isbat edilmədən doğru hesab edilə bilməz. Onun doğruluğu riyazi induksiya metodu ilə isbat edilir.

Fərz edək ki, $n = k$ olduqda (5) doğrudur:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}^k = \begin{bmatrix} 2^k & 2^k - 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2^k \end{bmatrix}$$

Onda $n = k + 1$ olduqda alarıq:

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}^{k+1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}^k \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2^{k+1} & 2^{k+1} - 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2^{k+1} \end{bmatrix}$$

Cəbr kursunun təlimində tələbələrin buraxdığı səhvlərin bir qismi istifadə edilən anlayış və münasibətlərin müxtəlif ədəbiyyatda fərqli şəkildə verilməsi ilə bağlıdır.

Misal 2. φ_1 və φ_2 əvəzləmələrin kompozisiyasını tapın:

$$\varphi_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \varphi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Müxtəlif cavablar alınır.

$$\varphi_1 \circ \varphi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

və

$$\varphi_1 \circ \varphi_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Bunun səbəbi φ_1 və φ_2 əvəzləmələrin kompozisiyasının müxtəlif ədəbiyyatda fərqli şəkildə verilməsidir.

Məsələn, $[1, 3, 5]$ -də M çoxluğunun f və g əvəzləmələrinin $f \circ g$ hasilini $\forall i \in M$ üçün

$$(f \circ g)(i) = f(g(i))$$

münasibəti ilə təyin edilir.

Beləliklə, iki əvəzləmənin kompozisiyanın tərifinə diqqət verilməməsi düzgün olmayan nəticənin alınmasına gətirir.

Belə hallar cəbr kursunda bununla məhdudlaşmır. “Sonlu zənciri kəsrlər” mövzusunda yaxın kəsrlərin xassələrini öyrənərkən bir-birindən fərqli nəticələr alınır.

$$1) P_{k-1}Q_k - Q_{k-1}P_k = (-1)^k, \quad [1, 2.3.7]$$

$$2) P_{k-1}Q_k - Q_{k-1}P_k = (-1)^{k+1}, \quad [5, 2.2.4]$$

Bunun səbəbi odur ki, α ədədini zənciri kəsre ayırdıqda, tam hissə $[1]$ –də q_0 ilə, $[5]$ -də q_1 ilə işarə olunmuşdur. 1) və ya 2) münasibətlərdən formal olaraq istifadə etdikdə səhv nəticə alınması ehtimalı yaranır. Məsələn, zənciri kəsrlər üsulu ilə müqayisələri həll etdikdə α həqiqi ədədinin tam hissəsi q_1 ilə işarə edilib müqayisənin həlli $[1]$ –də verilən düsturla tapılarsa, səhv nəticə alınacaqdır.

ƏDƏBİYYAT

1. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел: Учеб. пособие для педагогических институтов. –М.: Выш. школа, 1979-559 с.
2. Шнеперман Л.Б. Сборник задач по алгебре и теории чисел (Учеб. пособие для физ.-мат. факультетов пед.ин-тов). –Мн.: Выш. школа, 1982-223 с.
3. Кострикин А.И. Введение в алгебру. (Учебник для студентов университетов) -М.: Наука, 1977, 496 с.
4. Əkbərov M.S., Cəbr və ədədlər nəzəriyyəsi – Bakı, Nurlan NPM, 2005, 896 s.
5. Baxışəliyev Y.R. Əbdilkərimli L.Ş. Cəbr və ədədlər nəzəriyyəsi kursu, Bakı, Nurlan, 2008, 560 s.

ABSTRACT

Rovshan Hasanov

ABOUT SOME DIFFICULTIES AND THE CAUSES OF THEIR FORMATION IN THE INSTRUCTION OF ALGEBRA COURSE

General features of the hardships of some themes (the resultant of two multinomials, peculiarities of determinants, elementary matrices, chain fractions and so on) of the algebra course have been, illustrated in the work. The cause of their generation and the ways of elimination have been commented. The role of reviewing the particular cases in the comprehensions of concept and relations and assimilation have been researched.

РЕЗЮМЕ

Ровшан Гасанов

О НЕКОТОРЫХ ТРУДНОСТЯХ В ОБУЧЕНИЕ КУРСА АЛГЕБРЫ И ПРИЧИНАХ ВОЗНИКНОВЕНИЕ ИХ

В работе указаны общие аспекты трудностей, которые студенты встречают в обучении ряд тем (результант двух полиномов, свойства детерминантов, элементарные матрицы, цепные дроби и др.) в курсе алгебры. Изложены причины возникновения и пути устранения их. Исследованы роли рассматривания частных случаев при восприятии и усвоении понятий и математических соотношений.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).
Məqaləni çapa təqdim etdi: Fəlsəfə üzrə elmlər doktoru,
professor Məhəmməd Hacıyev

ORXAN CƏFƏROV

Naxçıvan Dövlət Universiteti

orxan-1970@mail.ru

UOT 51: 37.016

**NATURAL ƏDƏDLƏRİN VƏ HESAB ƏMƏLLƏRİNİN
XASSƏLƏRİNƏ AID ÖYRƏDİCİ VƏ İNKİŞAFETDİRİCİ ÇALIŞMALAR
VASİTƏSİLƏ NƏZƏRİ BİLİKLƏRİN VERİLMƏSİ**

Açar sözlər: *Natural ədədlər, hesab əməlləri, məsələlərin həlli, induktiv metod, ədədlər nəzəriyyəsi, düşündürücü, inkişafetdirici, əyləncəli, məntiqi*

Keywords: *natural numbers, calculation operations, solution of sum, inductive method, the theory of numbers, thinkable, progressing, entertaining, logical*

Ключевые слова: *натуральные цифры, арифметические действия, решение задач, индуктивный метод, цифровая теория, размышляющие, развивающие, увлекательные, логические*

Şagirdlərin riyaziyyatdan çətinlik çəkməsi, onu sevməməsi, ondan “ qorxması ” və digər faktları doğuran səbəblər müxtəlifdir :

- fənnin düzgün tədris olunmaması ;
- şagirdin təhsil almaq üçün maddi imkanın olmaması ;
- tədrisə dair dərslərlərdə kifayət qədər düşündürücü, inkişafetdirici, əyləncəli – məntiqi çalışmaların olmaması və s.

Biz bu sonuncu səbəbi mühüm hesab edirik. Çünki riyaziyyata maraq göstərən, onun ecazkar qüdrətini görəndə şagird riyaziyyatı öyrənməyə səy göstərir. Məlum məsələdir ki, məktəbin, ayrı-ayrı sinifləri üzrə riyaziyyat dərslərlərinin də imkanları məhduddur. Ona görə sinifdən xaric ədəbiyyat varsa müəllim özü onlardan istifadə etməklə yanaşı, həm də şagirdləri həmin mənbələrə istiqamətləndirməlidir.

İndiki şəraitdə fərdi və müstəqil fəaliyyət üçün böyük imkanlar yaradıldığı bir zamanda bilik mənbələrini aidiyyəti üzrə toplayıb, şagirdlərə çatdırmaq lazımdır. Bizim tədqiq etdiyimiz problemə aid kifayət qədər didaktik material vardır. Orta məktəbin riyaziyyat dərslərlərində şagirdi cəlb edən, onu inkişaf etdirən çalışmalar azdır. Ona görə müxtəlif kitablardan elə çalışmalar seçmək lazımdır ki, onlar çoxfunksiyalı və müxtəlif olsun. Bu imkanları ibtidai siniflərdə tam reallaşdırmaq olmur.

I-IV siniflərdə tədris olunan hesab materialı praktik bacarıq və vərdişlər formalaşdırmağa xidmət etməklə, əyani – konkret və induktiv metodla tədris olunur.

V-VI siniflərdə isə hesab materialının nəzəri cəhətinə xüsusi diqqət yetirilir. Çünki hesab materialının tədrisi VI sinifdə başa çatır və VII- XI siniflərdə cəbr və həndəsə kursları üzrə hesab materialına çox nadir halarda rast gəlinir. V-VI siniflərdə ədədlər nəzəriyyəsi elementlərinin verilməsi üçün ən əlverişli vasitə - tədris məsələləridir.

Məlumdur ki, riyaziyyatın məktəb kursunda məsələ müxtəlif funksiyalara malikdir. Belə ki;

- 1) Məsələ həlli vasitəsilə əsas riyazi anlayışlar formalaşdırılır ;
- 2) Məsələ həlli vasitəsilə anlayışlar arasındakı qarşılıqlı əlaqələr aşkar edilir ;
- 3) Məsələ həlli vasitəsilə biliklərin real situasiyalarda tətbiqi reallaşır ;
- 4) Şagirdlərdə təfəkkür əməliyyatları formalaşır və inkişaf edir. Şagirdlər praktik bacarıq və vərdişlər qazanırlar.

Bu cəhətdən idraki məsələlər daha əhəmiyyətlidir, çünki, hər hansı bir konkret praktik məsələni həll etmək və məsələnin sualına cavab vermək – onun didaktik funksiyalarından biridir. Lakin, məsələ həll etməyi öyrənmək və bacarmaq – bu məsələnin idraki funksiyasıdır. Deməli, idraki

məsələlərdə didaktik funksiyalar da iştirak edir. İdraki məsələlərdə təkcə riyazi faktlar arasında deyil, məsələ həlli metodları, məntiqi və təfəkkür priyomları arasındakı qarşılıqlı əlaqələr reallaşır.

İdraki məsələlərin həllində təkcə məlum həll algoritmi deyil, evristik metodlar da tətbiq olunur.

İdraki məsələlərin həllində şagird həm keçmiş biliklərinə, həm ümumi riyazi dünyagörüşünə əsaslanmalıdır [1].

İdraki məsələlərin həllində ənənəvi həll metodları ilə yanaşı, yeni metodları, yeni situasiyaları görmək lazımdır.

İdraki məsələlərin həllində- əslində qeyri – standart həll metodları tətbiq olunur.

Ümumiyyətlə, şagirdlərin məntiqi və riyazi təfəkkürünü inkişaf etdirən məsələlər standart olmayan məsələlər olub, natural ədədlərin və hesab əməllərinin müxtəlif xassələrinə əsaslanaraq, həll edilir. Ona görə də çalışmaq lazımdır ki, sinifdə həll edilən və evə tapşırılan məsələlərin bir qismi standart olmayan məsələlər olsun. Bu tipli məsələlərin təhlili, həllin əyaniləşdirilməsi, həll metodunun axtarılması, həllin yerinə yetirilməsi, cavabın yoxlanılması, tərs məsələnin tərtib edilməsi, məsələ həllində hansı biliklərdən istifadə olunması – riyaziyyat müəlliminin metodikasında müəyyən ardıcılıqla özünə yer tutmalıdır. Ona görə də aşağıda həlli nümunələri göstərilən məsələnin hər birinə aid, yuxarıda qeyd etdiyimiz tələblər tətbiq olunmalıdır.

1. 1, 2, 3, 6, 8 ədədləri verilmişdir. Bu ədədlərin müxtəlif variantlarda cüt-cüt hasilində 5, 7, 9 ədədlərinin alınmadığını isbat edin.

Məsələnin həlli:

1) yalnız vuruqlardan biri 5 olduqda sonu 5 ilə qurtaran ədəd alınə bilər ;

2) verilmiş ardıcılıqda 1 və 3 tək ədədləri var, onların cüt ədədlərə hasili sonu 7 ilə qurtara bilməz ;

3) verilmiş ardıcılıqda yalnız bir 3 vuruğu olduğu üçün, hasildə sonu 9 ilə qurtaran ədəd alınə bilməz.

Bu məsələnin həllində şagirdlərin vurma cədvəlinə aid bilikləri kifayət edir.

2. 7 eyni böyüklükdə almanı 12 uşaq arasında bölmək lazımdır (heç bir almanı 12 bərabər hissəyə bölmək olmaz).

Həlli: Aşkardır ki, burada iki növ bərabər hissələrə bölməkdən söz gedəcək : bu şərtlə ki, alınan müxtəlif hissələr ayrılıqda 12 hissə əmələ gətirsin. Bu o deməkdir ki, 7 ədədini $3+4$ şəklində yazıb, hissələrin cəmini tapırıq : 3 almanın hər birini 4 bərabər hissəyə və nəticədə 12 hissə alınə. 4 almanın hər birin 3 bərabər hissəyə bölsək, nəticədə 12 bərabər hissə alınə. 12 nəfərin hər birinə 2 hissə alma çatar ; biri $\frac{1}{3}$ hissə, o biri $\frac{1}{4}$ hissə.

$$\text{Cavab : } \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

3. Tərəzinin bir gözünə 1 kərpic, o biri gözünə isə 1 kq.-lıq daş və yarım kərpic var. Tərəzi tarazlıqdadır. Kərpicin kütləsini tapın .

Həllə izah: Bu məsələni sadə mühakimə ilə həll edirlər. Məsələdə dəyişən tətbiq edilsə, onda

$$1kq + \frac{1}{2}x = x$$

$$\frac{1}{2}x = 1kq \text{ və ya kərpicin kütləsi } 2 \text{ kq} - \text{dır.}$$

4. Eyni materialdan və eyni formalı iki kərpic var. Biri 5 kq olub, ölçüləri o birindən 5 dəfə çoxdur. İkinci kərpicin kütləsini tapın.

Həlli: Aşkardır ki, kərpic düzbucaqlı paralelpiped şəklindədir. Onda, onun həcmi $V = a \cdot b \cdot c$ olacaqdır. İkinci kərpicin həcmi $V_1 = (a : 5) \cdot (b : 5) \cdot (c : 5)$.

$$\text{Yəni } V_1 = (a \cdot b \cdot c) : 125 \quad 5000 : 125 = 40(q). \text{ Bu məsələnin həllində } \frac{V}{V_1} = \frac{m}{m_1} \text{ tənəsübündən}$$

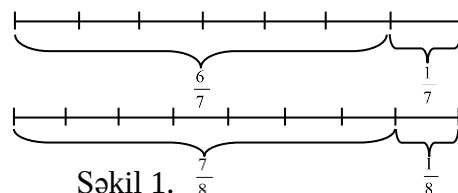
istifadə edilir.

$$5. \text{ Hansı kəsr böyükdür : } \frac{6}{7} \text{ yoxsa } \frac{7}{8} ?$$

Həlli :

1) Əyani müqayisə :

$$\frac{1}{7} > \frac{1}{8} \text{ deməli, } \frac{6}{7} < \frac{7}{8}, \text{ (şəkil 1)}$$



Şəkil 1.

2) Kəsrlərin müqayisə olunma əlamətinə əsasən $\frac{6}{7} < \frac{7}{8} \Rightarrow 6 \cdot 8 < 7 \cdot 7 \Rightarrow 48 < 49$ olduğundan $\frac{6}{7} < \frac{7}{8}$ [2].

6. Merkuri planeti Günəş ətrafında bir tam dövrünü 88 günə (sutka), Venera planeti isə 225 günə (sutka) başa çatdırır. Bu iki planet ulduzlara nisbətən ikisi də eyni vəziyyətdədirsə, neçə gündən sonra yenə də həmin vəziyyətdə olacaqlar ?

Bu məsələdə dövrü proseslər təsvir olunur. Aşkardır ki, 88 və 225 ədədlərinin ən kiçik ortaq bölünənini tapmalıyıq :

$$88 = 8 \cdot 11 = 2^3 \cdot 11$$

$$225 = 3^2 \cdot 5^2$$

$$\text{ƏKO} (88, 225) = 88 \cdot 225 = 19800$$

Cavab : 19800 gündən sonra

7. İlbizin ağacın 75 sm. Uzunluğunda budağının ucuna qalxmaq üçün nə qədər vaxt lazımdır ? İlbiz gündüz 5 sm. qalxır, axşam 4 sm. aşağı enir.

Bu məsələnin ifadə forması şagirdi sanki sual altında qoyur. Əslində hərəkətə aid olan bu məsələdə məsafə 75 sm., hərəkət sürəti

$$v = 1 \frac{\text{sm}}{\text{sutka}}$$

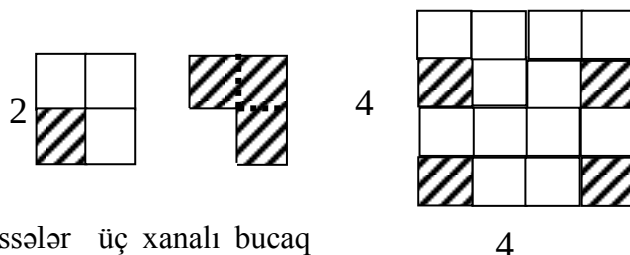
İlbiz hər gün 5 sm. qalxırsa, onda $75:5=15$ (gün) – lazım olan vaxtdır. Lakin ilbiz hər axşam 4 sm. aşağı düşür. Deməli, 1 sutkadakı getdiyi məsafə $5-4=1$ (sm) olacaqdır. $75\text{sm}=70\text{sm}+5\text{sm}$. Tələb olunan vaxt 70,5 sutka olacaqdır.

8. 16×16 ölçüdə damalı kağızdan bir dama (kvadrat) kəsib götürdülər. Qalan fiquru üç damadan ibarət olmaqla bucaqlara ayırmaq olar. Bunu isbat edin.

Bu tipli məsələ müqayisə nəzəriyyəsi elementlərinə aiddir. Məsələn “ 8^3 ədədinin 6 -ya bölünməsindən alınan qalığı hesablayın” məsələsinin həlli $8:6=1$ (qalıq 2) olduğdan, $8 \equiv 2 \pmod{6}$ və buradan $8^3 \equiv 2^3 \pmod{6}$ və ya $8^3 \equiv 2 \pmod{6}$ olduğundan, axtarılan qalıq 2- dir.

Yuxarıdakı məsələdə, 16×16 ölçülü kvadratı 4 bərabər hissəyə ayırısaq, 4×4 ölçülü kvadrat alırıq. Bu kvadratı da 4 bərabər hissəyə ayırısaq, 2×2 ölçüdə 4 kvadrat alırıq. Bir xananı kəsib götürsək, üç xanalı bucaq alınar.

Şəkil 2.



İndi 4×4 ölçülü kvadratdan (dörd kvadratdan) dörd xana kəsib götürək. Alınan hissələr üç xanalı bucaq şəklində fiqurlar olacaqdır.

Beləliklə, 16×16 ölçülü damalı kvadratdan bir xana kəsib götürdükdə, alınan fiquru – üç damalı bucaq şəkilli fiqurlara ayırmaq olar [4].

Nəzərdən keçirdiyimiz son üç məsələ induktiv metodla həll olundu. Beləliklə, V-VI siniflər üçün məsələ həlli nümunələrini nəzərdən keçirdik. Buna oxşar məsələlər olduqca çoxdur. Bu məsələlərin həllində xarakterik olan cəhətləri aşağıdakı kimi təsnif etmək olar :

1. Şagirdlərin öyrəndiyi, lakin zəruri situasiyalarda tətbiqini tapmayan və demək olar ki, unudulan təkliflərin dəqiq ifadə edilməsi,
2. Ədədlərin və hesab əməllərinin xassələrinə əsaslanan, lakin təklif kimi ifadə olunmayan biliklərin (təkliflərin) öyrədilməsi,
3. Ədədlərin yeni xassələrinə aid biliklərin öyrənilməsi,

4. Məsələlərin yeni üsullarla həllinin öyrənilməsi,
5. Şagirdlərin mühakimə aparma metodikasına yiyələnməsi.

Məhz məsələ həlli prosesində aşkar edilən və tətbiq edilən nəzəri biliklər uzun müddət yaddaşdan silinmir [3].

ƏDƏBİYYAT

1. Həmidov S.S., İbtidai siniflərdə məsələ həllinin təlimi metodikası, Bakı, «Nurlan», 2003, 156 s.
2. Радченко Е.П., Способ подбора при решении задач, «НШ» (ж), М., 1998, №11/12, с.61-63.
3. Əliyeva T. M. və b. Orta məktəbdə riyaziyyatın tədrisi metodikası. I hissə, Bakı, 1991, 105 s.
4. Поля Д. Как решать задачу. Москва, « Учпедгиз », 1961, 207 с.

ABSTRACT

O.J. Jafarov

APPLICATION OF THEORETICAL KNOWLEDGES THROUGH TEACHING AND PROGRESSING EXERCISES BELONGING TO THE CHARACTERS OF NATURAL NUMBERS AND CALCULATION OPERATIONS

Pupils hardships in mathematics, their hate to it, "fear" from it and other facts caused by this were noted in this work. Generally, before teaching the pupils to do mathematical sums, it is necessary to let them love it. For this, along with the sums belonging to daily topics, pupils should be proposed non-standard sums, logical sums, entertaining sums, as well. The sums which develop the pupils' logical and mathematical thinking are non-standard sums, and they are done based on different characters of natural numbers and calculation operations.

Searching for the solution method of the sum, doing the sum, checking the answer, compiling the reverse sum, using which knowledge in solution of the sum –should take successive place in math teacher's certain methodology. Sums and their solution samples have been shown in the work. Theoretical knowledges detected and applied in the process of doing a sum remain in the mind for a long time.

РЕЗЮМЕ

О. Д. Джафаров

ОБУЧЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИМ ЗНАНИЯМ ПОСРЕДСТВОМ ОБУЧАЮЩИХ И РАЗВИВАЮЩИХ ЗАДАЧ, ОТНОСЯЩИХСЯ СВОЙСТВАМ НАТУРАЛЬНЫХ ЦИФР И АРИФМЕТИЧЕСКИХ ДЕЙСТВИЙ

В работе отмечены причины, порождающие трудность и нелюбовь обучающихся к математике, их «опасение» и другие факторы. Обосновывается мысль, что прежде чем обучать обучающихся решению математических задач, преподавателю следует добиться их любви к математике. Для этого наряду с задачами на повседневные темы, целенаправленно предложить им и нестандартные увлекательные и логические задачи.

Задачи, развивающиеся логическое и математическое мышление обучающихся, будучи нестандартными, решаются на основеразличных свойств натуральных цифр и арифметических действий.

Изыскание метода решения задач, их выполнение, проверка ответа, составление обратных задач, использование каких знаний в решении задач – все это должно занимать определенную последовательность в методике преподавателя математики.

В работе даны задачи и указаны образцы их решения. Обнаруженные и примененные теоретические знания в процессе решения задач на долго остаются в памяти обучающихся.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

Məqaləni çapa təqdim etdi: Fəlsəfə üzrə elmlər doktoru,
professor Məhəmməd Hacıyev

NUBAR QOCAYEVA

AYSEL ƏLİYEVƏ

Naxçıvan Dövlət Universiteti

umumiriyaziyyat@inbox.ru

UOT: 5801.01; 517.2; 517.3; 514.02

**MƏKTƏB RİYAZİYYATI KURSUNDA RİYAZİ MƏNTİQ VƏ ÇOXLUQLAR
NƏZƏRİYYƏSİ ELEMENTLƏRİNDƏN İSTİFADƏNİN MAHİYYƏTİ HAQQINDA****Açar söz:** riyaziyyat, metodika, çoxluq, məntiq, təlim, tədris**Key words:** mathematics, method(s), majority, logic, education, to teach**Ключевые слова:** математика, методика, множества, логика, обучения, преподавания

Müasir riyazi təlim elə formalaşmış, elə inkişaf səviyyəsinə çatmışdır ki, şagirdlərin və eləcə də tələbələrin yalnız nəzəri biliklərinə əsaslanmaqla keçilən dərslər, öyrənilən təlim materialları çox da səmərəli təşkil olunan dərslər deyil, məqbul hesab oluna bilməz. Bu mənada çoxluqlar nəzəriyyəsi, riyazi məntiq də nəinki müasir riyaziyyatın əsasını təşkil edir, o həmçinin dialektik mahiyyəti baxımından bir çox məlum olmayan həyatı hadisələrin dərk olunmasında, mahiyyətinin açılmasında çox böyük əhəmiyyət kəsb edir. Məntiq istər şagirdlərin riyazi anlayışları asanlıqla mənimsəməsində, istərsə də gələcək fəaliyyətlərini davam etdirməkdə mühüm əhəmiyyətə malikdir. İşdə məktəb riyaziyyatında müddəalar məntiqinin yeri, rolu və əhəmiyyəti ətraflı izah edilmiş, misal nümunələri verilmişdir. Baxılan məsələlərin əsas xüsusiyyətləri metodiki olaraq dəyərləndirilmişdir.

Fəaliyyətinin bütün sahələrində: elm və texnikada, hüquq və diplomatiyada, hərbi işlərdə, iqtisadiyyatın planlaşdırılmasında və idarə edilməsində, eləcə də bir çox digər fəaliyyət sahələrində düzgün mühakimə aparmaq, doğru nəticələr çıxarmaq bacarığı insanlar üçün zəruridir.

Riyazi məntiq və eləcə də çoxluqlar nəzəriyyəsi ilə riyaziyyatçı alimlər hələ XIX əsrin sonlarında başlayaraq ciddi olaraq məşğul olmuşlar. Həmin dövrdən başlayaraq riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi öz inkişafına başlamaqla yanaşı, sonrakı zamanlarda bir nəzəri və praktiki tətbiqi olan sahə kimi məktəb riyaziyyatı kursunda da geniş şəkildə öz yerini tutmaqdadır. Məktəb riyaziyyatı kursunun müasir elmi riyaziyyatla əlaqəsini təmin etmək, yaxşılaşdırmaqdan ötrü məktəb riyaziyyatı kursunda riyazi məntiqlə bağlı bir sıra anlayışların nəzərə alınması və tədrisi məktəb riyaziyyatı qarşısında duran başlıca və çox vacib olan məsələlərdəndir. Bu baxımdan ilkin olaraq, ibtidai siniflərdən başlayaraq riyaziyyat kursunun riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi ilə əlaqəli, sinxron şəkildə qurulması riyaziyyatçı – metodistlər qarşısında duran əsas məsələlərdəndir və bu məsələ getdikcə daha geniş mahiyyət kəsb etməklə, çox ciddi xarakter almağa başlamışdır. Bu məqsədlə istər riyazi məntiq, istərsə də çoxluqlar nəzəriyyəsi elementlərinin məktəb riyaziyyatında tədrisi ilə bağlı bir sıra aparılmış araşdırmalar və tədqiqat işlərinin məzmunu ilə və eləcə də bu sahədə olan təkliflər, qərar və qətnamələrlə yaxından tanış olaq.

Qeyd etdiyimiz kimi riyaziyyatın tədrisi metodikası praktiki olaraq hələ çox əvvəllərdən başlayaraq bu vaxta qədər olan bir dövr ərzində formalaşmışdır. Ümumiyyətlə, riyaziyyatın tədrisi metodikasının, riyaziyyatın inkişafı mərhələsini dörd yerə ayırırlar və bunlardan biri də müasir mərhələdir (XIX – XX əsr).

Müasir mərhələ adlandırdığımız XIX əsr və ondan sonrakı dövr, xüsusi halda, çoxluqlar nəzəriyyəsinin də yaranması və formalaşması dövrüdür.

Riyazi məntiq dedikdə, bir çox hallarda hökmələr məntiqi kimi işlədilən xüsusi bir nəzəriyyə nəzərə alınır ki, bu nəzəriyyə çoxluqlar nəzəriyyəsi üçün də böyük əhəmiyyət kəsb edir və bu işin mahiyyətini şərh edək.

Bir formal sistem kimi baxılan riyazi məntiqin dili və ayrı – ayrı dövrlərdən müxtəlif işləmələrlə verilmiş olmasına baxmayaraq, bu dövrlərdə əsas etibarilə məntiq əməllərinə, məntiqi prosesə baxılır.

Riyazi məntiq – müddəalar məntiqi – adından da göründüyü kimi, həyatın bütün sahələrini əhatə edir. Müddəanı xüsusi halda müəyyən xüsusiyyətlərə malik olan təklif kimi də qəbul etmək olar.

Belə bir müddəaya nəzər yetirək: “ a qaydası A çoxluğuna aiddir”, yaxud “ a əşyası – A çoxluğunun elementidir”. Bunu sadəcə olaraq belə işarə edirlər: “ $a \in A$ ”. Həmişə belə bir müddəa – təklif aşağıdakı kimi yazılır: “ a əşyası P xassəsinə malikdir”.

Deməli, yuxarıda qeyd etdiyimiz kimi müddəalar nəzəriyyəsi çoxluqlar nəzəriyyəsi ilə çox əlaqədardır və bunların inkişaf tarixini və bu kimi xüsusiyyətlərinin birgə araşdırılması daha yaxşı olardı.

XX əsrin ikinci yarısından başlayaraq Sovet məktəblərində, o cümlədən də Azərbaycanın məktəblərində də riyaziyyatın tədrisi prosesində riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi üzərində qurulmasının təklif edilir və buna nail olur. Həmin vaxtdan etibarən orta məktəblərin bütün siniflərində, o cümlədən də ibtidai siniflərdə də riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi elementləri geniş şəkildə tədris olunmağa başlamışdır. Qeyd etməliyik ki, bu tədris prosesi ya birbaşa, ya da dolayısı yolla həyata keçirilir. Belə ki, bir çox alimlər, riyaziyyatçı metodistlər hələ lap bağça yaşlarından başlayaraq, riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi elementlərinin uşaqlar öyrədilməsinə tərəfdar çıxmış və bu sahədə bir sıra dəyərli tədqiqat işləri aparmışlar. Bunlardan bəziləri ilə bir qədər yaxından tanış olaq.

A.İ.Markuşeviç riyaziyyat təlimin riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi üzərində qurulmasını təklif edərək belə hesab edirdi ki, uşaqlara çoxluqlar üzərində sadə əməliyyatların (birləşmə, kəsişmə, eyniliyi, tamamlayıcısı), həmçinin onların xarakteristikasının (kəsişməyə daxil olan element həm birinci, həm də ikinci çoxluğa aiddir – konyunksiya və s. bu kimi) öyrədilməsi vacibdir və bu əsasda da şagirdlərlə miqdar, fəza haqqında təsəvvürləri formalaşdırma biləcək biliklər sistemi verilməlidir.

Belçika riyaziyyatçısı C.Pani çoxluqlarda inikar və münasibətlər baxımından müddəalar məntiqinin və çoxluqlar nəzəriyyəsinin ibtidai siniflərin riyaziyyat kursuna daxil etməyi təklif edir ki, bu da orta məktəb riyaziyyatı kursunun səmərəli olması üçün, daha da yaxşı tədris oluna bilməsi üçün əsas verilir.

1960\1980 – ci illərin riyaziyyatçısı – metodistləri də riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi elementlərinin ibtidai siniflərdən başlayaraq bütün məktəb riyaziyyat kursuna daxil edilməsinin tərəfdarı olmaqla, söylənilən anlayışların, onlar üzərində əməllərin və xassələrin məktəb riyaziyyatı kursunda nəzərə alınması və eləcə də kursa daxil edilməsini təkidlə bildirirlər. Bu riyaziyyatçılardan biri də A.A.Stolyardır. O uşaqlarda məntiqi riyaziyyatın əsasında riyazi təsəvvürlərin formalaşdırılmasını təklif edir: çoxluq, münasibət, müddəalar üzərində əməllər, çoxluqlar, çoxluqlar üzərində əməllər və digər bu kimi anlayışların müvafiq məsələlər və misallar şəklində verilməsini təklif edir [1.səh. 48-65].

M.Fidler (Polşa), E.Dum (Almaniya) əşyalar çoxluğu vasitəsilə şagirdlərdə ədəd anlayışı, ədədi çoxluqlar və onunla bağlı olan anlayışların formalaşdırılmasının mümkünliyünü qeyd edib, çoxluqlar nəzəriyyəsinin və riyazi məntiqin hələ erkən dövrlərdən başlayaraq tədris olunmasının tərəfdarı olan riyaziyyatçı metodistlərdəndir.

Müddəalar nəzəriyyəsi və çoxluqlar nəzəriyyəsi elementlərinin məktəb riyaziyyatı kursuna daxil edilməsi ideyası tez bir zamanda bir çox dünya dövlətlərinin də təhsil sistemində öz əks – sədasını tapmağa başladı. 1962 – ci ilin avqustunda Budapeştdə keçirilən Beynəlxalq simpoziumun işinin də əsas ana xəttini bu ideya təşkil edir.

1964\1965 – ci tədris ilində Almaniya Demokratik respublikasında ibtidai siniflərin riyaziyyat proqramına riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi elementləri daxil edilmişdir və bu proqramda, ümumiyyətlə, kursun riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi əsasında qurulması nəzərdə tutulurdu. Çexoslovakiyanın riyaziyyat üzrə proqramında xüsusi olaraq belə qeyd olunmuşdur ki, kursun əsas xəttinin riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi elementlərinin orta məktəb riyaziyyatı kursuna tətbiq olunması ilə bağlı olmasıdır.

Məlumdur ki, müasir riyaziyyat aksiomatik şəkildə təyin olunmuş müddəalar və çoxluqlar nəzəriyyəsi elementləri üzərində münasibətlər nəzəriyyəsinə əsaslanır. Aydınır ki, “münasibət” anlayışı da məhz riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsinin köməyi ilə mahiyyətə açıla bilər.

Ümumiyyətlə isə mücərrəd şəkildə qurulmuş riyaziyyatın əsasını riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi təşkil edir.

Riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsinin tədrisinin və eləcə də müasir baxımdan inkişafının əsas mərhələsi bütün elmlərdə olduğu kimi, onun öz daxili tələbatından və digər elmlərlə sıx əlaqəli olması ilə bağlıdır. Riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsinin yaranması və inkişafı ilk zamanlar müəyyən mənada fəlsəfənin bir hissəsi kimi inkişaf edirsə, XIX əsrdən başlayaraq isə riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi artıq bir fənn kimi getdikcə daha da inkişaf edir, doğunlaşır və formalaşır. Məhz elə bunun nəticəsidir ki, məktəb riyaziyyatı kursunda, təbiidir ki, ələ ibtidai siniflərin riyaziyyat kursunda da, ayrı – ayrı siniflərin proqram və dərsliklərində də riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi geniş yer tutur.

Müddəalar məntiqinin öyrənilməsi bu elmin müasir inkişaf baxımından bu sahədə aparılan işlərin öyrənilməsi baxımından riyaziyyatın tədrisi metodikasının, bütövlükdə riyaziyyat elminin qarşısında duran, öyrənilməsi və araşdırılması aktual problemlərdən biridir.

Təbii olaraq belə bir sual ortaya çıxa bilər:

-Riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi elementlərinin məktəb riyaziyyatı kursunda tədris olunması məsələsi müasir baxımdan nə kimi təlim və tərbiyəvi əhəmiyyətə malikdir?

Qarşıya qoyulan bu sualın izahı elə bu yazılmış tədqiqat işinin də ana xəttini təşkil edir və təxmini olaraq aşağıdakılardan ibarətdir:

- a) təlim prosesinin fəallaşdırılmasına və səmərəliliyinin yüksəldilməsinə səbəb olur;
- b) müəllimə imkan verir ki:
 - 1) Şagirdlərin nəzəri biliklər səviyyəsini yüksətməklə, şagirdlərin çoxluqlar nəzəriyyəsi ilə bağlı biliklər sistemini, müddəalar nəzəriyyəsi ilə bağlı anlayışlarını, bilik və bacarıqlarını formalaşdırmağa bilsin;
 - 2) Müddəalar məntiqi və çoxluqlar nəzəriyyəsi elementlərinin tədrisi ilə bağlı olaraq, təlimin elmi səviyyəsini yüksəlsin və təlimin tətbiqi xarakterini daha da artırsın;
 - 3) Ayrı – ayrı misal nümunələri və çalışmaların icrası prosesində şagirdlərin daha da məqsədli şəkildə öyrənmələrinə, tapşırıqları daha da səmərəli şəkildə icra etmələrinə imkan yaradır;
 - 4) Riyaziyyat təlimi prosesində şagirdlərin riyazi təfəkkürlərinin inkişafına, bilik, bacarıq və qabiliyyətlərinin formalaşmasına, ümumilikdə isə, dünyagörüşlərinin formalaşmasına təsir edir.

Qeyd etdiyimiz kimi, şagirdlərdə riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsinə aid anlayışların formalaşmasının haqqında olan problem, məsələ XX əsrin problemi olub, əsrin ikinci yarısından başlayaraq həyata keçirilməyə başlamışdır [5.səh. 148-151].

Son illərdə məktəb riyaziyyatının proqram və dərsliklərində riyazi məntiq eləcə də çoxluqlar nəzəriyyəsi elementlərinin əsas müddəa və anlayışlarının (müddəa, konyunksiya, dizyunksiya, inikar, implikasiya, ekvivalensiya, tərs hökm, nəticə, çoxluq, çoxluğun elementi, aid olma, boş çoxluq, sonlu və sonsuz çoxluq, alt çoxluq, çoxluqların birləşməsi və kəsişməsi, çoxluğun tamamlayıcısı, fərqi) dolayısı yolla bütün məktəb riyaziyyatı kursunun tədrisi prosesində şagirdlərə aşılır. İndi isə bu anlayışların məktəb riyaziyyatı kursunda öyrədilməsi metodikası ilə tanış olaq. Belə ki, bu anlayışların tədrisi ilə bağlı bir sıra ədəbiyyatlar və mənbələr mövcuddur ki, onlardan bəzi əsaslı nümunələri verək.

Metodiki çətinliklər riyazi məntiq elementləri, eləcə də çoxluq haqqında ümumi anlayışların, elementlərin çoxluğa daxil olma anlayışlarının şagirdlər tərəfindən mənimsənilib, dərk edilməsi ilə bağlıdır. Bu məqsədlə çalışılır ki, “bir neçə” maşın, ağac, adam və s. bu kimi anlayışları işlətmək əvəzinə, şagirdlərə bu məfhumları müəyyən bir sözlə ifadə etsinlər: yəni, maşınlar çoxluğu, ağaclar çoxluğu, adamlar çoxluğu sözündən istifadə etsinlər (məntiqi baxımdan). Deməli, biz sadəcə olaraq “bir neçə” sözü əvəzinə onunla sinonim olan çoxluq sözündən istifadə etdik (məntiq mühakimə).

Şagirdlərə belə bir məsələni həll etmək tapşırılır (v sinif): Ədədi oxda, yaxud da üzərində bölgü nöqtələri olan xətkəş üzərindəki qeydiyyatlardan istifadə etməklə, belə bir tapşırığın icrasına baxaq: 21 və 28 ədədləri arasında yerləşən ədədlərin tam siyahısını tərtib edir. Şagirdlər həm yazılı, həm də şifahi olaraq təxminən belə cavab verirlər: “Bu ədədlər 22, 23, 24, 25, 26, 27 ədədlərindən ibarətdir”.

Bundan sonra yerinə düşər ki, belə bir sual verilsin: “ Ədədlərin özlərini sadalamadan bu yazdıqlarımızı necə adlandırmaq olar? Müxtəlif cavablar alınandan sonra yerinə düşər ki, belə bir sual verilsin: Kim başqa suallar qura bilər? Şagirdlər sual qura bilmədikdən sonra müəllim şagirdlər izah edir ki, riyaziyyatda bu məsələ belə söylənir: “ Biz ox üzərində 21 və 28 arasında yerləşən ədədlər çoxluğunu aldığımız”, Şagirdlərə izah edilir ki, bu cavabı simvolik olaraq aşağıdakı şəkildə yazmaq olar:

$$\{22,23,24,25,26,27\}.$$

Riyazi məntiqdən istifadə ilə bu söylənənləri belə yazmaq olar: Tutaq ki, A tələb olunan çoxluq, N – isə natural ədədlər çoxluğudur, onda:

$$A = \{x \mid (x \in N) \wedge (21 < x < 28)\} \text{ (konyunksiyanın köməyi ilə)}$$

Bu yuxarıda baxdığımız məsələnin həllindən sonra belə bir məsələni həll etmək daha da məqsədəuyğun olardı: Fiqurlu mötərizənin köməyi ilə birrəqəmli ədədlər çoxluğunu yazın. Şagirdlərə çox dəqiq olaraq ədədin çoxluğa aid olması məsələsi də öyrədilir. Müəllim çalışır ki, şagirdlər başa düşərək, süurlu surətdə, yuxarıdakı misal nümunəsində belə söyləyə bilsinlər:

22, 23, 24, 25, 26, 27 ədədlərindən hər biri $\{22,23,24,25,26,27\}$ çoxluğunun elementləridir (yaxud qeyd olunan çoxluğa aiddir).

Şagirdlərə çox incəliklə belə bir fakt aşılır ki, çoxluq o demək deyil ki, oraya çox element daxildir. Məsələn, elə çoxluq ola bilər ki, çoxluğun heç elementi olmasın. Beləliklə, şagirdlərdə mühakimə yürütmək bacarığı da formalaşdırılmağa başlanılır.

V – VI siniflərdən başlayaraq çoxluqlarla müddəalar məntiqinin qarşılıqlı əlaqəsi prosesində bir sıra məsələləri çox asanlıqla və səmərəli şəkildə şagirdlərə öyrətmək olar.

Tərif: İki boş olmayan A və B çoxluqlarının kəsişməsi elə çoxluğa deyilir ki, bu yeni çoxluğun elementləri həm A, həm də B çoxluğunun elementlərindən ortaq şəkildə düzəldilsin. Bu belə yazılır:

$$A \cap B = \{x \mid (x \in A) \wedge (x \in B)\}.$$

Əgər belə bir şərti nəzərə alsaq: A çoxluğunun elementləri 2 –yə bölünən ədədlər çoxluğunu, B çoxluğunun elementləri isə sadə ədədlər çoxluğunu təşkil edirsə, yəni, A çoxluğu $Q(x)$ xassəsinə və B çoxluğu $P(x)$ xassəsinə malik olarsa, onda $A \cap B$ - ni belə yazmaq olar:

$$A \cap B = \{x \mid x \in R(x) \wedge x \in Q(x)\}.$$

Ümumiyyətlə, yekun olaraq qeyd etmək lazımdır ki, müasir təlim üsulları, riyaziyyatın inkişafının müasir səviyyəsi, elmi – texniki tərəqqinin son nailiyyətləri tələb edir ki, orta məktəb riyaziyyatının bütün bölmələrinə riyazi məntiq elementləri, çoxluqlar nəzəriyyəsi elementləri daxil edilsin. Bu istər təlimin mahiyyətinə, istərsə də təlimin tərbiyəedici xüsusiyyətinə kifayət qədər effektiv təsir göstərməklə, gələcək üçün də kifayət qədər müsbət zəmin yaradır, formalaşdırır [4. səh. 82-89].

Riyazi məntiq elementlərinin, çoxluqlar nəzəriyyəsi elementlərinin məktəb riyaziyyatı kursunda tədrisi aşağıdakı üç məsələnin həlli çox sıx şəkildə əlaqədardır:

1. Məktəb riyaziyyatı kursunda riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi elementlərinin tədrisinin nəzəri problemləri.

2. Məsələyə belə yanaşmanın pedoqoji və psixoloji baxımdan əsaslandırılması.

3. Təlim və onun fəlsəfi cəhətləri.

Qeyd etdiyimiz kimi, XX əsrdə riyaziyyat elmində nəzərə çarpacaq dəyişikliklərdə riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsinin çox böyük əhəmiyyəti olmuşdur ki, məhz elə bu baxımdan da məktəb riyaziyyatının riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi baxımından və onun bazasında, eləcə də onların bilavasitə nəzərə alınması ilə qurulması həyati vacib məsələlərdən biridir.

Məktəb riyaziyyatı kursunda istər aşkar, istərsə də qeyri – aşkar olaraq riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi prinsiplərindən aşağıdakı kimi tətbiq prinsiplərini aşkar etmək çox da çətin deyildir.

1. Əgər hər hansı çoxluq verilmişdirsə, onda həmin çoxluqdan onun xüsusi xassələrə malik olan alt çoxluğu ayırmaq olar. Məsələn olaraq natural ədədlər çoxluğundan 2 – yə bölünən ədədlər çoxluğunu ayırmaq olar ki, bu çoxluğa da cüt ədədlər çoxluğu kimi ad verilmişdir. A çoxluğu N çoxluğunun alt çoxluğu olduğundan hər hansı bir $P(x)$ xassəsinə malikdir. Onda A çoxluğunu belə yazmaq olar: $A = \{x | x \in N \wedge P(x)\}$ qalan elementlər isə aydındır ki, $P(x)$ xassəsinə malik deyildir. Deməli, əgər $A \subset N$ A çoxluğunun elementi cütdürsə, yerdə qalan çoxluğun A' (A-nın tamamlayıcısı) elementləri cüt deyil.

$P(x)$ təklifinin (müddəasının) inikarının malik olduğu xassəni belə ifadə etmək olar: “Doğru deyil ki, x elementi $P(x)$ xassəsinə malikdir”. Beləliklə,

$$\bar{A} = \{x | x \in N \wedge \bar{P}(x)\}.$$

Yaxud başqa bir misal: “Müstəvinin nöqtələri çoxluğundan verilmiş hər hansı bir nöqtədən eyni uzaqlıqda duran nöqtələr çoxluğunu altçoxluq kimi ayırmaq olar ki, bu nöqtələrin də həndəsi yerinə çevrə deyilir”. Bu kimi misalları çox gətirmək olar.

2. Verilmiş iki və daha artıq çoxluqdan müəyyən qayda – qanuna uyğun olaraq yeni çoxluq təşkil etmək olar. Belə ki, bu çoxluqların elementlərindən ibarət olan yeni bir çoxluq götürərik ki, bu da məhiyyətə yeni yaradılan çoxluq olar. Məsələn: əgər natural ədədlər çoxluğuna sıfır (0) ədədini əlavə etsək, onda məhiyyətə yeni çoxluq – mənfi olmayan tam ədədlər çoxluğunu almış olarıq ki, bu çoxluq da bir sıra nəzəri və praktiki məsələlərin həll oluna bilməsi üçün vacibdir. Elə bu axırıncı çoxluğa mənfi tam ədədlər çoxluğunu da birləşdirsək, onda tamamilə yeni bir çoxluq – tam ədədlər çoxluğunu almış olarıq. Təbii ki, bu iki çoxluğun birləşməsidir və bunu müddəalar nəzəriyyəsinin elementlərinin köməyi və iştirakı ilə yazmaq olar. Mənfi tam ədədlər və sıfırdan ibarət olan çoxluğu A, natural ədədlər çoxluğunu N ilə işarə edək. Onda:

$$A \cup N = \{x | (x \in A) \vee (x \in N)\} \text{ olar.}$$

Çoxluqlar arasındakı münasibətləri öyrənməklə şagirdlər daha yeni anlayışları öyrənmək üçün geniş bazaya sahib olurlar və onlardan məsələn: funksiya, uyğunluq və s. kimi anlayışların formalaşması məsələləri öz həllini tapmış olur.

Aydındır ki, riyaziyyatı materiyanın müəyyən hərəkət forması ilə, onun öyrənilməsi ilə bağlı məsələlər kifayətləndirməyir. Məhz belə öyrənmənin əsasını fəza formaları və real aləmin kəmiyyət münasibətlərinin öyrənilməsi təşkil etməklə, bunların da əsasında materiyanın bütün hərəkət formalarının dərk olunub, qavranılması baş verir. Məhz elə bu baxımdan da məktəb riyaziyyatı qarşısında duran əsas məsələlərdən biri də ondan ibarətdir ki, onlar, yəni; şagirdlər riyazi mücərrədləşdirmənin tətbiqini dərk edərək məhz riyaziyyat elminin, onun nəzəri əsaslarını formal şəkildə deyil, məhz şüurlu surətdə mənimsəsinlər.

Belə bir öyrənmə sistemini aşağıdakı kimi xarakterizə etmək olar.

a) Mürəkkəb riyaziyyatın məqsədi məhz elə ibtidai sinifdən başlayaraq

məqsədli və ardıcıl olaraq, sistemlik şəkildə, şagirdlərlə çoxluqlar nəzəriyyəsi və müddəalar nəzəriyyəsinin elmi, nəzəri əsaslarını tamamilə öyrətmək deyil, ümumilikdə məktəb riyaziyyatı kursu prosesində vahid əsaslar üzərində, ardıcıl qurulması prinsiplərinə uyğun olaraq öyrətməkdən ibarətdir.

b) İlk mərhələdə bu anlayışların mənimsədilməsi həyati məsələlərə, təcrübəyə əsaslanmalıdır.

c) Sonrakı mərhələdə riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi haqqında ümumi anlayış tədricən məntiq əməliyyatlarının aparılmasına və tətbiq aparatına çevrilməlidir.

d) Baxılan sistem o halda səmərəli nəticə verə bilər ki, onun həyata keçirilməsi prosesi ardıcıl mərhələdən ibarət olsun və davam etsin.

Hər bir riyazi məsələ yalnız fənnin özü üçün deyil, bir sıra pedaqoji, didaktik

və öyrədici məqsədlərə xidmət edir. Elə bu məqsədlərin toplusu da hər hansı bir anlayışın təlim prosesindəki rolunu müəyyənləşdirir. Xüsusən də müəllimin qarşıya qoyduğu didaktik məsələlər bu məqsədin yerinə yetirilməsi şərtləri ilə riyaziyyat təlimində hər hansı bir məsələnin konkret olaraq rolunu müəyyənləşdirir.

Anlayışın, məsələnin məzmununu və didaktik məqsədindən, xüsusi halda riyazi məntiq elementlərinin əvvəlcədən qeyd etdiyimiz məqsədlərindən asılı olaraq təlim prosesindəki rolunu aşağıdakı kimi müəyyənləşdirmək olar [1. səh. 128-131]:

1. Riyazi məntiq elementlərinin tədrisi ilə bağlı olaraq riyaziyyat təliminin **təlimedici rol**u, məktəb riyaziyyatı ilə bağlı olaraq hər bir sinifdə riyaziyyat kursunun sistematik olaraq tədrisi prosesində aşkara çıxır. Çoxluqlar nəzəriyyəsi və riyazi məntiq elementlərinin tədrisi ilə bağlı olaraq, onun təlimedici rolunu aşağıdakı kimi şərh etmək olar ; belə ki, bunlar konkret məsələlərlə verilməlidir:

1) Riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi elementlərinin bu və ya digər formada mənimsənilməsi üçün nəzərdə tutulan məsələlər.

2) Riyazi simvolları öyrənmək məqsədilə tutulan məsələlər..

3) Riyazi bacarıq və vərdislərin formalaşdırılması məqsədi ilə nəzərdə tutulan məsələlər

4) Yeni riyazi anlayışların öyrənilməsi prosesində istifadə edilməsi nəzərdə tutulan məsələlər.

Belə məsələləri aşağıdakı tiplərə ayırmaq olar:

a) Problem situasiya tələb edən, daha doğrusu yaradan məsələlər,

b) Şəkil və illüstrasiyaların köməyi ilə yeni biliklər verən məsələlər.

Riyazi məntiqdə müddəə dedikdə haqqında yalan və ya doğruluğu hökm edilə bilən nəqli cümlələr nəzərdə tutulur. Riyazi təriflər müddəə deyildir. Məsələn: “ qarşı tərəfləri paralel olan dördbucaqlıya paraleloqram deyilir” cümləsinin yalan və ya doğru olması haqqında heç bir fikir söyləmək mümkün deyildir. Lakin “ $2+5 = 7$ ”, “Qar ağdır” cümlələri isə müddəadır, çünki bu cümlələrin (təkliflərin) haqqında doğru və ya yalan olması haqqında qəti fikir söyləmək olur.

2. Riyazi məsələlərin, xüsusən də riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi ilə bağlı çalışmaların həlli prosesində şagirdlərin təfəkkürün formalaşmasında rol.

Hər bir riyazi məsələnin həlli bir çox əqli bacarıq və qabiliyyətlərin məsələ həllinə tətbiq edilməsi deməkdir.

3. Riyazi məsələlərin tərbiyəedici rol.

Təlim prosesi şagirdlərin tərbiyəsi ilə çox sıx şəkildə bağlıdır. Riyazi məsələləri həll etməklə müəllim eyni zamanda şagirdlərdə vətənpərvərlik, əməksevərlik, dürüstlük və s. kimi əxlaqi keyfiyyətlər tərbiyə etməlidir.

ƏDƏBİYYAT

1. Методика преподавания математики в средней школе: Общая методика. Учеб. пособие. Составители: Р.С.Черкасов, А.А.Столяр.–М.; Просвещение, 1985. 336 с.
2. Quliyev Ə. A. Riyaziyyatın tədrisində ümumiləşdirmə. Bakı. 2009. - Azərbaycan Milli Kitabxanası. [www. anl.az/el/q/qe_rtu.pdf](http://www.anl.az/el/q/qe_rtu.pdf).
3. Təhirov B.Ö., Namazov F.M., Əfəndi S.N., Qasımov E.A., Abdullayeva Q.Z. Riyaziyyatın tədrisi üsulları. Bakı. 2007. Mechmath. Bsu. Edu. Az/.../riyaziyyat və onun tədrisi metodikası kafedrası.
4. M.Ş. Hacıyev. Riyaziyyatın tədrisi metodikası (ümumi metodika, bakalavr pilləsi-riyaziyyat və riyaziyyat-informatika ixtisasları üçün). Dərs vəsaiti. Naxçıvan, 2017, 178 s.
5. Бакирова А.Ю. Методика преподавания математики. Учебное пособие. – Т., 2007, 328 с.

ABSTRACT

Nubar Qocayeva
Aysel Aliyeva

ABOUT VALUES OF USE OF ELEMENTS OF MATHEMATICAL LOGICS AND THEORY OF NUMBERS IN THE SCHOOL COURSE OF MATHEMATICS

Modern methods of teaching are shaped and developed in such a way that the lessons learned are justified by theoretical scientific factors, do not foster life events and events in the sense of unfamiliarities between students and students. In this sense, the disclosure of the dialectical meaning of the foundations of mathematical logic and set theories, taught in the school course of mathematics, plays a large role. And for the study of mathematical concepts, and in order to live and continue their activities studying the basics of mathematical logic and set theories plays a huge role. The work reveals the meanings and role of such an approach of teaching the school course of mathematics. And also the main characteristic features of this work are estimated.

РЕЗЮМЕ

Нубар Годжаева
Айсел Алиева

ОБ ЗНАЧЕНИИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ЭЛЕМЕНТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛОГИКИ И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Современные методы обучения формируются и развивается так, что проведенные уроки обоснованные только теоретическими научными факторами, не отражают жизненные события и случаи в смысле пониманий незнакомых учащимися и студентов. И в этот смысле раскрытие диалектического значения основ математической логики и теорий множеств, обученные в школьном курсе математики, играет большую роль. И для изучения математических понятий, и для того чтобы жить и продолжать свои деятельности изучения основ математической логики и теорий множеств играет огромная значения. В работе раскрывается значения и роль такого подхода обучения школьного курса математики. И также оценены основные характеристические особенности рассматриваемой работы.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).
Məqaləni çapa təqdim etdi: Fəlsəfə üzrə elmlər doktoru,
professor Məhəmməd Hacıyev

MİRNAZİM SEYİDOV*Naxçıvan Dövlət Universiteti**m.nazimseyid@gmail.ru***AKİF ƏLİYEV***Naxçıvan Dövlət Universiteti**a_aliev@mail.ru***UOT: 372.8:54****POLİMER KOMPOZİSİYA MATERIALLARININ TƏDRİSİNƏ
AİD BƏZİ MƏSƏLƏLƏR**

Açar sözlər: *monomer, polimer, kompozisiya materialları, plastik kütlə, polimer kompaundlar*

Key words: *monomer, polymer, composition materials, plastic masses, polymer compounds*

Ключевые слова: *мономер, полимер, композиционные материалы пластические массы, полимерные компаунды*

Pedaqoji yönümlü universitetlərin «Kimya» fakültələrində «Yüksəkmolekullu birləşmələr kimyası» tədris olunur. Bu sahədə olan dərsləklərdə polimer kompozisiya materialları haqqında çox az məlumat verilir. Bu isə tələbələrin polimerlər, kompozisiya materialları haqqında biliyinin tam formalaşmasını təmin etmir. Bu mənada yazılmış məqalənin mühüm əhəmiyyəti vardır. Məqalə tələbələrin polimer haqqında biliyini artırmağa, polimer kompozisiya materiallarının alınması, müxtəlifliyi və istifadə sahələri haqqında hərtərəfli bilik almalarına xidmət edəcəkdir.

Kompozisiya materialları yaratmaqda əsas məqsəd yeni materiallarda ilkin komponentlərə xas xassələrin kombinasiyasına nail olmaqdır. Əgər kompozisiyada iştirak edən komponentlərdən biri polimerdirsə, onda belə kompozisiyalar polimer kompozisiyalar, hazırlanan materiallar isə polimer kompozisiya materialları (PKM) adlanır.

Polimer kompozisiya materiallarının yaranma tarixi sivilizasiyanın əvvəllərindən başlanmışdır. Bitum hopdurulmuş tikinti materialları, xırda daş və ya üzvi mənşəli material əlavə olunmuş gil, sellüloza əsasında hazırlanmış kağızabənzər vərəqlər və s. insanların istifadə etdiyi ilk PKM olmuşdur [1-6].

Polimer kompozisiya materiallarının alınmasının zəruriliyini izah etmək məqsədi ilə müəllim qeyd etməlidir ki, PKM-in yaradılması üç əsas məqsəd daşıyır. Birinci, materiala və ya ondan hazırlanmış məmulata lazımi xassələrin, məsələn, möhkəmlik, sərtlik, qaz və ya buxar keçiriciliyi, ətraf mühitin təsirinə qarşı davamlılıq və s. verilməsi. İkinci, bu və ya digər polimerlər əsasında alınan materialların və onlardan hazırlanan məmulatın maya dəyərinin aşağı salınması. Üçüncüsü isə, PKM əsasında alınmış məmulatın emal texnologiyasının asanlaşdırılmasıdır. Qeyd etmək lazımdır ki, bir kompozisiyada tələb olunan bütün xassələrin cəmləşməsinə nail olmaq mümkün deyil. Bəzən də kompozisiya hazırlayan zaman digər arzu olunmayan hallar müşahidə olunur. Lakin onu da nəzərə almaq lazımdır ki, adətən kompozisiya yaratmadan polimerləri istismara yararlı olan materiallara çevirmək ya mümkün olmur, ya da müəyyən çətinliklərlə əlaqədar olur. Digər tərəfdən hər yerdə eyni kompleks xassələrə malik materiallara olan ehtiyacı ödəmək üçün, yeni polimerlərin sintezi və istehsalı sərfəli deyil. Bu problemin perspektivli yollarından biri mövcud polimerlər əsasında kompozisiyaların hazırlanmasıdır.

PKM və onun komponentləri həm üzvi, həm də qeyri-üzvi təbiətli olur. Bu isə PKM-in hazırlanması zamanı müxtəlif xarakterli qarşılıqlı təsirlərin, xassələrin nəzərə alınmasını tələb edir. Buna görə də PKM-in yaradılmasında qeyri-üzvi və üzvi kimyanın, yüksəkmolekullu birləşmələr kimyasının, polimerlərin fizikası və mexanikasının, bərk cisimlər fizikasının, həmçinin nəzəri

mexanikanın əsas müddələrinin tətbiqi vacibdir.

PKM-in son 20-25 ildə müasir texnikanın və texnologiyanın bütün sahələrinin inkişafında daim yüksəlməkdə olan rolu müşahidə olunur. Digər kompozisiya materiallarına nisbətən PKM daha özünəməxsus və müxtəlifdir. Bu səbəbdən PKM digər kompozisiya materiallarından ayrılmış və geniş şəkildə öyrənilir.

PKM-in təsnifatı haqqında məlumat vermək məqsədi ilə izah edilməlidir ki, polimerlərlə polimer materialları arasında prinsipial fərq vardır. Əksər hallarda polimeri materiala çevirmək üçün ona müxtəlif quruluşlu, təbii və sintetik mənşəli maddələr əlavə edilir. Belə maddələr inqrediyentlər adlanır. Polimerlərin müxtəlif inqrediyentlərlə qarışdırılması nəticəsində polimer kompozisiyaları hazırlanır və onların əsasında PKM alınır. Kompozisiyaların tərkibinə daxil olan polimerə və inqrediyentlərə isə ümumi ad altında komponentlər deyilir.

PKM-in təsnifatına müxtəlif aspektlərdən yanaşmaq olar.

Əgər polimerlərin və polimer kompozisiyalarının material kimi istifadə olunmasını əsas götürsək, onda PKM-in təsnifatından əvvəl, onların alınma mərhələlərini ümumi şəkildə nəzərdən keçirmək məqsədəuyğundur.

PKM-in alınmasının ilkin mərhələsində uyğun monomerlərdən polimerləşmə və polikondensləşmə reaksiyaları ilə iki istiqamətdə polimer və oliqomerlər sintez olunur.

Birinci halda reaksiya qabiliyyətli qrupları olmayan xətt və şaxəli makromolekullardan ibarət polimerlər (polietilen (PE), polistirol (PS), polikarbonat (PK) və s.) alınır. Onların kimyəvi quruluşu bütünlükdə polimerin alınma prosesində formaya düşür.

İkinci halda əvvəlcə fəal funksional qruplu aralıq birləşmələr olan reaksiya qabiliyyətli polimer və oliqomerlər (epoksid qətranı, doymamış poliefir və poliuretan, kauçuklar və s.) alınır, sonra onların müxtəlif bərkidici və vulkanlaşdırıcı agentlərlə qarşılıqlı təsiri aparılır. Bu yolla alınmış polimerlərin kimyəvi quruluşunun formalaşması və ondan materialın hazırlanması eyni prosesdə baş verir [1-12].

Müəyyən forma verildikdən sonra da polimer əlavə kimyəvi çevrilmələrə məruz qala bilər. Bunlara yeni qrupların və molekullarası və ya molekul daxili rabitələrin yaranmasından tutmuş, kimyəvi quruluşun bütünlüklə yenidən qurulmasına kimi müxtəlif çevrilmələr aiddir.

Belə çevrilmələr nəticəsində yeni materiallar hazırlamaq üçün imkanlar artır. Bu zaman polimer lazımi xassələrə malik materiala uyğun seçilir, həmçinin onun kimyəvi quruluşu istiqamətli olaraq nizamlanır. Sonra isə əvvəlki mərhələdə alınmış polimerlərdən və polimer kompozisiyalarından müxtəlif tərkibli, quruluşlu, xassəli polimer qarışıqları, ərintiləri, blok və calaq sopolimerləri və s. alınır. Onlar polimer-polimer kompozisiyaları adlanır. Materialların hazırlanmasında polimer-polimer kompozisiyalarının homogen və heterogen qarışıqları, tikilə bilən blok və calaq sopolimerləri, reaksiya qabiliyyətli polimerlə digər polimerin və yaxud polimerlə oliqomerin bərkiyə bilən qarışıqları kimi müxtəlif növlərindən istifadə olunur. Polimer-polimer kompozisiyalarının köməyiylə iki və ya daha artıq polimer qarışığı və bərkidicidən müxtəlif materiallar almaq olar. Bunun üçün polimerlərin və bərkidicilərin miqdarını dəyişmək, həmçinin bərkimə prosesini tənzimləmək kifayətdir. Bu mərhələyə qədər modifikasiya olunmamış polimerlər, polimer- kompozisiyaları alınır.

PKM-in alınmasının növbəti mərhələsində polimerlərin, polimer- kompozisiyaların, həmçinin polimer-polimer kompozisiyalarının termiki emalı və müxtəlif inqrediyentlərlə fiziki modifikasiyası aparılır. Bu halda onların quruluşunun və xassələrinin tənzimlənməsi üçün geniş imkanlar yaranır. Modifikatorlara müxtəlif sabitləşdiricilər, plastifikatorlar, antipirenlər, antistatiklər, durulaşdırıcılar və digər inqrediyentlər aiddir. Modifikasiya nəticəsində yeni material alınmır, ancaq o yeni xassələrə malik olur və yaxud əvvəlki xassələri müsbət istiqamətdə dəyişir. Bu mərhələdə modifikasiya olunmuş, lakin doldurulmamış materiallar alınır.

Sonrakı mərhələdə kompozisiyaların müxtəlif doldurucularla qarışdırılması aparılır və nəticədə doldurulmuş materiallar alınır. Doldurucu kimi müxtəlif maddələrdən (təbaşir, qum, gil, ağac kəpəyi, polimer maddələr, hava, azot və s.) istifadə olunur.

Modifikasiya olunmuş və doldurulmuş PKM prinsipcə bir-birlərindən fərqlənilirlər. Belə ki, modifikasiya zamanı inqrediyentlərlə polimer, termodinamiki cəhətdən uyuşmalıdır. Yəni homogen

sistem alınmalıdır. Faza tarazlığı isə öz-özünə gedən proseslərlə təyin olunur. Doldurulmuş PKM-də faza quruluşu doldurucunun forması və polimer fazasında paylanması ilə müəyyən olunur. Alınan sistemdə fasiləsiz polimer fazası və doldurucu arasında dəqiq ayrılma sərhədi olur. Qarşılıqlı təsir isə əsas etibarilə islanma və ayrılma sərhəddində adsorbsiya hesabına baş verir. Bununla yanaşı doldurucuların digər inqrediyentlərdən, yəni modifikatorlardan fərqi ondan ibarətdir ki, doldurucuların kompozisiyalara əlavə olunması ilə həm xassələr modifikasiya olunur (doldurucuların təsiri ilə materialların termiki, elektrik, teplofiziki və digər xassələri dəyişir), həm də tamamilə yeni materiallar almaq üçün imkan yaranır.

PKM-i iki əsas qrupa bölmək olar: doldurulmamış və doldurulmuş. Doldurulmamış PKM-ə plastik kütlələr, rezinlər, yapışqanlar, liflər və plyonkalar, doldurulmuş PKM-ə isə əvvəlcə sadaladığımız materiallar və penoplastlar, penorezinlər aiddir.

PKM-in əsas növləri haqqında müəllim məlumat vermək məqsədi ilə izah etməlidir ki, bunların plastik kütlələr, polimer kompaundları, premikslər, prepreqilər və prestozlar kimi növləri vardır.

Emal zamanı özaxıcı və ya yüksək elastik halda olan polimerlər əsasında hazırlanan və şüşəvari halda istismar edilən materiallar plastik kütlələr adlanır. Komponentlərin paylanma xarakterindən asılı olaraq plastik kütlələr bir (homogen) və çox (heterogen) fazalı olur.

Polietilen, polistirol və polivinilxlorid əsaslı plastiklər homogen və elastifikasiya olunmuş, qazla və mineral tozlarla doldurulmuş şəkildə geniş istifadə olunur.

Polietilendən hazırlanmış plastiklər çox asanlıqla formalaşaraq mürəkkəb formalı məmulata çevrilir. Alınmış materiallar mexaniki və kimyəvi təsirlərə qarşı davamlılığı, aşağı sıxlığı və yüksək elektrik izolyasiya xassəsinə görə plastiklərdən fərqlənir.

Polivinilxlorid nisbətən aşağı maya dəyəri, yaxşı fiziki-mexaniki və elektrik xassələri, kimyəvi davamlılığı və xassələrinin modifikasiya olunma qabiliyyətinə görə digər plastiklərdən fərqlənir. Bundan başqa polivinilxloriddən termoplastlara xas olan bütün məlum üsullarla müxtəlif materiallar və məmulatlar almaq olar. Bütün bu üstünlüklərinə görə polivinilxlorid əsaslı plastik kütlələr çox geniş yayılmışdır. Belə polivinilxlorid plastik kütlələrinin tərkibinə polimerlə yanaşı plastifikator, doldurucu, rəngləyici, xüsusi əlavələr və başqa komponentlər də daxildir.

Polistirol əsaslı plastiklər viniplastlardan daha asan formalaşırlar. Onlar dielektrik xassəsinə görə polietilenə yaxın olub, optiki cəhətdən şəffafdırlar. Bu plastiklər statik yüklərə qarşı davamlılığına görə viniplastdan az geri qalır, nisbətən kövrəkdir və həlledicilərə qarşı az davamlıdır. Stirolun akrilnitril və butadien ilə emulsiyada sopolimerləşməsindən akrilnitril-butadien-stirol (ABS) plastiki alınır.

Polimer kompaundları haqqında məlumat vermək məqsədi ilə müəllim izah etməlidir ki, elektrik və radio avadanlıqlarında izolyasiya məqsədi ilə elektrik keçirən müxtəlif sxemlərin, detalların örtülməsi və ya hopdurulması üçün istifadə olunan polimer, oliqomer və ya monomer əsaslı kompozisiyalar polimer kompaundlar adlanır. Polimer kompaundlarında polimer və ya oliqomer kimi epoksid və doymamış poliefir qətranından, maye silisium-üzvi kauçukdan, monomer kimi poliuretan və polimetakrilatın sintezi üçün yararlı olan maddələrdən istifadə olunur. Termoplast polimerlər əsasında hazırlanmış kompaundlar (kanifol, bitum və s.) çox az istifadə olunur. Bərk kütlə şəklində olan kompaundlar istifadə olunur. Bərk kütlə şəklində olan belə kompaundlar istifadədən qabaq qızdırılaraq maye hala keçirilir.

Təyinatından asılı olaraq polimer kompaundların tərkibinə plastifikator, doldurucu, bərkidici, bərkimənin sürətləndiricisi və digər komponentlər daxildir.

Plastifikatorlar kompaundun şaxtaya və bərkimə zamanı temperaturun kəskin dəyişməsinə qarşı davamlılığını artırır, istiyə davamlılığını, deformasiya zamanı möhkəmliyini və kövrəkliyini azaldır. Doldurucu kimi kvars qumu, kvars şüşəsi, metal oksidləri, sement və s. istifadə olunur.

Kompaundların hazırlanmasında bir sıra tələblər nəzərə alınır. Onların tərkibində uçucu komponentlər olmamalı və bərkimə zamanı yığılma minimum olmalıdır.

Kompaundlar hopucu və örtücü olurlar. Birincilərin ilkin özlülüyü aşağı olur və onlar yaxşı hopma qabiliyyətinə malikdir, ikincilərin isə özlülüyü bütün boşluqların doldurulmasını təmin edir.

Premikslər haqqında məlumat verilirərkən qeyd edilməlidir ki, premiks – doldurucunun

termoreaktiv qatran və digər komponentlərlə əmələ gətirdiyi reaktoplast qarışığıdır. Reaktoplastların başqa növlərindən məsələn, prestozlardan fərqli olaraq premikslərin hazırlanması bütün komponentlərin qarışdırılması ilə yekunlaşır. Premikslər, onlarla eyni tərkibə malik olan prepreqilərdən axıcılığına görə üstündür və bu xassə mürəkkəb konfigurasiyalı məmulatların alınmasında çox mühümdür. Premikslərin tərkibində ümumi kütlənin 20-50%-ə qədər qatran, 50-80% doldurucu, 1,5-3% yağlayıcı, 2-4% rəngləyici olur. Yağlayıcı və rəngləyici qatranın kütlə hissəsinə uyğun götürülür.

Premiks əsasən poliefir qatranından, bəzi halda isə epoksid qatranından hazırlanır. Belə əlaqələndiricilərdə həlledici olmadığı üçün bərkimə zamanı əlavə reaksiya məhsulları ayrılır və proses bir mərhələdə aparılır. Əlaqələndiricilər, xüsusilə poliefir ərintiləri aşağı özlülüklü olduqları üçün bərkimə zamanı yığılma gedir və formalaşmada komponentlərin separasiyası, yəni birləşərək ümumi həcmdə ayrılması mümkün olur. Bu nöqsanı aradan qaldırmaq üçün qarışığa 0.5-50 mk ölçülü hissəciklərə malik tozşəkilli və ya ümumi kütlənin 5-10%-i qədər termoplast əlavə olunur.

Hazırda məmulatın möhkəmliyini artırmaq üçün qarışığa doğranmış halda şüşə, asbest, süni və sintetik liflər verilir.

Prestozların alınması və xassələri haqqında məlumat vermək üçün müəllim qeyd etməlidir ki, polimer kompaundların, premiks və prepreqilərin formalaşması üçün sadə üsullar tətbiq olunur. Lakin bütün bu proseslərdə əlaqələndiricinin bərkiməsi üçün kompozisiya fərdi qəliblərdə uzun müddət saxlanılır və bu zaman qarışıq müəyyən qədər yığılır, gərginlik yaranır. Alınan məmulatın isə monolitliyi, sıxlığı və möhkəmliyi kifayət dərəcədə olmur. Buna görə də komponentlər qarışdırıldıqdan sonra əlavə mərhələ, yəni qabaqcadan qismən bərkimə aparılır. Prestozlar bu yolla alınır.

Tozşəkilli doldurucuların termoreaktiv qatranla əmələ gətirdiyi qismən bərkidilmiş reaktoplast qarışıqları prestozlar adlanır. Belə qarışıqlar quru səpələnən toz və dənə şəklində buraxılır. Onların tərkibində adətən ümumi kütlənin 30- 60%-i qədər qatran, 40-70% doldurucu, 1,5-3% yağlayıcı, 2-4% rəngləyici olur. Yağlayıcı və rəngləyicinin miqdarı əlaqələndiricinin kütləsinə uyğun götürülür.

Əlaqələndirici kimi fenol-aldehid, karbamid, epoksid və silisium üzvi qatranlarından istifadə olunur. Fenol-aldehid qatranının növündən asılı olaraq prestozlar novolak və rezol tipli olur. Polikondensləşmə reaksiyası fenolun artıq miqdarı və turş katalizatorlarla (HCl , H_2SO_4 , $\text{H}_2\text{C}_2\text{O}_4$ və s.) aparıldıqda xətti polimer olan novolak, aldehidin artıq miqdarı və qələvi (NaOH , $\text{Ba}(\text{OH})_2$) katalizatorlarla aparıldıqda ilk mərhələdə xətti zəncirə malik rezol alınır. Rezolu yenə də qızdırdıqda makromolekullar – CH_2OH qrupu hesabına tikilir. Ayrı-ayrı hallarda qatranlar bir-biri ilə və ya sintetik kauçuk, poliamid, polivinilxloridlə qarışdırılır.

Bir çox termoreaktiv qatranların bərkiməsi üçün onlara bərkidicilər əlavə olunur. Bərkidicinin növü və miqdarı qatranın növü və miqdarı ilə müəyyən edilir. Bundan başqa, bərkimənin sürəti sürətləndirici və ya inhibitorlardan istifadə etməklə tənzimlənir. Belə ki, novolak prestozlar üçün bərkidici kimi qatran kütləsinin 10-15%-i qədər istifadə olunan urotropin, presləmə zamanı rezol prestozlara bərkimənin sürətini artırmaq üçün az miqdarda əlavə edilir. Çox vaxt rezol və novolak prestozlarına xırdalanmış əhəng də əlavə edilir. Əhəng, novolak qatranında olan artıq turşunu neytrallaşdırır, rezol qatranında isə bərkiməni sürətləndirir.

Prestozlarda doldurucu kimi oduncaq və ya kvars unu, kaolin, qısa lifli asbest, şüşə, şüşə liflər, qrafit, metal, metal oksidləri, bərkidilmiş termoreaktiv qatran və onların əsasında materiallardan, yağlayıcı kimi isə olein, stearin turşusu, kalsium, sink stearatlarından istifadə olunur. Qarışığa doldurucu əlavə etdikdə preslənmədə müşahidə olunan yığılma azalır, hazır məmulatın bərkliyi və sərtliyi artır. Bəzi hallarda isə material elektrik, istilik keçiriciliyi kimi spesifik xassələrə malik olur. Rəngləyiciləri seçərkən, onun istilik və işığa davamlılığını, həmçinin digər komponentlərlə uyğunlaşması nəzərə alınır.

Polimer kompozisiyaları yalnız istifadəyə yararlı materiallara və yaxud müəyyən formalı məmulata çevrildikdən sonra praktiki əhəmiyyət kəsb edir. Buna görə də formalaşma əməliyyatı aparılır. Bu əməliyyatda bir sıra kimyəvi, fiziki-kimyəvi çevrilmələr hesabına materialın daxili quruluşu yaranır və müəyyən formaya, ölçüyə, xassəyə malik material alınır.

Alınmış materiallar raket-kosmik və təyyarə sistemlərində, yerüstü nəqliyyatda, gəmiqayırmada, elektrotexnikada, tikinti, kimya sənayesində, hərbdə və idman sahəsində çox böyük həcmdə istifadə edilir.

ƏDƏBİYYAT

1. Полимерные композиционные материалы. Под редакции академика Береина А.А. Санкт-Петербург, 2009, 556 с.
2. Ричардсон М. Промышленные полимерные композиционные материалы: М. Химия, 1980, 480 с.
3. Менсон Дж., Сперлинг Л. Полимерные смеси и композиты. Неор. С англ., яз. М. Химия, 1979, 439 с.
4. Липатов Ю.С. Будущие полимерных композиций Киев. Науково думка, 1984, 136 с.
5. Технологии пластических масс. Под ред. В.В.Коршака М. Химия 1976, 594 с.
6. Энциклопедия Полимеров, М., С.Э.Т 1. 1972, Т.2, 1975, Т.3 1977
7. Bilalov Y.M., Hüseynov F.İ., Abbasova L.M. Modifikasiya edilmiş polimer kompozisiyaları. Bakı, 2002, 199 s.
8. Əzizov A.Ə., Alosmanov R.M., Əkbərov O.H. Polimer kompozisiya materialları. Bakı 2004, 171 s.
9. İbrahimov A.C., Abbasova L.M., Elastimerlərin kimyəvi texnologiyası Bakı, 2004, 432 s.
10. İbrahimov A.S., Abbasova L.M. Plastik kütlələrin kimyəvi texnologiyası. Bakı, 2008, 540 s.
11. Naibova T.M., Neft-kimya və neft emalı sənayesində polimer materialları. Bakı, 2009, 20 s.
12. Əmirov F.Ə. Plastik kütlələrin və elastomerlərin emalının nəzəri əsasları. Bakı, ADNA 2006, 193 s.

ABSTRACT

M.Seyidov, A.Aliyev

SOME ISSUES RELATED TO THE TEACHING OF POLYMER COMPOSITIONAL MATERIALS

The article is devoted to the methodology of the production of polymer composite materials, the synthesis of high-molecular compounds used in the preparation of composite materials, the basic types of polymer composite materials and the application areas.

The article also clarifies the main objectives of creating polymer composite materials, giving them the necessary properties for the products made from them, reducing the cost of the obtained material, and the ways to facilitate processing technology.

РЕЗЮМЕ

М.Сейдов, А.Алиев

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ К ПРЕПОДАВАНИЮ ПОЛИМЕРНО КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

В статье рассматриваются методика преподавания полимернокомпозиционных материалов, способы синтеза высокомолекулярных соединений используемых в приготовлении композиционных материалов, основные виды и отраслей применения полимерно-композиционных материалов.

В статье также объяснены основные цели образования полимернокомпозиционных материалов, передача важных свойств приготовленных из них изделий, снижение себестоимости полиценных материалов, способы изучения путей облегчения обработки технологий.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə
çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

Məqaləni çapa təqdim etdi: Fəlsəfə üzrə elmlər doktoru,
professor Məhəmməd Hacıyev

ALMARƏ ABBASOVA

Azərbaycan Dövlət Pedaqoji Universiteti

almar.abbasova@mail.ru

UOT: 372.8:514

MÜASİR HƏNDƏSƏ DƏRSİNDƏ PSIXOLOJİ ƏSASLARLA ŞƏXSİYYƏTİN FORMALAŞDIRILMASININ AKTUAL PROBLEMLƏRİ

Açar sözlər: *müasir təhsil, nöqtələr çoxluğu, həndəsi qurmalar, verilmiş nöqtələr, çevrə*

Key words: *modern education, place of the geometrical points, multitude of the points, geometrical*

Ключевые слова: *современное образование, множество точек, геометрические построение, данные точки, окружность*

Şagirdlərin tədris fəaliyyətində tətbiq olunan üsul və metodların düzgün və səmərəli seçilməsi təlim nəticələrinə müsbət təsir edir. Əsas məktəbin həndəsə kursunda şagirdlər həm də rəsmxətt fənnində mühüm tətbiqə malik olan anlayışlarla: profeksiya, proyeksiya müstəvisi, çertyojun qurulması prinsipləri və oxunması və s. ilə tanış olurlar. Bu prosesin psixoloji cəhəti isə: şagirdlərin qeyri aşkar şəkildə təfəkkür əməliyyatları – mücərrədləşdirmə, ümumiləşdirmə, müqayisə, konkretləşdirmə və s. ilə tanış edilməsidir.

Məktəbin həndəsə təlimi ilə əlaqədar metodik ədəbiyyatda «fəza təsəvvürü», «fəza təfəkkürü» kimi terminlərdən tez-tez istifadə olunur. Çünki məktəbdə həndəsə təliminin əsas məqsədi – şagirdlərdə fəza təsəvvürünü və ya təfəkkürünü formalaşdırmaq və inkişaf etdirməkdən ibarətdir. Bu məqsədlə həmin terminlərin elmi və metodiki mahiyyətini açıqlamağa çalışaq.

Psixologiya elmində dərkətmə prosesi bir anlayış kimi müəyyən mərhələlərdən ibarət olub, son mərhələsi – anlayışın yaranması ilə bitmir. Bundan sonra anlayışın formalaşdırılması və inkişaf etdirilməsi (genişləndirilməsi) baş verir.

Hər hansı bilik qazanmaq üçün əksər hallarda canlı müşahidədən başlayırıq və görmə (vizual) təfəkkür formalaşır. Bu mərhələdə: müşahidə, müqayisə aparılır. Bunlar əsasında obyekt haqqında-qavrayış yolu ilə əldə edilən informasiyalar təkmilləşərək, obyekt haqqında bütöv ilkin bilik-təsəvvür əldə edilir və anlayış yaranır. Deməli: müşahidə, müqayisə, qavrayış, təsəvvür, anlayış sxemi, dərkətmənin mərhələlərinin ifadə edir.

Deməli həndəsə təlimində hər hansı anlayışın yaradılması yaradılan təsəvvürə əsaslanır.

Bəs təsəvvür nə deməkdir, onun həcmi, məzmunu nədən ibarətdir?

«Əşyaların fəza xassələrini və münasibətlərini əks etdirən obrazlara fəza təsəvvürü deyilir» .

Fəza təsəvvürləri yaddaş və təxəyyül obrazlarından ibarətdir. Bu prosesdə birinci yerdə yaddaş obrazları durur. Yaddaş obrazları – fəza yaddaşı fəaliyyətinin nəticəsidir. Təxəyyül obrazları isə – təxəyyül prosesində yaranır və bu prosesdə öz növbəsində iki prosesdən ibarətdir:

- təxəyyülün yaranması prosesi

- təxəyyülün yaradıcı prosesi

Birinci proses–əyani obrazlar əsasında yeni obrazların yaranması ilə xarakterizə olunur.

Həndəsə dərslərindən anlayışların təlim çertyoju, obyektin özü və ya sxemlərlə müşaiyyət olunur. Yeni yaradılan obraz fikirdə, xəyalda təsəvvür olunur.

Səmərəli təxəyyül priyomları göstəriş, əsasnamə, qayda şəklində ifadə olunur. Məsələn çertyoj əsasında predmetin təsəvvür olunması.

Şagirdlərdə priyom formalaşdırılmışdır:

1) obrazı yaratmaq üsulunu bildirir; 2) bu üsul ilə obrazın yaradılması – reallaşa bilir. Burada daha ilk məsələni şərh edək.

1. Təxəyyül priyomlarının formalaşdırılması nə deməkdir?
2. Fəza təsəvvürlərinin inkişaf etdirmək üçün ümumiləşdirilmiş təxəyyül priyomlarının formalaşdırılmasını hansı şərtlər təmin edir?

Obrazın yaradılması priyomunun formalaşdırılması aşağıdakı mərhələlərdə gedə bilər:

- ✓ şagirdlər obrazı yaratmaq üçün əlavə əyani vasitələrdən istifadə edirlər;
- ✓ şagirdlər fikrən obrazı təsəvvür edirlər.

Bu prinsip A.S.Viqotskinin və A.N.Leontiyevin aşağıdakı müddəalarına əsaslanır:

Şagirdlərdə bilik və vərdislərin formalaşdırılması «xarici» fəaliyyətdən təfəkkür fəaliyyətinə keçir. Bu zaman şagirdlərə biliyi tətbiq etməyə alışdırmaq lazımdır. Bu, o deməkdir ki, bilik praktikaya köçürülür. Məsələn, məsələ həllində tətbiq edilmir.

Çertyojun müşahidəsi və oxunması prosesində obrazın yaradılması priyomu necə formalaşır?

Çertyojun oxunmasına aşağıdakılar daxildir:

- a) müvafiq priyomlarla yiyələnmək üçün çertyojun nəzərdən keçirilməsi;
- b) proyeksiya əsasında obrazın yaradılması. Bu, bir-birilə qarşılıqlı əlaqədə olan iki prosesdən ibarətdir;
- c) obrazın təxmini təsvirinin yaradılması.

Təxəyyül priyomunun təfəkkür səviyyəsinə keçirilməsi mərhələsində obrazın yaradılması əyani dayaqlara əsaslanmır. Deməli, şagirdlər obrazın yaradılmasında əyaniliyə əsaslanan priyomdan təfəkkür əməliyyatına keçirlər.

Şagirdlərdə fəza təsəvvürlərinin inkişaf etdirilməsi üçün mühüm şərt-fənlərarası əlaqə yolu ilə ümumiləşdirilmiş priyomlar sisteminin formalaşdırılmasından ibarətdir.

Şagirdlərdə fəza təsəvvürlərin inkişafının göstəriciləri aşağıdakılardır:

1. Mənimlənilmiş təxəyyül priyomlarının tətbiqi sahəsi genişlənir.
2. Şagirdlərin yaş xüsusiyyətlərindən asılı olaraq, təxəyyül priyomlarının yenidənqurulması zərurəti meydana gəlir. Məsələn; şagirdlər bəzi hallarda əyani dayaqlardan istifadə etmədən sonrakı mərhələyə keçirlər.
3. Yuxarı sinif şagirdləri mənimlənilmiş priyomları məsələ həllində orjinal üsulla tətbiq edirlər.

Şagirdlərin fəza təsəvvürlərinin inkişaf səviyyəsi stereometriya məsələləri həllində özünü göstərir. Şagird fəza cisminin müstəvi ilə kəsiyinin konusunu, onun elementləri arasındakı münasibətləri ayırd edə bilmir. Psixoloji nöqteyi-nəzərdən şagirdin fəza təsəvvürünün kifayət qədər inkişaf etmədiyi kimi qiymətləndirilir. Ona görə də stereometriya teoremlərinin isbatında, məsələlər həllində fiqurların modelindən istifadə olunur. Çünki model üzərində üç ölçülü əyani göstərmək mümkündür. Bəzi müəllimlər ancaq çertyoj üzərində məsələlər həll etməklə kifayətlənirlər. Metodik ədəbiyyatda bu kimi priyomlar birmənalı qiymətləndirilmir. Tədqiqatlar göstərir ki, əyanilik stereometriya məsələlərinin həllində müxtəlif rol oynaya bilər. Burada aşağıdakı faktorları nəzərə almaq lazımdır:

- ✓ Modeli lə praktik fəaliyyətin üstünlüyü görmə qavrayışı ilə müqayisədə nə qədər çoxdur,
- ✓ Şagirdlərin fəza təsəvvürünü inkişaf etdirmək üçün həndəsi əyanilikdən hansı dərəcədə istifadə olunmalıdır,

Qeyd olunan suallara cavablar psixoloji yanaşma istiqamətində əsaslandırılmalıdır. Yəni məsələ həcm prosesində əyaniliyin elə funksiyasını aşkar etmək lazımdır ki, təfəkkür prosesində mühüm rol oynayır. Əlbəttə, burada məsələ həlli axtarışında müstəqil təfəkkür fəaliyyəti də nəzərdə tutulur.

Həndəsədən mövqeyli məsələlərin həllində (həndəsi cismin müstəvi ilə kəsiyinin formasının müəyyən edilməsi) həndəsi qurmaların tətbiqi o qədər də zəruri deyil. Ümumi həndəsi prinsipləri əsas tutaraq tələb olunanı tapmaq olar.

Mövqeli məsələ, ədatən iki məsələnin həllinə gətirilir:

- a) verilmiş düz xətlə verilmiş müstəvinin kəsişmə nöqtəsinin qurulması,
- b) verilmiş iki müstəvinin kəsişmə xəttinin qurulması. Kəsiyin növünü müəyyən etmək üçün həndəsi fəza elementlərinin qarşılıqlı vəziyyəti və qiymətləri nəzərə alınmalıdır. Aparılmış eksperimental tədqiqatlar sübut edir ki, praktik fəaliyyət zamanı həndəsi obyektlərlə şagirdin fəza

təsəvvürü yaxşı inkişaf edir, çünki burada görmə, hissetmə analizatoru iştirak edir və obyekt təbiiliyə çox yaxındır. Prosesin əyaniləşdirilməsinə ehtiyac yoxdursa, orada fəza təfəkkürünə üstünlük verilməlidir.

Həndəsənin təliminin ilk mərhələlərində şagirdlər həndəsi formaları ayırd etməyi, fərqləndirməyi öyrənərkən əyaniliyə üstün yer vermək lazımdır.

Məktəb təcrübəsinə və aparılmış elmi-tədqiqatlara əsasən aşağıdakı nəticələrə gəlmək olar:

1. Həndəsə materialının şərhində, məsələlər həllində modeldən praktik məqsədlə istifadə olunması, fiqurun sədlə istifadə olunması, fiqurun elementlərinin qarşılıqlı vəziyyətlərinin müəyyənəşdirilməsi–məntiqi mühakimənin formalaşmasına, nəzarətedici təfəkkürün formalaşmasına xidmət edir. Görmə qavrayışı təfəkkür prosesinə yeni bir şey əlavə etməsə də, mühakiməyə dayaq rolunu oynayır.

2. Həndəsi əyanilik, məsələlər həllində nə dərəcədə faydalıdır və hansı psixoloji xüsusiyyətli yolunu tapmaqla mühüm rol oynayır. Çünki əyani vəsait üzərində aparılan praktik əməliyyatlar məsələ həllinin daxili məntiqinə uyğun gəlir. Lakin şagirdlərin təfəkkür xüsusiyyətləri nəzərə alınmalıdır. Məsələ həllinə gətirən təfəkkür əməliyyatlarını tətbiq etmək lazımdır. Formal olmayan həndəsi priyomlardan istifadə olunması və mühakimənin inkişaf etdirilməsi üçün məsələ həllində real həndəsi obyektlərə istinad edilməsi şagirdlərin fəza təsəvvürlərinin inkişafında mühüm rol oynayır.

ƏDƏBİYYAT

1. М.Н.Скаткин, Проблемы современной дидактики, Москва «Педагогика», 1980, с. 34/96 с.
2. Черкасов Р.С. и др. Методика преподавания геометрии в школе, М., «Просвещение», 1987
3. З.И.Слепкань, Психолого-педагогические основы обучения математике, Киев, 1983, с. 125/192
4. С.С.Щямидов, Ибтидаи синифлярдя мясяля щяллинин тьялим методикасы, Баку, 2003, с. 41/152 с.

ABSTRACT

A. Abbasova

Proper and efficient selection of the methods used by the students in teaching activity has a positive effect on learning outcomes. At the Basic School Geometry course, students also get acquainted with important concepts in drawing: profiles, predictions, drawing principles, and reading. The psychological aspect of this process is the acquaintance of pupils with indefinite intelligence operations, summarizing, comparing, concreting.

NDU-nun Elmi Şurasının 29 iyun 2018-ci il tarixli qərarı ilə çapa tövsiyyə olunmuşdur. (Protokol № 10).

Məqaləni çapa təqdim etdi: Fəlsəfə üzrə elmlər doktoru, professor Məhəmməd Hacıyev

MÜNDƏRİCAT

RİYAZİYYAT

1. Məhəmməd Hacıyev. Riyazi təlimdə "analiz və sintez" üsullarının tətbiqi.....	3
2. Sahib Əliyev, Elşad Ağayev, Səfa Əliyev, Nubar Qocayeva. Növbələşən düz və eynifazlı dövrü əyri layların kompozit materiallarda gərginlik vəziyyətinin tədqiqi.....	9
3. Əbülfəz Məmmədov. Beş tərtibli kəsilmə əmsallı operator diferensial tənlik üçün qoyulmuş bir sərhəd məsələsinin həll olunması.....	13
4. Abdulla Həsənov, Vəfa Həsənova. Cəbri məsələlərin həllində triqonometrik əvəzləmə üsulu.....	22
5. Асеф Искендеров, Габил Ягуб, Вугар Салманов. Разрешимость начально-краевой задачи для нелинейного уравнения Шредингера со специальным градиентным слагаемым и с комплексным потенциалом.....	26
6. Yagub Mammadov, Fatma Muslumova. Boundedness of the maximal operator associated with the Dunkl operator on orlicz spaces.....	44
7. Javanshir Hasanov. Hardy-littlewood-stein-weiss inequality in the generalized morrey spaces with variable exponent on unbounded sets.....	53
8. Könül Məmmədova. Sərhəd nöqtəsi ətrafında qeyri-xətti parabolik tənliyin həllinin tədqiqi.....	62
9. Famil Məmmədov. Anizotrop elliptik hissəli, qeyri xətti dissipasiyalı hiperbolik tənliyin global həlləri.....	65
10. Daşqın Seyidov, Aydın Şahbazov. Kompakta kəsilməz funksiyaların müntəzəm cəbrinin çəkili tip endomorfizmlərinin kompaktlığı.....	71
11. Samira Hasanli. On the boundedness of commutators dunkl-type fractional integral operator in the Dunkl-type morrey spaces.....	78
12. Tərlan Məhərrəmov. Qeyri-Divergent cırlaşan qeyri-xətti elliptik tənliklərin həlləri üçün Hölder qiymətləndirmələri.....	91

FİZİKA

13. Seyfəddin Cəfərov, Fərman Qocayev. Elektrokimyəvi üsulla çökdürülmüş elastik günəş elementlərinin fotoelektrik xassələri.....	95
14. Xanəli Həsənov. Elektronların və fononların qarşılıqlı sövqünün və qızdırılmasının elektromaqnit dalğalarının yayılmasına təsiri.....	101
15. Məmməd Hüseynəliyev. Yarımkəçiricilərdə kompleks dielektrik funksiyasının nəzəri analitik ifadəsinə daxil olan parametrlərin funksiyanın gedisinə təsiri.....	104
16. Гулу Газиев. Проблема скрытой массы во вселенной.....	110
17. Ruslan Məmmədov. Günəş aktivliyinin dövrülüyü.....	114

TEXNİKİ ELMLƏR

18. Ильхам Сулейманов, Джаваншир Зейналов, Мафтух Алиев. Технология (isdn) цифровая сеть с интеграцией служб.....	118
19. Qadir Əliyev. Möminə Xatun türbəsinin üzvlərindən birində nəbatı və ərəb qrafikasıdan düzələn ornamentlərin tədqiqi.....	122
20. Asəf Əliyev. Avtomobillərin konstruktiv təhlükəsizliyi.....	128
21. Kəmalə Təhməzbəyova. Texnologiyalar və onun tətbiqi istiqamətləri.....	133
22. Qulu Bağirov. Telefon stansiyalarının 6 nəsli.....	136
23. Rüstəm Məmmədov. Yeni informasiya texnologiyalarının təhsildə rolu.....	139
24. Zümrüd Səfərova, Aysən Məmmədova Süni intellektin modelləşdirilməsinin əsas inkişaf istiqamətləri.....	143

25. Pərviz Allahverdiyev, Cavanşir Zeynallı. Fərdi mühafizə vasitələri.....	148
26. Nazilə Mahmudova, Leyla İbrahimova. Alternativ yolla elektrik enerjisinin alınması üsulları.....	152
27. Ülvü Vəliyev. Günəşin fiziki xüsusiyyətləri.....	155
28. Kamil Əliyev, Akim Axundov. Azərbaycanda dincə qoyulmuş torpaqlar.....	158

METODİKA

29. Rövşən Həsənov. Cəbr kursunun təlimində bəzi çətinliklər və onların yaranma səbəbləri haqqında.....	161
30. Orxan Cəfərov. Natural ədədlərin və hesab əməllərinin xassələrinə aid öyrədici və inkişafetdirici çalışmalar vasitəsilə nəzəri biliklərin verilməsi.....	166
31. Nubar Qocayeva, Aysel Əliyeva. Məktəb riyaziyyatı kursunda riyazi məntiq və çoxluqlar nəzəriyyəsi elementlərindən istifadənin mahiyyəti haqqında.....	170
32. Mirnazim Seyidov, Akif Əliyev. Polimer kompozisiya materiallarının tədrisinə aid bəzi məsələlər.....	177
33. Almarə Abbasova. Müasir həndəsə dərində psixoloji əsaslarla şəxsiyyətin formalaşdırılmasının aktual problemləri.....	182

